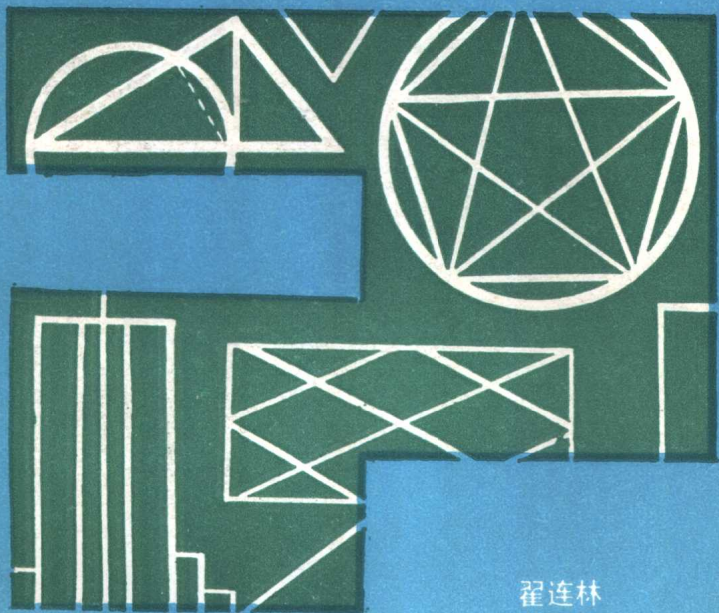


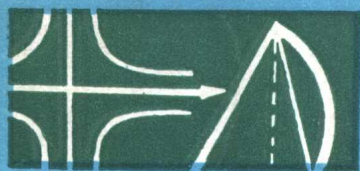
初中数学综合训练



翟连林

陈伟侯 等 编著

段云鑫



地质出版社

初中数学综合训练

翟连林 陈伟侯 段云鑫 刘千章
张国旺 王海陆 段天德 祝融 编著

地 质 出 版 社

初中数学综合训练

程连林 陈伟侯 段云鑫 刘千章 编著
张国旺 王海陆 段天德 祝 融

*

地质矿产部书刊编辑室编辑

责任编辑 张 翊

地质出版社出版

(北京西四)

张家口地区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 · 各地新华书店经售

*

开本: $787 \times 1092^{1/32}$ 印张: $14 \frac{3}{4}$ 字数: 325,000
1983年3月北京第一版 · 1983年4月北京第一次印刷

定价1.35元

统一书号: 7038·新103

前 言

初中毕业生，在三年学习期间，已演算了教材中的大部或全部习题。他们中的多数人，在完成课本习题以后，还想再做一些题目；但在选题时往往遇到困难，特别是在考前复习阶段，这个问题就更加突出了。不少青年教师在指导和帮助学生复习时，也常有同感。为了使这些师生的要求得到满足，给他们的复习工作创造有利条件，我们根据《初中数学升学复习题解》1982年版本修订改编成《初中数学综合训练》一书，献给初中毕业生和为指导他们复习而辛勤劳动的园丁。

本书可与河南人民出版社1981年9月出版的初中毕业生复习资料《数学》配合使用（前三部分包括有该书的全部习题解答），也可以单独使用。为了密切结合教材进行复习，本书前三部分的次序，大致同于全国统编教材；在第四部分中，我们安排了十组综合训练试题及参考答案，以便检查复习效果。为便于师生了解初中数学升学考试的要求，本书第五部分还收集了北京、上海、福建的部分初中升学数学试题及解答。

本书编选的题目均以中学数学教学大纲为准，以全国统编教材为依据，并注意尽量采用最优解法给出参考答案，解题过程力求完整，书写格式力求规范。

在编写本书的过程中，我们始终要求自己从读者的角度

出发，编读者之所想，写读者之所需，但终因编者水平不高，在命题和解答中，难免有错误之处，诚恳希望读者批评指正。

编 者

1983年2月

目 录

第一部分 代 数

第一章	数	(1)
第二章	代数式	(11)
第三章	方程和方程组	(29)
第四章	不等式	(81)
第五章	函数及其图象	(92)
第六章	指数和常用对数	(108)
第七章	统计初步	(121)

第二部分 平 面 几 何

第一章	逻辑常识	(125)
第二章	相交线和平行线	(130)
第三章	三角形	(136)
第四章	四边形	(148)
第五章	相似形	(170)
第六章	解三角形	(194)
第七章	圆	(208)
第八章	视图初步	(247)

第三部分 平面解析几何初步

第一章	平面直角坐标系	(252)
第二章	直线	(267)

第三章 圆	(279)
-------------	---------

第四部分 综合训练试题及解答

试题一	(285)
试题一解答	(286)
试题二	(291)
试题二解答	(292)
试题三	(296)
试题三解答	(298)
试题四	(302)
试题四解答	(303)
试题五	(308)
试题五解答	(310)
试题六	(314)
试题六解答	(315)
试题七	(320)
试题七解答	(321)
试题八	(325)
试题八解答	(327)
试题九	(331)
试题九解答	(332)
试题十	(337)
试题十解答	(338)

第五部分 附 录

北京市历届初中升学数学试题及解答	(344)
上海市历届初中升学数学试题及解答	(380)
福建省历届初中升学数学试题及解答	(417)

第一部分 代 数

第一章 数

1. 已知自然数12、42、90，

(1) 将每个自然数分解为质因数的连乘积；

(2) 求它们的最大公约数；

(3) 求它们的最小公倍数。

解：(1) $12=2^2 \times 3$ ，

$$42=2 \times 3 \times 7,$$

$$90=2 \times 3^2 \times 5,$$

(2) 它们的最大公约数是 $2 \times 3=6$ ；

(3) 它们的最小公倍数是 $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7=1260$ 。

2. 字母 n 取哪些自然数值时，下列语句是真命题：

(1) $17-n$ 是可以被3整除的自然数；

(2) $\frac{n+8}{17}$ 是真分数；

(3) $\frac{9}{n+3}$ 是假分数。

解：(1) $\because 17-n$ 是可以被3整除的自然数，

则 $17-n=3, 6, 9, 12, 15,$

$$n=14, 11, 8, 5, 2.$$

$\therefore$ 当 n 取2、5、8、11、14时，“ $17-n$ 是可以被3整除的自然数”是真命题。

(2) $\because \frac{n+8}{17}$ 是真分数,

则 $n+8 < 17$,

$$n < 9.$$

$\therefore$ 当 n 取 1、2、3、4、5、6、7、8 时, “ $\frac{n+8}{17}$ 是真分数”是真命题.

(3) $\because \frac{9}{n+3}$ 是假分数,

则 $n+3 < 9$,

$$n < 6.$$

$\therefore$ 当 n 取 1、2、3、4、5 时, “ $\frac{9}{n+3}$ 是假分数”是真命题.

3. 适当选择整数 a 的值, 使方程 $ax=13$ 的根是: (1) 自然数; (2) 负整数; (3) 正的真分数; (4) 正的假分数.

解: (1) $\because ax=18$ 的根是自然数,

$\therefore a$ 必须是 18 的正的因数,

即 $a=1, 2, 3, 6, 9, 18$.

(2) $\because ax=18$ 的根是负整数,

$\therefore a$ 必须是 18 的负的因数,

即 $a=-1, -2, -3, -6, -9, -18$.

(3) $\because ax=18$ 的根是正的真分数,

即 $x=\frac{18}{a}$ 是正的真分数,

$\therefore a$ 为大于 18 的全体自然数.

(4) $\because ax=18$ 的根是正的假分数,

即 $x=\frac{18}{a}$ 是正的假分数,

∴ a 为从 1 到 17 的全体自然数.

4. 分别指出下列各数的相反数、倒数、绝对值;

$$0.125, \quad -7, \quad 1\frac{1}{4}, \quad \sqrt{(-2)^2}, \\ \sqrt[3]{(-2)^3}, \quad \frac{\pi}{4}, \quad \sqrt{5}+1.$$

解:

原 数	0.125	-7	$1\frac{1}{4}$	$\sqrt{(-2)^2}$	$\sqrt[3]{(-2)^3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\sqrt{5}+1$
相反数	-0.125	7	$-1\frac{1}{4}$	-2	2	$-\frac{\pi}{4}$	$-\sqrt{5}-1$
倒 数	8	$-\frac{1}{7}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{4}{\pi}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
绝对值	0.125	7	$1\frac{1}{4}$	2	2	$\frac{\pi}{4}$	$\sqrt{5}+1$

5. 求 $\sqrt{200}$, $\frac{\pi}{100}$, 1378215, 0.00328579 各数的近似值 (保留四个有效数字), 并把这些近似数用科学记数法表示出来.

解: $\sqrt{200} \approx 14.14 = 1.414 \times 10,$

$$\frac{\pi}{100} \approx 0.03142 = 3.142 \times 10^{-2},$$

$$1378215 \approx 1378000 = 1.378 \times 10^6,$$

$$0.00328579 \approx 0.003286 = 3.286 \times 10^{-3}.$$

6. 求下列各数的平方根、算术平方根、四次方根、算术四次方根:

$$0.0001, \quad 16, \quad \frac{1}{81}, \quad 0.0625, \quad (-2)^4.$$

解:

原 数	0.0001	16	$\frac{1}{81}$	0.0325	$(-2)^4$
平 方 根	± 0.01	± 4	$\pm \frac{1}{9}$	± 0.25	± 4
算 术 平 方 根	0.01	4	$\frac{1}{9}$	0.25	4
四 次 方 根	± 0.1	± 2	$\pm \frac{1}{3}$	± 0.5	± 2
算 术 四 次 方 根	0.1	2	$\frac{1}{3}$	0.5	2

7. 一个小球浸入水中，受到垂直向上的浮力为30克，垂直向下的重力为29克，浮力和重力的合力是多少？小球是下沉还是上浮？

解：设小球受到向上的力为正，则合力为

$$(+30) + (-29) = +1 \text{ (克)}.$$

答：合力为1克，方向向上，小球应上浮。

8. 某冷冻仓库的室温为 $+1^{\circ}\text{C}$ ，现放入一批食品冷藏，要保持在 -15°C 。若冷冻机使室温每小时下降 4°C ，问要经过几小时就可使仓库达到冷冻室温？

解： $[1 - (-15)] \div 4$

$$= 16 \div 4$$

$$= 4 \text{ (小时)}.$$

答：经过4小时就可使仓库达到冷冻室温。

9. 某无线电厂专门生产各种型号的收音机，规定售出的收音机所收的款为正数，购进原材料所付的款为负数。上半年的收支款数如下（万元为单位）：

$$+15, -10, +12.3, -10.5, +20, -10.$$

问上半年平均每月收入多少万元？

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & [(+15)+(-10)+(+12.3)+(-10.5) \\
 & +(+20)+(-10)] \div 6 \\
 & = 16.8 \div 6 \\
 & = 2.8 \text{ (万元)}.
 \end{aligned}$$

答: 上半年平均每月收入2.8万元。

10. 某检修小组乘坐一辆汽车沿公路检修线路, 规定前进为正, 后退为负。某天, 检修小组从A地出发, 到收工时, 他们行走的路程(单位: 公里)为:

$$\begin{aligned}
 & +15, \quad -2, \quad +5, \quad -1, \quad +10, \quad -3, \\
 & -2, \quad +12, \quad +4, \quad -5, \quad +6.
 \end{aligned}$$

问收工时检修小组距A地多远? 若每公里耗油 a 升, 他们从出发到收工共耗油多少升?

解: 距A地为

$$\begin{aligned}
 & (+15)+(-2)+(+5)+(-1)+(+10)+(-3) \\
 & +(-2)+(+12)+(+4)+(-5)+(+6) \\
 & = 39 \text{ (公里)}.
 \end{aligned}$$

耗油量为

$$\begin{aligned}
 & a \times (|+15|+|-2|+|+5|+|-1|+|+10| \\
 & \quad +|-3|+|-2|+|+12|+|+4|+|-5| \\
 & \quad +|+6|) = 65a \text{ (升)}.
 \end{aligned}$$

答: 收工时检修小组距A地39公里, 他们共耗油 $65a$ 升。

11. 求下列各式的值:

$$(1) \quad 2\frac{7}{12} - 21\frac{2}{11} + 16\frac{5}{12},$$

$$(2) \quad -2.1 + 20.1 - 1.01 + 4.3 - 3;$$

$$(3) \quad 2 \times 0.2^3 + |0.2 - 1| - (0.8^2 + 0.6^2) \div (3^2 + 1);$$

$$(4) \quad \left(3\frac{1}{3}\right)^2 - (-6.5) \times \frac{12}{13} + |-2|^4$$

$$\div [(-2)^3 + 2].$$

$$\begin{aligned}\text{解: (1) 原式} &= (2 - 21 + 16) + \left(\frac{7}{12} - \frac{2}{11} + \frac{5}{12} \right) \\ &= -3 + \frac{9}{11} \\ &= -2\frac{2}{11},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(2) 原式} &= (20.1 + 4.3) - (2.1 + 1.01 + 3) \\ &= 24.4 - 6.11 \\ &= 18.29;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(3) 原式} &= 2 \times 0.008 + 0.8 - (0.64 + 0.36) \div 10 \\ &= 0.016 + 0.8 - 0.1 \\ &= 0.716;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(4) 原式} &= \left(\frac{10}{3} \right)^2 + \frac{13}{2} \times \frac{12}{13} + 16 \div (-8 + 2) \\ &= \frac{100}{9} + 6 + \left(-\frac{8}{3} \right) \\ &= 14\frac{4}{9}.\end{aligned}$$

12. 求下列各式的值:

$$\text{(1) } 15\frac{3}{5} \div \left[\left(-2\frac{3}{4} \right) \div \left(-2\frac{3}{15} \right) + \left(-\frac{13}{15} \right) \times 1\frac{3}{4} \right],$$

$$\begin{aligned}\text{(2) } &-3^2 \times (-1.2)^3 \div (-0.3)^3 + \left(-\frac{1}{3} \right)^3 \\ &\times (-3)^3 \div (-1)^{37},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(3) } &(0.03 - 0.01)^3 + \sqrt[3]{-0.001} \\ &- (2 \times 0.04^2 - 0.0015).\end{aligned}$$

$$\text{解: (1) 原式} = \frac{78}{5} \div \left[\frac{11}{4} \times \frac{15}{33} - \frac{13}{15} \times \frac{7}{4} \right]$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{78}{5} \times \left(-\frac{4 \times 15}{16} \right) \\
 &= -58\frac{1}{2},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 原式} &= 9 \times 1.44 \div 0.027 + \frac{1}{9} \times 27 \\
 &= 480 + 3 \\
 &= 483,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \text{ 原式} &= 0.02^3 - 0.1 - (2 \times 0.0016 - 0.0015) \\
 &= 0.000008 - 0.1 - 0.0017 \\
 &= -0.101692.
 \end{aligned}$$

13. 求下列各式的值:

$$(1) \ 1 + \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}},$$

$$(2) \ \sqrt[3]{(\sqrt[3]{0.125} - \sqrt{0.64}) \div \frac{3}{10}},$$

$$(3) \ 7 \times [(-2) \times (3 \times 4 + 1) + 20] + 5.$$

$$\text{解: (1) 原式} = 1 + \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{\frac{2}{3}}}$$

$$= 1 + \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{3}{2}}$$

$$= 1 + \frac{4}{3} \div \left(-\frac{1}{2} \right)$$

$$= 1 + \left(-\frac{8}{3}\right) = -1\frac{2}{3},$$

$$(2) \text{ 原式} = \sqrt[3]{(0.5-0.8) \times \frac{10}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{(-0.3) \times \frac{10}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{-1} = -1,$$

$$(3) \text{ 原式} = 7 \times [-26 + 20] + 5$$

$$= -42 + 5 = -37.$$

14. 下列方程中，哪几个在自然数范围内有解？哪几个在整数范围内有解？哪几个在有理数范围内有解？哪几个在实数范围内有解？

$$(1) x+2=5,$$

$$(2) x-5=6,$$

$$(3) x+7=2,$$

$$(4) x^2-3=1,$$

$$(5) 3x+2=6,$$

$$(6) x^2+3=1.$$

解：(1)、(2)、(4)在自然数范围内有解。

(1)、(2)、(3)、(4)在整数范围内有解。

(1)、(2)、(3)、(4)、(5)在有理数范围内有解。

(1)~(5)在实数范围内有解。

15. 设A为有理数，B为无理数。用下列等式表示的命题中哪几个是真的？哪几个是假的？(A≠0)

$$(1) A+B=\text{无理数}; \quad (2) A \times B=\text{无理数};$$

$$(3) A-B=\text{无理数}; \quad (4) A \div B=\text{无理数}.$$

解：四个等式都是真命题。

16. 指出下面推导中的错误：

$$(1) \because (-4)^2=4^2, \text{ 则 } \sqrt{(-4)^2}=\sqrt{4^2}, \text{ 而 } \sqrt{a^2}$$

$$=a, \text{ 于是 } \sqrt{(-4)^2}=-4, \quad \sqrt{4^2}=4, \therefore -4=4.$$

(2) $\because -3\sqrt{4} = \sqrt{(-3)^2 \times 4} = \sqrt{36} = 6$, 而 $\sqrt{4} = 2$, 则 $-3\sqrt{4} = -3 \times 2 = -6$, $\therefore -6 \neq 6$.

解: 根据算术平方根的定义, (1)中 $\sqrt{(-4)^2} = -4$ 和 (2)中 $-3\sqrt{4} = \sqrt{(-3)^2 \times 4}$ 是错误的, 应改为 $\sqrt{(-4)^2} = 4$ 和 $-3\sqrt{4} = -\sqrt{3^2 \times 4}$.

17. 化简下列各式:

$$(1) \frac{|a|}{a},$$

$$(2) \frac{\sqrt{a^2} - \sqrt[3]{a^3}}{\sqrt[4]{a^4}}.$$

解:

$$(1) \frac{|a|}{a} = \begin{cases} \frac{a}{a} = 1 & (a > 0), \\ \text{不存在} & (a = 0), \\ \frac{-a}{a} = -1 & (a < 0); \end{cases}$$

$$(2) \text{原式} = \frac{|a| - a}{|a|}$$

$$= 1 - \frac{a}{|a|}$$

$$= \begin{cases} 1 - 1 = 0 & (a > 0), \\ \text{不存在} & (a = 0), \\ 1 + 1 = 2 & (a < 0). \end{cases}$$

18. 下列命题中, 哪些是真命题:

$$(1) a > b > 0 \implies |a| > |b|;$$

$$(2) |a| > |b| \implies a > b;$$

$$(3) |a| = |b| \implies a = b;$$

$$(4) |x+y|=|x|+|y|;$$

$$(5) a < b \implies |a| < |b|.$$

解：只有(1)是真命题。

19. 已知两实数 x 和 y ，证明：

(1) 若 $xy=0$ ，则 x 和 y 中至少有一个为零；

(2) 若 $x^2+y^2=0$ ，则 x 和 y 必同时为零。

证：用反证法。

(1) 若“ x 和 y 中至少有一个为零”的结果不正确，则 x 和 y 必都不是零， $\therefore xy \neq 0$ 。这与已知 $xy=0$ 矛盾。故 x 和 y 中至少有一个为零。

(2) 若“ x 和 y 必同时为零”的结果不正确，则 x 和 y 中至少有一个不为零。当 $x \neq 0$ 时， $x^2 > 0$ ， $x^2+y^2 > 0$ ，当 $y \neq 0$ 时， $y^2 > 0$ ， $x^2+y^2 > 0$ 。这与已知 $x^2+y^2=0$ 矛盾。故 x 和 y 必同时为零。