

機械振動學

An Introduction To
Mechanical Vibrations

原著者：R.F. Steidel

譯述者：何建業

科技圖書股份有限公司

行政院新聞局登記證 局版台業字第 1123 號

版權所有 • 翻印必究

機械振動學

An Introduction To
Mechanical Vibrations

原著者：R.F.Steidel

譯述者：何 建 業

發行人：趙 國 華

發行者：科技圖書股份有限公司

台北市重慶南路一段 49 號四樓之 1

電 話：3118308 • 3118794

郵政劃撥帳號 0015697-3

79 年 9 月 2 版

特價新台幣 180 元

再版增訂本序文

在這本第二版正式出版後的二年中，發現有若干誤植之處，這些誤植部分雖非極端重要，但對讀者，出版者與我自己，總是覺得耿耿於懷，非予改正不快之感。茲乘重印之便，分別予以更正。

在最近兩年中，本人在加州大學 Berkeley 分校使用本書開課時，又出了二十道題給學生作為新習題。茲乘便在再印增訂本中作為附錄，以供練習之用。特加附誌。

R. F. Steidel 斯帝台爾

再版序

在本書第一版序文中，我曾說過寫這本機械振動教科書的理由，以及在振動方面教學的感想。教這門課後，對本書的章節編排，的確會有不同的構想，但自第一版出書到現在，我對振動方面的教學感想仍然未變，例如，我仍固執的認為，在第六章以前就將有關“阻尼”的振動系編入，是一種教學方式上的錯誤。

至於新版的範圍，由初版到現在尚無改變，或許多少有些偏重多自由度系。因而對基本原理能更為融會的重要性，是不言可喻的。散漫振動的重要性，正如預期中的降低。散漫振動起源於火箭引擎，因而散漫振動的使用只限於太空研究計畫中。當太空研究計畫完成，對散漫振動的興趣自然也會降低！

再版僅有若干小的變動。諸如，對遲滯阻尼的解釋予以擴展，習題的收集也予增多；若將兩版相比將會發現大約增加五十個新習題，同時淘汰些已經無用的問題。特別增加許多非線性振動習題。我仍然深信，要想學好機械振動，一定要細心做完習題才會有效。

本版採用國際制 (System Internationale, S.I) 單位。機械振動對採用何種單位較為適宜，一向有着太多的爭論，多到比振動本身所要解決的問題還多，其實，阻尼比、振幅比與頻率比等，都是無因次量，單位的選擇實在無關緊要。大部分振動量的度量，皆用微米 (μm)。記錄在狹長的圖上，用每秒微米刻度度量。示波圖，是用微米刻度度量。故國際制單位對我們較合邏輯。在本版中，已放棄慣用的單位以求適應。

有關扭轉振動部分 (本版第九章) 已由離散系 (本版第十章) 中獨立分出。在前版中，我將此兩大主題用一大章說明，這是我認為由 Holzer 及 W.Ker Wilson 兩位先生的努力，為多自由度系建立非常有價值的基礎。這兩位未借重電算機就已完成許多重要的成就。我個人覺得 Holzer 法雖是古典的，卻為近代數值分析的良好開導。當我們學習處理複雜的人類社會時，可用歷史作為借鏡，這一觀點在此處亦

然如此；我們不需再從頭浪費精力從頭來過。因之，第九章是否應包含在第十章，就留給讀者及先進自行去判斷。

本版承加州大學 Davis 分校的 Jerald Henderson 教授及 Berkeley 分校的 C. Daniel Mote Jr 教授，提供寶貴意見與觀念以及衆多無價的批評。同時，也要感謝 Columbia 的 Bogata 美國大學教授 Diaz-Jimenez，他和我在特殊問題上曾有密切的接觸，從他那裏學到了很多。由於他頗具說服力的信件大量寄來，使許多曖昧不明的問題，得以迎刃而解。使本書獲益良多。

我鼓勵你讀一讀初版的序文，並希望你很高興的享受研究機械振動的樂趣！

Robert F. Steidel, Jr 斯帝台爾

初版序

在讀到簡介機械振動教科書的序文時，一個埋在內心已久的問題又再度湧現，何以再增加一本有關機械振動的教科書呢？我寫書的理由很簡單，對有關機械振動方面的好書或論文我非常欽佩，但與我所從事研究的範圍卻無一相契合者。我試圖用自己的方式寫這本書，希望讀者能以我的感受來讀它，便不會有所誤解。

當我着手時，發覺機械振動有兩個研究主題。機械系統並非皆用抗振來設計。有些例外如在飛機設計，振動問題一旦發生總需面對着，如果不生問題，就可予以忽略。因之，經驗的累積，往往是解決問題之道。所以學習如何去解決振動問題，是首要的主題。其次對振動工程師而言，不僅要會解決問題，更要會解釋問題發生的原因。有關災害發生、診斷與解決的振動陳跡，在文獻上隨處可見，而“為什麼”卻永遠存在着，工程師應該解說為什麼結構系統要改變，材料要更換或速度要變更，以及成本要增加。解說給別人聽懂，是振動工程師的主要工作。說明要力求清楚、簡單、扼要，切題、切忌含糊不着邊際。

編本書的主要目的有三；第一是充實例題與習題。本書所收集的，較同類書為多。我喜歡用這種方式來處理。我深信良好的學習基礎在於多做習題。這是本人從事教育工作的信念，一直在鼓吹強調。多數工程學生在誨人不倦的師長督促下，夜晚伴着書本，對若干有意義的問題苦思冥想，多能學得很好。這些問題均應解到與確定答案相符為止，不應將問題留待他人給解。社會不僅要工程師對工作負責，並對誤差亦應負責。默守成規的工程師業已相沿成習，理應強調實際問題的解決。

第二個目的是觀念的加強。機械振動，並非不證自明的課題。振動，有其本身的用語，多數工程師必需對此有所瞭解。除非建立確切觀念，否則將無法討論機械振動問題，更不能談到解決問題。諸如座標、頻率與特徵頻率，模態、阻尼、相、振幅、過渡與穩態振動等觀念等均較簡單，但經常忽略非線性，不穩定性與散漫振動等較令人迷

惑的主題。我曾與機械及土木工程系高年級學生交談過，他們雖經常接觸到此類事項，卻並不能切實了解。

第三個目的是對涉及機械損耗的損失能或阻尼的探討。阻尼，一般視為黏滯性，但在機械工程上僅有兩種黏滯阻尼為衆所周知的，一為流體流經水槽的層流，一為流經孔口的層流，除此以外的阻尼，皆為別種阻尼。為何有些課本第一章就匆匆討論到黏滯阻尼，頗乏人費解。阻尼問題是否應考慮多自由度，依我的意見應不涉及。因論及多自由度時，不僅對說明並無助益，反而導致複雜難解。多數結構系的阻尼頗為輕微，一般只有臨界阻尼的 5 % 還少，除共振情況外，應可忽略不計。

前列的八章均屬簡介機械振動，適作十週教學的基本課業，第一至第六章可按每週一章的進度進行，七至八章則用兩週一章進度。其次序按自由振動及強制振動，阻尼與非阻尼，然後進入二自由度的討論，毋需涉及較二自由度為多的自由度。若能完全了解二自由度後，即使多到十個自由度亦可推演。

第九章及第十章論及多自由度以及此類問題的求解技巧。乃應校閱者與出版者的建議而補入，並不準備納入課堂課程之用，為數達全書四分之一。期望學生在畢業後作繼續研究用。或作為延長教學時間為十四週之用。依教師個人的意見而定。當然時間愈多愈好。例如第九章用三週，第十章用一週來分配。

在前的八章中，每章均含有二節或三節，每節意指一節課，且每節均附有習題，以增強對該節的了解。每週能解五題即已足夠，過多將影響其它課程。至於題的難易並無特別區分，端視個人而定。

謝辭從略！

R.F.Steidel,Jr 斯帝台爾

目 錄

再版增訂本序文

再版序

初版序

第一章 動力學

1.1 序 論	1
1.2 位移、速度與加速度	2
1.3 座 標	5
1.4 運動力方程式	8
1.5 質點動力學	18
1.6 剛體運動力學	20
1.7 功與能	26
1.8 衡量與動量	27

第二章 週期運動

2.1 引 言	37
2.2 自由振動	38
2.3 諧和運動	40
2.4 扭轉振動	48
2.5 單 擺	50
2.6 複 擺	51

第三章 能量法與Rayleigh 原理

3.1 能量法	65
3.2 單自由度	66
3.3 Rayleigh 能量法	67
3.4 基準位的選擇	68
3.5 彈性構件的質量效應與型態	76
3.6 分佈參數	79
3.7 彙總系統	80
3.8 Rayleigh 原理	87

第四章 強制週期運動

4.1 引 言	99
4.2 非阻尼的強制諧和振動, $F(t) = F_1 \sin \omega t$	99
4.3 由 $F(t) = F_1 e^{i\omega t}$ 所產生的強制振動	102
4.4 由旋轉非平衡力 $F(t) = m_0 \omega^2 e \sin \omega t$ 所產生的強 制振動	102
4.5 傳輸力與振幅隔離	104
4.6 諧和地基運動所生的強迫振動	105
4.7 振動量度儀器	106
4.8 諧和分析	117
4.9 諧和係數的數值解	119
4.10 每循環作的功	121
4.11 非綫性系統的強制振動	132

第五章 起始條件與暫態振動

5.1 導 言	142
5.2 矩形階級強制函數	142
5.3 斜坡或綫性增加強制函數	144
5.4 指數衰減階級函數	144

5.5 強制函數的組合	146
5.6 狀態空間與相平面	155
5.7 矩形階級脈衝的狀態空間反應	157
5.8 拉普拉斯轉換法的應用	161
5.9 結 合	162

第六章 阻 尼

6.1 引 言	171
6.2 黏滯阻尼	171
6.3 對數減量	176
6.4 黏滯阻尼的能量損耗	177
6.5 比阻尼	178
6.6 遲滯阻尼	183
6.7 複合剛性	187
6.8 Coulomb 阻尼	192
6.9 阻尼自由振動的結論	195

第七章 阻尼強制振動

7.1 引 言	201
7.2 強制阻尼諧和振動, $F(t) = F_1 \sin \omega t$	201
7.3 由旋轉非平衡力所起的強制阻尼振動	205
7.4 傳送力與振動隔離	207
7.5 感震儀	209
7.6 遲滯阻尼的強制諧和振動	218
7.7 乾摩擦阻尼的強制諧和振動	221
7.8 等效黏滯阻尼	223
7.9 散漫振動	229

第八章 二自由度

8.1 自由振動與頻率方程式	242
----------------------	-----

4 機械振動學

8.2	模式與模態分式	245
8.3	二自由度的主座標	256
8.4	聯結模式與聯結座標	258
8.5	強制振動	267
8.6	動力振動吸振器	270
8.7	力與運動的傳遞	275

第九章 扭轉振動

9.1	離散系	280
9.2	扭轉振動	280
9.3	Holzer 法	283
9.4	動力等效系	285
9.5	扭轉系的強制振動	286

第十章 離散系

10.1	運動的矩陣方程式	302
10.2	影響係數法	304
10.3	矩陣迭代法	306
10.4	Dunkerley-Southwell 方程式	307
10.5	主模式的正交性	309
10.6	主座標	310
10.7	多自由度的強制振動	312
10.8	狀態向量與轉移矩陣	328
10.9	強制振動與擴張矩陣	332
10.10	採的轉移矩陣	342
10.11	無維轉移矩陣	345

第十一章 分佈系

11.1	引言	354
11.2	波動方程式	357

11.3 均一採的側向振動	366
11.4 旋轉與剪力效應	369
11.5 軸載荷效應	370
參考書目	379
附錄A 新增習題	380
附錄B 常用Laplace轉換式	388

第一章 動力學

1.1 序 論

振動 (vibration) 的最簡單定義是搖擺運動 (oscillating motion)。昔日對此搖擺運動的具有“週期性”，置信不疑，且屢見於定義中。至今則不盡然。目前不僅對非週期性與暫態運動 (transient motion) 具有興趣，且有分析方法作為分析用。惟對於此類運動的連續性或平均值，其意義尚存有若干疑義之處。而這些最大應力，平均位移或某些反應力的量度等預估，正是從事工程人們最具興趣的。

在作任何振動研究，必需先複習動力學 (dynamics)，因振動為運動的首要，而動力學正是用來說明研究剛體運動及達成運動的外力的學科。其中，運動學 (kinematics) 研究運動的幾何關係，而與外力及質量無關。運動力學 (kinetics) 則為研究作用外力與剛體運動間的關係。

動力學與振動力學的合理分析，首由 Galileo (1564 - 1642) 開始。他 20 歲時 (1584)，正確地構想出同步單擺原理 (principle of the isochronous pendulum)。1657 年，荷蘭數學家 Huygens (1629 - 1659)，將此原理應用於時鐘製造上。1590 年，Galileo 以其發現並證實落體定律而獲得實驗物理學的輝煌成就，他在運動及加速度上的努力成果，為 Newton (1642 - 1727) 所導出的運動定律，奠定了不朽的基礎。

此後二百多年中，對振動有興趣的研究，僅限於單擺週期、天體運行、潮汐漲落以及攝動 (perturbation) 等數項而已。直到十九世紀末，由於高速機器的發展，引發機械振動 (mechanical vibration) 現象與種種問題。由 Strutt 與 Rayleigh (1842 - 1919) 兩氏，發

2 機械振動學

展了機械振動原理，對近代振動理論的建立，貢獻至偉。至今，仍有許多專家學者為此理論發揚光大而努力，特別值得提的是 Timoshenko 與 Hartog 兩氏的著作。他們不僅是致力解決機械振動問題的先驅，更是啟發後進的偉大導師。

1.2 位移、速度與加速度

運動學並不涉及力或質量，僅與位移、速度、加速度及時間有關。

綫位移 (linear displacement) 的定義，係由某特定點由基點 (origin) 起，沿運動路徑所量度的有向距離。因為此量具有方向性，故為向量 (vector)，遵從一切向量特性與定律。若基點固定，則為絕對位移，當此基點為動點，則為相對位移。相對與絕對的概念，對動力學相當重要。牛頓運動定律，即描述力、質量與絕對加速度間的關係。

在圖 1.1 中，向量 $\mathbf{s}$ 為點 P 由原點度量的位移，此向量 $\mathbf{s}$ 適用於任何座標

$$\mathbf{s} = \mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z} \quad (1.1)$$

這問題的物理意義，與選擇的座標無關。故最好選擇較為方便的座標以利數學運算。

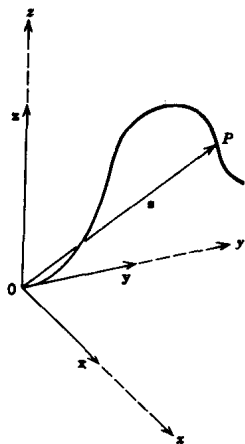


圖 1.1

點 P 的瞬時速度，即為位移 s 對時間的變率

$$\mathbf{v} = \frac{ds}{dt} = \dot{s} \quad (1.2)$$

變數頂上的點記號，為該變數對時間的一次微分的習慣表示法。變數頂上若加有兩點，則表示對時間的兩次微分，如此，可得簡單而清楚的表示微分導數符號。當另有其他變數也是時間的函數時，應注意微分的對象，以免造成混淆。

若點 P 沿直綫運行，譬如說沿 x 軸，如圖 1.2，則位移與速度僅為 x 座標的函數。此時，即可用純量（scalar）符號來描述運動情形。

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad (1.3)$$

因僅需單一座標，即可決定點 P 的位置，故稱點 P ，含一自由度（degree of freedom）。

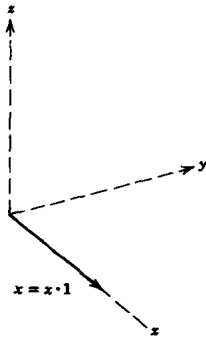


圖 1.2

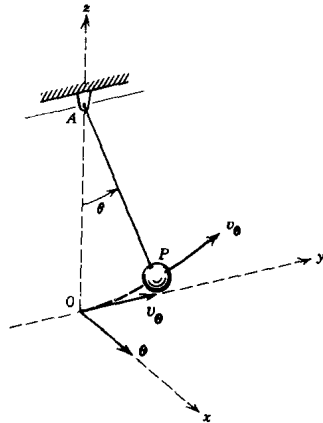


圖 1.3

此亦可用於曲綫運動，如圖 1.3 的單擺，沿 $z-y$ 平面移動，速度 $\mathbf{v}_\theta$ 的方向與單擺的動路（path）相切，並受系統的抑制。此速度向量的大小，與角位移（angular displacement）的時間變率成正比，即

$$\mathbf{v}_\theta = \dot{\theta} \times \mathbf{l} \quad (1.4)$$

4 機械振動學

其中， l 為 A 點到 P 點的有向距離，也是單擺長。此速度可分解成 z 與 y 兩個分向量

$$\mathbf{v}_0 = \dot{z} + \dot{y} \quad (1.5)$$

其中，需要 z 與 y 兩個座標及另一幾何約束 (geometric constraint) 方程式，如

$$l^2 = (l-z)^2 + y^2$$

瞬時加速度 (instantaneous acceleration)，即為速度對時間的變率，可依座標的方便而分成數個分向量來表示

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{s}} \quad (1.6)$$

同樣，如加速度為單座標函數時，得用純量來表示。

以上所論及的皆為質點運動。若涉及剛體運動，尚需考慮角位移。

角位移，為與參考綫相對的角位置變化。圖 1.4 中，綫 AB 由原位置移到 $A'B'$ ，在綫 AB 與 $A'B'$ 間的夾角，即為綫 AB 的角位移，用 θ_{AB} 表示。此量亦具方向性，用垂直於發角位移的平面作為其方向，而以角位移的比值為其大小。若 A 點與 B 點的綫位移一致，則綫 AB 不具角位移。利用綫位移與角位移的組合，可完全描述剛體的三

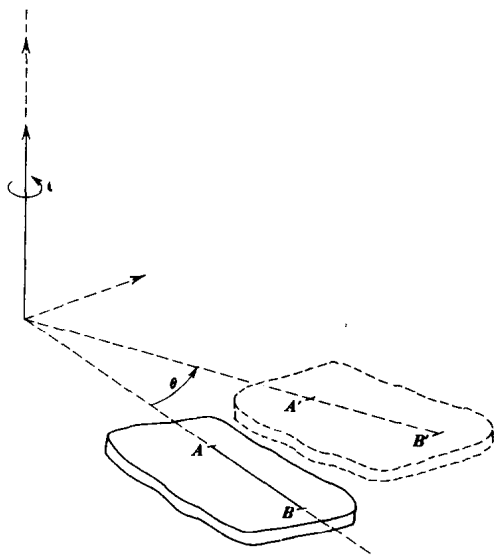


圖 1.4

維運動 (three-dimensional motion) 。

角速度，為角位移對時間的變率。與綫速度類似的定義可得

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \quad (1.7)$$

角加速度，為角速度對時間的變率

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\theta} \quad (1.8)$$

當角運動僅為單座標函數時，可如前述用純量表示。

1.3 座 標

座標選擇，是動力學研究與求解的重要步驟。即使是最簡易的問題亦將因座標取決不當而變得困難而複雜。振動力學更是如此，宜多加注意。

諸如卡氏座標 (Cartesian coordinates) 與極座標 (polar coordinates) 應用較廣，但任何位移量皆可作為座標，若選用較適用與獨立的量作為座標，可獲得不少方便。

圖 1.5，為圖 1.3 所示的單擺運動，可用卡氏座標 z ， y 表示，亦可依 θ 角表示，但以 θ 角表示較為方便。此單擺為一自由度的運動，因之，可將該運動局限在一平面內。單擺若是定長，僅需選 θ 為座標，用卡氏座標 z ， y 表示時，需滿足 $z^2 + y^2 = l^2$ 的約束 (constraint)；約束條件在求解過程的重要性不亞於座標系統的選擇，若能認清該運動極限的約束，通常可用較少的座標，即可完全描述運動過程。完全描述運動所需的最少座標，與該系統的自由度有關。當採用比自由度較多數目的座標時，亦意味着需有座標數目，與自由度數目相差數目的足夠約束方程式。

一組能描述運動通性與標定約束的座標，稱為廣義座標 (generalized coordinate)。圖 1.5a 中的角座標 θ ，即為一般化座標，標定出單擺的定長為系統的約束，但綫座標 (linear coordinates) z ， y 則不然。圖 1.5b 中的半圓柱體，不論用角座標 θ 或用綫座標 x 皆可描述此運動，其間互有聯聯，由 $r d\theta = dx$ 可看出。不論採用何種，皆有其方便處。