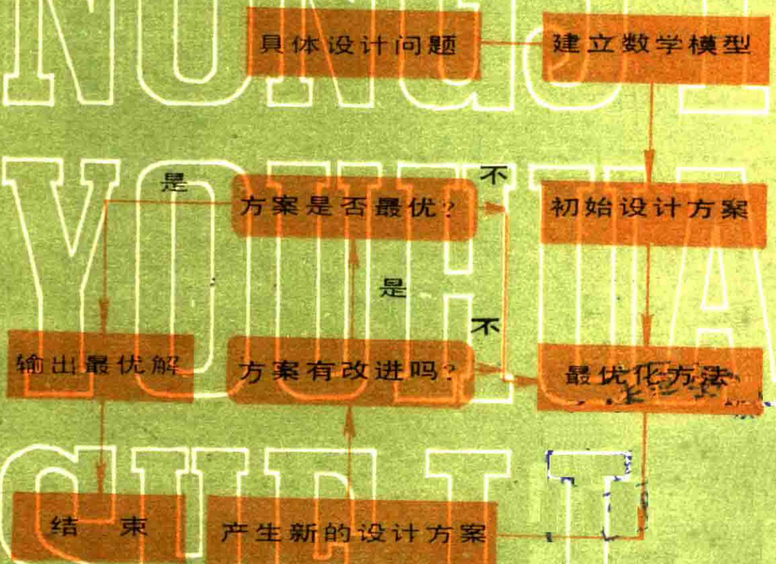
农机优化设计

赵学笃 编

NONGJI
YOUHUA
SHEJI



机械工业出版社

农机优化设计

赵学笃　编

机械工业出版社

内容简介

本书系统地介绍了农机优化设计的基本方法，对各种常用非线性规划问题的解法及其应用作了较详细的介绍，每种计算方法都附有农机设计的应用实例。为便于初学者上机实习，附有各种常用算法的BASIC语言程序。

本书取材适当，内容通俗易懂，以基础知识和应用为主，纯数学推导少，适于学时较少的教学和自学。本书是高等学校农机专业高年级大学生和研究生课的选修教材，也可作有关技术人员的自学用书。

农机优化设计

赵学笃 编

*

责任编辑：王世刚

封面设计：田淑文

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

吉林师范大学校办印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本787×1092 1/32·印张7.65插页 字数17.2千字

1986年11月北京第一版·1986年11月长春第一次印刷

印数 1—3000· ·定价：1.90元

*

统一书号：15033·6733H

前　　言

最优化技术是一门新兴学科。随着计算机的推广，最优化设计方法已广泛应用于各个领域。近几年，在大专院校的农机类专业中，较普遍地开设了农机优化设计课程，但缺乏与专业特点结合的教材。为满足教学需要和专业技术人员的自学进修，编写了这本书。

本书是在作者编写的农机优化设计讲义基础上，经过修改和补充而成的。讲义曾作为大学生选修课和技术短训班的教材使用过多次，取得了一定的效果。

最优化技术内容很多，由于篇幅所限(30学时左右)和考虑到农机设计的特点，本书只限于介绍非线性规划方法。在内容编排上，以概念和计算方法为主，减少数学推导。每章基本上都有应用实例，以便读者了解最优化数学模型的建立方法。书后附有常用算法的计算程序，作为初学者上机实习参考。

本书曾经吉林工业大学陈永昌教授审阅，在此表示致谢。

由于作者水平所限，书中难免有不少缺点和错误，请读者批评指正。

作　　者

一九八六年七月于长春

目　　录

第一章 引 言

最优化设计，简单的说，就是从尽可能多的设计中，寻求最优的设计方案，以最大限度地满足设计所提出的目标。在各个生产、管理、科研等领域中，普遍存在着最优化问题。目前最优化技术的应用，已深入到机械设计、自动控制、系统工程、交通运输和农业生产等方面，并且都已取得了显著的成效。

在农业机械方面，最优化设计的应用也逐渐增多，例如犁体曲面、插秧机构、拖拉机转向机构的优化设计，机架的优化设计和谷物清选装置的优化设计等。苏联对ПГП—35多石土壤犁的犁架进行的最优化设计表明，犁架的重量不仅可由原来的465kg，减轻到352kg，而且犁架断面的强度也提高了倍1.4。

第二次世界大战以后，随着数学规划的发展，尤其是随着电子计算机的飞速发展和现代科技与生产的需要，最优化技术得到了广泛的应用，已成为一门新兴的学科。

在一项设计中，如果需要确定较多的设计参数，以前多采用类比法，即参照已有的设计或经验数据，用分析对比的办法来确定所需的设计参数，或者选择有限的几种方案进行计算，最后根据设计要求确定一组较好的设计参数。一般来说，这样确定的设计方案，不可能是最佳的设计方案。但如果采用最优化方法进行设计，则有可能求得最佳的设计方案。

最优化设计的方法为，根据设计要求建立数学模型，选用有效的最优化计算方法，编制电算程序，在电子计算机上进行计算，最后求得最佳的设计方案。为了说明这种设计方

法的基本概念，下面先举一个简单的例子。

大家都知道，对于水平安装的搅龙（螺旋推运器），它的生产率（以输送物的体积计算）可以用下式表示

$$Q=\psi\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)\frac{Sn}{60} \qquad (1-1)$$

式中 Q —— 体积生产率；

D —— 螺旋的外径；

d —— 螺旋的内径；

n —— 搅龙的转速；

S —— 螺距；

ψ —— 充满系数。

现在提出这样一个问题，搅龙的这几个参数如何选择才能使它的生产率Q最高呢？需要对这几个参数进行分析。为保证输送物能沿搅龙轴向运动，搅龙的螺旋角需小于物料和螺旋叶片的摩擦角。在搅龙内径处螺旋角最大，所以

$$\alpha_r\leqslant\varphi$$

式中 φ —— 摩擦角；

α_r —— 内径处的螺旋角。

$$S=\pi d\,\mathrm{tg}\,\alpha_r\leqslant\pi d\,\mathrm{tg}\,\varphi$$

在极限情况下 $S=\pi d\,\mathrm{tg}\,\varphi$

转速 $n=\frac{60v}{\pi D}$，将n和S代入式（1-1）得

$$Q=\frac{\pi}{4}\psi v\,\mathrm{tg}\,\varphi\,\frac{d}{D}(D^2-d^2) \qquad (1-2)$$

式中 v —— 外径处的圆周速度。

很明显，v愈大，Q愈大。但v应有一定的限制，否则将引起输送物的破碎（如谷粒）或者消耗过多的功率。根据

具体的设计要求，为了搅龙的尺寸不致过大和保证搅龙轴有一定的刚度，D和d也应有一定的限制，即

$$D \leqslant D_{max}; \quad d \geq d_{min}$$

式中 D_{max}——外径所允许的最大值；

d_{min}——内径所允许的最小值。

不考虑圆周速度v时（因为它对Q的影响很明显），可把式（1-2）改为

$$Q_0 = \frac{D}{d}(D^2 - d^2) \tag{1-3}$$

Q_0和Q只差一个常数。在满足$D \leqslant D_{max}$和$d \geqslant d_{min}$条件下，D和d取怎样的一组值时可使Q_0最大呢？这就是最优化设计问题。

令 $d = x_1$，$D = x_2$，$f(x_1, x_2) = -\frac{x_1}{x_2}(x_2^2 - x_1^2)$；

$$g_1(x_1, x_2) = x_2 - D_{max} \leq 0 \tag{1-4}$$

$$g_2(x_1, x_2) = d_{min} - x_1 \leq 0 \tag{1-5}$$

这个问题在数学上可归结为，在满足式（1-4）和式（1-5）条件情况下，求函数$f(x_1, x_2)$的极小点(x_1^*, x_2^*)和极小值$f(x_1^*, x_2^*)$。所以最优问题，实际上是多元函数的条件极值问题。为了统一，一般都是求函数的极小值。当需求极大时，将函数的前面加一负号，化为极小问题。

x_1和x_2是设计中需要确定的参数，称为优化参数或设计变量；$f(x_1, x_2)$是评价设计好坏的指标，称为目标函数；式(1-4)和式（1-5）是设计结果需满足的条件，称为约束条件。条件极值点(x_1^*, x_2^*)称为最优点，极小值$f(x_1^*, x_2^*)$称为最优值。求最优点的方法，称为最优化方

法。

目前常用的最优化方法，具有以下两个特点：

（1）采用数值方法，而不是用分析方法；

（2）具有简单的逻辑结构，并能用相同的算术算法反复进行计算，以便用电子计算机运算。

一般来说，求最优点的计算是比较麻烦的，需按照一定的最优化方法编制程序在计算机上进行。计算机不断地产生新的设计方案，并由其逻辑断判能力判断新的设计方案是否有所改进和是否求得了最优设计方案。所以，进行最优化设计时，首先需将具体的设计问题转化为数学问题，即建立数学模型，而后用计算机求出最优化设计方案。这种设计方法，即使对于复杂的设计问题，也有可能得到最佳设计方案。它不仅可以提高设计效率，减轻设计者工作量，而且可提供较多的设计数据。优化设计的一般过程可用图1-1来表示。

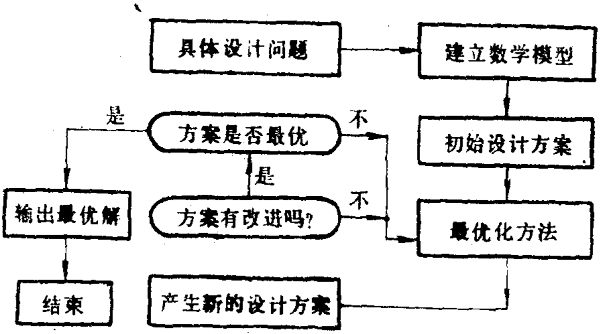


图 1-1　优化设计过程

最优化的内容很多，本书只介绍农业机械优化设计中常用的非线性规划问题。

第二章 最优化设计的数学模型

为了建立最优化设计的数学模型，下面先介绍几个基本名词术语。

第一节 设计变量和设计空间

农业机械的设计问题，一般都是合理地选择一组设计参数，使设计结果最大限度的满足设计要求。可供选择的设计参数称为设计变量，一组设计变量就是一个设计方案。几何参数（长度、角度和某点的坐标等）和物理参数（力、应力、力矩、功率、重量、速度、加速度或生产率等）都可作为设计变量，但设计变量间需相互独立。假设有 n 个设计变量 x_1，x_2，……，x，可将设计变量用列向量表示为

$$\mathbf{X}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}=(x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n)^T \qquad (2-1)$$

$x_i(i=1,2\cdots,n)$ 为向量的第 i 个分量。设计变量的数目 n 称为维数，n 维向量的全体称为 n 维向量空间。所以，每一个向量 $\mathbf{X}$ 代表 n 维空间中的一个设计点，也就是一个设计方案。设计点的全体，构成设计空间。例如上述搅龙的生产率，有两个设计变量，$n=2$，是二维问题，设计空间为一个平面。可以把设计平面（x_1，x_2）看作是由向量 $\mathbf{X}=(x_1, x_2)^T$ 所组成的向量场（图 2-1），平面上的每一点 $\mathbf{A}$ 都唯一地确定了一个向量 $\mathbf{OA}$，并且点 $\mathbf{A}=\mathbf{X}=(x_1,$

$x_2)^T$代表着一个设计方案。$n=3$时，设计空间为立体空间；如果$n>3$，$\mathbf{X}=(x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$组成的设计空间为超越空间。

设计变量的数目愈多，即维数愈高，设计方案优选的自由度愈大，设计结果愈易满足设计要求，但计算的复杂程度和所花的时间愈多，所以，应该选取那些对设计效果有较大影响的参数作为设计变量；而对于设计效果影响较小的参数，可根据已有设计、经验数据或其他条件选取适当的值，将其作为常量来处理。一般来说，在满足设计要求的情况下，应该尽量减少设计变量的数目。

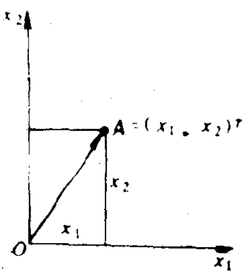


图 2-1 平面向量

图 2-2 所示为一插秧机的插秧机构，由 $OABCO$ 曲柄摇杆机构组成。图中的虚线为秧爪E 的运动轨迹。为了保证插秧质量，对运动轨迹有一定的要求。影响运动轨迹的参数有：点O和C的坐标，曲柄半径 r，杆件长度l_1、l_2、l_3、l_4，角度θ（相

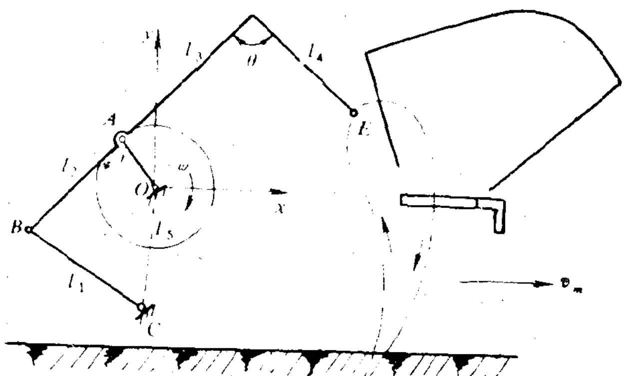


图 2-2 插秧机构

对轨迹）和曲柄角速度ω，机器前速度v_m（绝对轨迹）。ω和v_m是由株距决定的。如果选O点为坐标原点，则设计变量可选为r、l_1、l_2、l_3、l_4、θ、x_c和y_c，即

$$\mathbf{X}=(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)^T$$
$$=(r, l_1, l_2, l_3, l_4, \theta, x_c, y_c)^T$$

这是个八维的问题。对$\mathbf{X}$进行优化，可使秧爪的实际运动轨迹与给定的运动轨迹最大限度的吻合。

为了对问题进行简化，计算时一般认为设计变量都是连续变化的。对于某些情况，如弹簧的根数，齿轮和链轮的齿数，型钢的断面尺寸等，必须为整数或者必须为标准值。这时，优化过程中假定它们是连续变化的，求得最优点之后，再取与其接近的整数或标准值。具体办法是，假设在n个设计变量中有K个需要取整数或标准值的，可在K个设计变量的最优结果附近，沿两个方向各取一个标准值，作为待选用的值。这样，待选用的设计点共有2^K个。计算每个设计点的目标函数值并查检其是否满足约束条件。满足约束条件且目标函数值最小者，即为最终设计方案。

根据文献报导，200个设计变量的优化设计问题已得到解决。

第二节 目 标 函 数

在尽可能多的可行设计方案中，用以评价设计方案好坏的函数，称为优化设计的目标函数。目标函数是根据某一个或几个设计目标建立起来的以设计变量为自变量的函数，可以表示为

$$f(\mathbf{X})=f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \qquad (2-2)$$

最优化就是要优选出一组设计变量$\mathbf{X}^*$，使目标函数f

$(\mathbf{X})$ 达到最小值（最优值），即

$$\min f(\mathbf{X})=f(\mathbf{X}^*) \tag{2-3}$$

所以，目标函数 $f(\mathbf{X})$ 的值愈小，表示设计方案愈好。有时追求的是 $f(\mathbf{X})$ 达到最大值。这时，可在 $f(\mathbf{X})$ 前加一负号，就变为求最小值的问题了。

目标函数是设计所追求的目标，要有明确的物理意义。任何一个设计变量改变时，目标函数要有较明显的改变。目标函数的物理意义可以是：生产率最高，误差最小，工作性能最好，重量最轻，受力最小，成本最低或功耗最小等。上述搅龙的优化问题，是以生产率最高建立目标函数的。

如果设计追求的目标只有一个，称为单目标问题。但是在有些设计中，设计追求的目标不只一个，而是好几个，称为多目标问题。例如谷物脱粒装置的设计，不仅要求脱不净率低，而且希望谷粒的破碎少、断穗少、分离率高、脱出物的清洁度高和功率消耗少等。对于单目标问题，可以很容易地按照目标函数值的大小对设计方案进行评价。函数值愈小，设计方案愈好。但对于多目标问题，对设计方案的评价比较困难。到目前为止，如何处理多目标问题，还没有一套完整的方法。下面介绍两种较常用的方法。

一、主要目标法

根据设计目标分别建立目标函数，选其中最主要的一个作为优化的目标函数，而把其他的目标函数作为约束条件来处理，即在其他目标函数值满足一定要求的情况下，使主要目标函数的值最小。假设各设计目标的目标函数分别为

$$f_1(\mathbf{X}),\ f_2(\mathbf{X}),\ \cdots,\ f_k(\mathbf{X})$$

其中 $f_i(\mathbf{X})$ 为最主要的，则其优化的数学模型可写为

$$\min f_i(\mathbf{X})$$

$$f_{j\min}\leqslant f_i(\mathbf{X})\leqslant f_{j\max}\quad j=1,2\cdots,K;i\neq j。$$

$f_{j\min}$和$f_{j\max}$为第 j 个目标函数的允许取值范围。

例 2-1 在风扇筛子式清选机构的优化设计中，假定优化参数为筛子的振动频率 n、筛子在上止点时筛子的加速度 a、a 和水平线的夹角 θ、风扇的气流平均速度 v，即

$$\mathbf{X}=(x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4)^{\mathrm{T}}=(n,\ a,\ \theta,\ v)^{\mathrm{T}}$$

其中

$$x_1=\frac{n-280}{40};\ x_2=\frac{a-22}{4};\ x_3=\frac{\theta-28}{8};\ x_4=\frac{v-8}{2.12}$$

评价清选机构性能的指标主要有两个：在生产率一定的条件下谷粒的损失率和谷粒的清洁度。根据实验，当筛子的负荷为每平方米 2 kg/s和物料的湿度18%时，谷粒的损失率y_1和谷粒的清洁度y_2可用以下回归方程表示

$$f_1(\mathbf{X})=11.886+4.248x_2+5.74x_3+2.248x_4+3.278x_2x_3$$

$$f_2(\mathbf{X})=95.7-0.817x_1+0.6x_2+2.498x_4-0.59x_2x_4-0.612x_1^2-0.671x_2^2-0.316x_3^2$$

实验中变量的取值算围为

$$-1.546\leqslant x_i\leqslant 1.546\qquad i=1,2,3,4$$

对于清选机构，希望它的谷粒损失小，清洁度高。相比之下，谷粒损失比较重要。所以，把谷粒损失作为优化的目标函数，把谷粒的清洁度作为约束条件，即谷粒的清洁率只要不低于某一最小值就可以了。假若要求的清洁率不低于96%，这个问题的数学模型可写为

$$\min f_1(\mathbf{X})$$

满足约束条件

$$g_1(\mathbf{X})=0.96-f_2(\mathbf{X})\leqslant 0$$

$$-1.546 \leqslant x_i \leqslant 1.546 \qquad i=1,2,3,4$$

二、线性加权和法

这个方法是根据不同的设计目标分别建立目标函数，而后把这些目标函数加起来作为总的目标函数，以总的目标函数的数值来评价设计方案，即

$$f(\mathbf{X}) = W_1 f_1(\mathbf{X}) + W_2 f_2(\mathbf{X}) + \cdots + W_k f_k(\mathbf{X})$$

$$= \sum_{j=1} W_j f_j(\mathbf{X}) \qquad (2-4)$$

系数W_j称为加权因子，它的作用有三个：

（1）平衡各目标函数$f_j(\mathbf{X})$之间量纲的不同；

（2）平衡$f_j(\mathbf{X})$之间量级的不同；

（3）反映各目标函数$f_j(\mathbf{X})$之间的重要程度。设计目标愈重要，W_j的值应愈大。

各目标函数$f_j(\mathbf{X})$是根据不同的设计要求建立的，它们的物理意义和量纲不同，为了使它们能够相加，需要将其乘以有量纲的系数，把它们换算成同一种量纲单位。另外，$f_j(\mathbf{X})$的数值，相互之间可能相差很大。为了使各分目标函数$f_j(\mathbf{X})$相对于$f(\mathbf{X})$占有大致相同的比例，也需要乘以系数，使它们有相同的量级。

加权系数W_j的选取，是一个比较复杂的问题，设计者需根据自己的经验，或者对各项设计要求进行初算，人为地选择加权因子以消除在量级上存在的差异。

第三节　约　束　条　件

大多数设计问题，对于设计变量的取值有一定的范围，而且对设计结果可能有一些附加要求。也就是说，设计有一定的限制，这些限制称为设计约束或者约束条件。

例如图（2－2）所示的曲柄摇杆插秧机构，各杆件长度 r、l_1、l_2、l_3和l_4都应有一定的范围，而且为了能形成曲柄机构，各杆件的长度相互间需保持一定的关系，即曲柄的长度 r 应最短，曲柄与其他任一杆长之和必须小于其余两杆长之和。这些约束条件可表示为（图2－2）

$$g_{1\sim3}(\mathbf{X}) = r - l_i \leq 0 \qquad (i = 1, 2, 5)$$

$$g_4(\mathbf{X}) = r + l_1 - l_2 - l_5 \leq 0$$

$$g_5(\mathbf{X}) = r + l_2 - l_1 - l_5 \leq 0$$

$$g_6(\mathbf{X}) = r + l_5 - l_1 - l_2 \leq 0$$

$$g_{7\sim9}(\mathbf{X}) = l_{i\min} - l_i \leq 0 \qquad (i = 1, 2, 5)$$

$$g_{10\sim12}(\mathbf{X}) = l_i - l_{i\max} \leq 0 \qquad (i = 1, 2, 5)$$

$$g_{13}(\mathbf{X}) = r_{\min} - r \leq 0$$

$$g_{14}(\mathbf{X}) = r - r_{\max} \leq 0$$

因为以上的约束条件是以不等式表示的，称为不等约束条件。此外，在有些设计中，尚有等约束条件。例如设计一带盖的长方体形的容器，在用料面积一定的情况下使其体积最大。选长方体的长、宽、高（x_1、x_2、x_3）为设计变量，以长方体的体积V为目标函数，则

$$V = f(\mathbf{X}) = -x_1 x_2 x_3$$

约束条件为

$$h(\mathbf{X}) = 2(x_1x_2 + x_3x_2 + x_3x_1) - A = 0$$

上式即为等约束条件，其中A为给定材料的表面积。

所以，优化设计的约束条件可归纳为不等约束条件和等约束条件

$$g_j(\mathbf{X}) \leq 0 \qquad j = 1, 2, \cdots, p;$$

$$h_v(\mathbf{X}) \leq 0 \qquad v = 1, 2, \cdots, m。$$

约束条件都是设计变量$\mathbf{X}$的函数。优化过程中，一般每改变