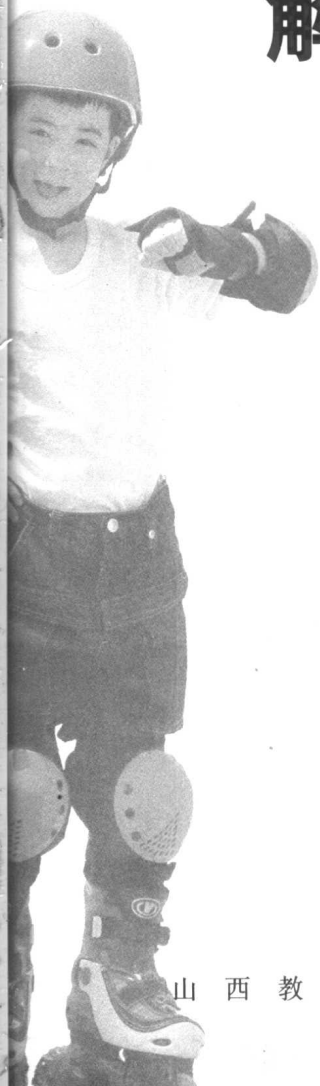


小学数学

奥林匹克竞赛 解题方法

大全

曾庆安 编著



山西教育出版社

出版宣言

掌握一个解题方法
比做一百道题更重要



我们常常会看到这样一种现象：不少同学整天忙着做作业，什么“课后练习”、“单元测试”、“升学练兵”，手头资料一大堆，习题做了好几本，但学习成绩就是不提高，考试成绩不理想，这是为什么？

究其原因，就是没有吃透教材的基本原理，就是没有掌握解题的科学方法。吃透原理，是学好功课的根本保证；掌握方法，是攻克难题的有力武器。只有弄清原理，才能思路清晰，从容对答；只有掌握方法，才能触类旁通，举一反三。不管遇到什么难题，都能得心应手，迎刃而解；不管参加何种考试，都能超水平发挥，一举夺标！

我们精心策划出版的这套《中国学生解题方法大全》就是期望为同学们提供最为全面、最为系统、最为实用、最为完备的各类解题方法。它以新教学大纲为指导，以“突出素质教育、激发创新思维、增强实践应用、培养解题技能”为宗旨，按照新教材的体系分章编写。书中既有方法点拨，思维开拓；又有例题分析，针对训练。方法灵活巧妙，题型系统全面，思路清晰顺畅，点拨恰到好处。可以说，本书是同学们“学好功课的方法宝库，攻克难题的新式武器”。

愿本书成为你学习的一个支点，撑起你知识的一片蓝天！

前 言

人们常说,数学是锻炼思维的体操。而数学奥林匹克竞赛中的许多题目更加灵活巧妙、更加生动有趣,分析解答这些题目需要更加严密的推理,有时还要用上一些非常巧妙而又特殊的方法,这当然就更能锻炼我们的思维了。

近十多年来,我一直在小学第一线进行数学奥林匹克兴趣小组的辅导,并潜心从事这方面的研究,取得了较令人满意的教学和教研成果。今天,我把自己多年的教学及教研心得汇成此书,献给全国的小读者和辛勤教育他们的老师们。

本书有以下三个显著特点:

一、题型全面系统,配有解题指导

本书的前二十章为题型介绍,对小学数学奥林匹克各类问题的题型特征、数量关系及相应的解法作了较全面的介绍和分析,同学们阅读之后都会有一个比较系统的了解;本书的后半部分(十三章)则集中讲授一些解题技巧,这些解题技巧都是从小学生的实际出发,不仅简捷、巧妙,同时还十分有趣。运用这些技巧来解答相应的问题准确而又快捷。

二、解法新颖巧妙,适合小学生理解

理解方法、掌握技巧是学好数学的关键。本书介绍的一些解题小“技巧”,符合小学生的思维特点和他们的认知水平,深受同学们喜爱。这些技巧大部分是我在多年的教学中发现、总结的,同时

还是第一次系统地向全国小朋友们作介绍。例如,拆数的几个小窍门;画“周期表”推算星期几;通分子,比分母;对号入座化连比;以实代虚;估值调整;巧抓变化等等,巧妙而有趣,易学、好用又好记。有了这些小“技巧”,不仅解题快捷,而且更能激发同学们学习数学的兴趣,提高灵活解题的能力。

三、讲练结合,利于辅导

本书分三十五章,共安排有五十个练习。每章都有若干道例题,然后配有较充分的练习,例题和练习题的设计,都力求做到由易到难,由浅入深。这些题目大多是从国内外各级各类小学生数学竞赛试题中挑选出来的,很有代表性,也极有训练价值。这些题目虽然有一定难度,但经过按题型或解题技巧分类编排之后,同学们在学习过程中一般都可以顺利完成。另外,本书的每一部分还可以独立成篇,这更给我们的学习和辅导带来极大方便。

在目前进行素质教育的形势下,我把这本书献给全国的小朋友和在教学第一线辛勤工作的老师们,心中无比快慰。同时再次感谢为本书提出了许多宝贵而有建设性的意见和所有关心、支持本书出版的朋友们。

由于时间仓促,加上本人水平有限,虽经这次修订,书中一定还有不少不足之处,欢迎批评指正。

曾庆安

2003年7月 海口



目 录

前言	1
上编 小学数学奥林匹克题型介绍	1
一、高斯算法	3
【解题指导】	3
【针对训练】 练习一	8
【解题指导】	9
【针对训练】 练习二	15
二、算式谜	18
【解题指导】	18
【针对训练】 练习三	21
三、数阵图	27
【解题指导】	27
【针对训练】 练习四	30
四、整除问题	37
【解题指导】	37
【针对训练】 练习五	40
五、余数问题	44
【解题指导】	44
【针对训练】 练习六	47



六、平均数问题	50
【解题指导】	50
【针对训练】 练习七	54
七、植树问题	58
【解题指导】	58
【针对训练】 练习八	61
八、工程问题	63
【解题指导】	63
【针对训练】 练习九	68
【解题指导】	71
【针对训练】 练习十	77
九、相遇问题	79
【解题指导】	79
【针对训练】 练习十一	82
【解题指导】	83
【针对训练】 练习十二	86
十、追及问题	89
【解题指导】	89
【针对训练】 练习十三	92
【解题指导】	94
【针对训练】 练习十四	97
十一、火车过桥	100
【解题指导】	100
【针对训练】 练习十五	101



十二、年龄问题	103
【解题指导】	103
【针对训练】 练习十六	107
十三、鸡兔同笼	111
【解题指导】	111
【针对训练】 练习十七	116
十四、盈亏问题	119
【解题指导】	119
【针对训练】 练习十八	121
十五、周期规律	123
【解题指导】	123
【针对训练】 练习十九	129
【解题指导】	133
【针对训练】 练习二十	136
十六、页码问题	138
【解题指导】	138
【针对训练】 练习二十一	143
十七、有趣的拆数	145
【解题指导】	145
【针对训练】 练习二十二	151



十八、按指定程序计算	154
【解题指导】	154
【针对训练】 练习二十三	156
十九、牛吃草问题	159
【解题指导】	159
【针对训练】 练习二十四	162
二十、推理问题	163
【解题指导】	163
【针对训练】 练习二十五	166
二十一、抽屉原理*	172
【解题指导】	172
【针对训练】 练习二十六	175
二十二、非十进数	178
【解题指导】	178
【针对训练】 练习二十七	181
【解题指导】	183
【针对训练】 练习二十八	186
下编 小学数学奥林匹克解题技巧	189
一、有序思考	191
【解题指导】	191
【针对训练】 练习二十九	195
【解题指导】	198
【针对训练】 练习三十	202



二、整体分析	204
【解题指导】	204
【针对训练】 练习三十一	212
【解题指导】	219
【针对训练】 练习三十二	222
三、计算技巧	226
【解题指导】	226
【针对训练】 练习三十三	233
四、以简驭繁	237
【解题指导】	237
【针对训练】 练习三十四	241
【解题指导】	242
【针对训练】 练习三十五	249
五、以实代虚	253
【解题指导】	253
【针对训练】 练习三十六	261
【解题指导】	265
【针对训练】 练习三十七	270
【解题指导】	272
【针对训练】 练习三十八	278
六、枚举筛选	281
【解题指导】	281
【针对训练】 练习三十九	287



七、估值调整	290
【解题指导】	290
【针对训练】 练习四十	295
【解题指导】	299
【针对训练】 练习四十一	302
八、变换角度	304
【解题指导】	304
【针对训练】 练习四十二	309
【解题指导】	310
【针对训练】 练习四十三	315
九、倒着推算	316
【解题指导】	316
【针对训练】 练习四十四	324
十、推向极端	328
【解题指导】	328
【针对训练】 练习四十五	334
十一、巧抓变化	338
【解题指导】	338
【针对训练】 练习四十六	341
十二、巧用分解	342
【解题指导】	342
【针对训练】 练习四十七	352



十三、联想转化	357
【解题指导】	357
【针对训练】 练习四十八	367
【解题指导】	370
【针对训练】 练习四十九	379
【解题指导】	382
【针对训练】 练习五十	393
附 录 1989 ~ 1999 年全国小学数学奥林匹克 竞赛试题及答案	403

小学数学奥林匹克
AO LIN PI KE

上
编

题
型
介
绍







一、高斯算法

【解题指导】

卡尔·弗里德里希·高斯(1777—1855)是世界著名的数学家。小高斯出生在一个德国的农民家庭里,由于家境贫困,他并没受过什么早期教育,但他很小的时候就聪颖过人,有很高的数学天赋。小高斯上小学一年级时,有一天,老师出了这样一道数学题让同学们计算:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 99 + 100 = ?$$

老师刚刚出完题目,全班小朋友都还在埋头计算,小高斯就很快说出了正确答案:5050。

小高斯是怎么巧妙地算出答案的呢?

原来他通过细心观察,发现1~100这一串数有一个十分明显的特征,即它们相邻两个数的差都相等。若把这100个数,从两头往中间逐个相加,它们的和又都相等: $1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = \cdots = 49 + 52 = 50 + 51$ 。像这样一共有 $50(100 \div 2)$ 个数对,每对的两个数的和为101。所以,它们的总和为:

$$\begin{aligned} & (1 + 100) \times 100 \div 2 \\ & = 101 \times 50 \\ & = 5050 \end{aligned}$$

归纳出一个公式,是:

$$(\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$$

注:在数学上,人们把1~100这些数中的每个数都叫做一个项,并把这样的一串数称做等差数列。

这就是“高斯算法”的公式。有了它,好多数学竞赛中的问题



解答起来就很方便了。

例 1 100 以内所有奇数的和是多少？

分析：100 以内的奇数，第一个是 1；第二个是 3；第三个是 5；……最后一个 99，一共有 50 个数。其和为：

$$(1+99) \times 50 \div 2 = 2500$$

答：100 以内奇数之和为 2500。

例 2 $1+2+3-4+5+6+7-8+9+\cdots+25+26+27-28=$

分析：仔细观察这个算式，发现它很有规律地出现着一些“减数”。因此，计算时应特别细心。下面介绍三种解法：

解法一：变减为加，整体推算。

(其中减数为 4 的倍数，共 $28 \div 4 = 7$ 个)

$$\begin{aligned} & (1+28) \times 28 \div 2 - [(4+28) \times 7 \div 2] \times 2 \\ & = 406 - 224 \\ & = 182 \end{aligned}$$

这样想：开始我们把减数当成加数来算了，所以后来应减去这些减数的 2 倍。

解法二：分组累计。

从头算起每四个数为 1 组，分别计算每组数的得数为：2、10、18……50。其和为：

$$\begin{aligned} & (2+50) \times 7 \div 2 \\ & = 182 \end{aligned}$$

这样想：四个数为 1 组，28 个数即可分成 7 组。所以项数是 7。

解法三：加数、减数分别统计。

减数全部拿出以后，剩下的加数是：



$$1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 9 \cdots + 25 + 26 + 27,$$

把这些加数每 3 个一组,并求出每组之和:

$$\begin{aligned} & (1 + 2 + 3) + (5 + 6 + 7) + (9 \cdots) + (25 + 26 + 27) \\ & = 6 + 18 + \cdots + 78 \\ & = (6 + 78) \times 7 \div 2 \\ & = 294 \end{aligned}$$

七个减数的和为:

$$\begin{aligned} & (4 + 28) \times 7 \div 2 \\ & = 112 \end{aligned}$$

原式的得数为:

$$\begin{aligned} & 294 - 112 \\ & = 182 \end{aligned}$$

例 3 小添添家的大时钟几点钟就敲几下,而且每半点也敲一下。这只时钟一昼夜共敲了多少下?

分析:我们先不考虑每半点敲的那些,从 1 点到 12 点,时钟分别敲了 1、2、3……11、12 下。利用“高斯算法”求出它们的和,再加上每半点钟敲的 12 下。因为一昼夜是 24 小时,时针要在钟面上转两圈,所以最后还应乘以 2。

列式为:

$$\begin{aligned} & [(1 + 12) \times 12 \div 2 + 12] \times 2 \\ & = [78 + 12] \times 2 \\ & = 90 \times 2 \\ & = 180(\text{下}) \end{aligned}$$

答:时钟一昼夜共敲 180 下。

利用“高斯算法”求和是非常巧妙的,但必须知道整个数列的首项、末项和项数各是多少,缺一不可。如果缺少了其中的某一个条件,又该怎么办呢?

通过对原数列的观察、分析,抓住前后数字间的联系,便可寻



找出求末项(或首项)、项数的方法。

例 4 有一列数:19、22、25、28……这列数的前 99 个数(从 19 开始算起)的总和是多少?

分析:求总和,必须先算出这个数列的末项(即第 99 个数)是多少。仔细观察它们的那前几项,不难发现:后一个数都比它前面的数大“3”(这就叫做这个数列的公差)。如果都与第一个数相比,第二个数比第一个数多 3;第三个数比第一个数多 2 个 3;第四个数比第一个数多 3 个 3……由此不难推想出,第九十九个数一定比第一个数多 98 个 3,它是:

$$\begin{aligned} & 19 + 3 \times (99 - 1) \\ &= 19 + 3 \times 98 \\ &= 19 + 294 \\ &= 313 \end{aligned}$$

再利用“高斯算法”求和:

$$\begin{aligned} & (19 + 313) \times 99 \div 2 \\ &= 16434 \end{aligned}$$

由此归纳出求末项的公式:

$$\text{首项} + \text{公差} \times (\text{项数} - 1) = \text{末项}$$

再来看看如何求项数。

例 5 从“99”开始,每隔三个数写出一个数来:99、103、107、111……“1999”是这列数中的第几个数?

分析:求项数的思考方法与例 4 基本相同,首先观察这列数的前几项,发现它们从第二个数开始,每个数都比它前面的数多 4 (即公差),仍拿它们都与第一个数相比,第 2 个数比第一个数多 4;第 3 个数比第一个数多 2 个 4;第 4 个数比第一个数多 3 个 4;……要知道“1999”是这列数中的第几个数,只要算一算它比第一个数多多少个“4”就可以了。列式为:

$$(1999 - 99) \div 4$$