

〔苏联〕 A. И. 魏尼克主編 徐国英譯

铸造中的热交换问题

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书在理論上和試驗方面研究了在溫度間隔內的鑄件凝固过程和金属性能,鑄件的人工(加速)冷却,收縮缺陷的形成机理。同时也探討了下列一些新問題,例如:在以标准化通用元件組裝成的硬模內鑄造,鑄鉄在水冷鋁質硬模內鑄造,应用空气渗透过鑄型来冷却鑄件,真空鑄造时的对流热交换,冲天炉預热送风等。此外也提出了有关选择成型鑄件的冒口和澆注系統的建議。

本书可供有关的科研人員、高等院校師生和工厂的工程技術人員参考。

ПРОБЛЕМЫ ТЕПЛОБМЕНА ПРИ ЛИТЬЕ

А. И. Вейника

Редакционно-издательский отдел БПИ им. И. В. Сталина

МИНСК • 1960

鑄造中的热交換問題

徐 国 英 譯

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业许可证出 093 号

上海市印刷六厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 787×1092 1/32 印张 6 24/32 排版字数 148,000

1964年11月第1版 1964年11月第1次印刷

印数 1-5,500

統一書号 15119·200 定价(科七) 0.95 元

目 录

第一章	鑄件冷却过程的研究	1
1.	在温度間隔內鑄件凝固过程的理論計算	1
2.	各种因素对鑄件凝固过程的影响	15
3.	鑄鉄件在鋁质硬模內冷却过程的研究	29
4.	鑄件人工冷却过程的近似計算	43
5.	应用空气渗透过鑄型来冷却鑄件	53
第二章	鑄型和鑄件热物理特性的研究	67
1.	結晶温度間隔內合金热物理特性的試驗研究	67
2.	确定型砂热物理特性的方法	74
第三章	鑄件中收縮現象的研究	81
1.	鑄件中收縮缺陷的形成机理	81
2.	成型鑄件冒口的計算法	100
3.	金属凝固收縮的近似計算	118
第四章	热交換的特殊問題	134
1.	应用标准化通用元件組裝硬模	134
2.	毛細多孔性物体高温热交換和质量交換过程的試驗研究	146
3.	潮湿物体高频加热时的热交換和质量交換	158
4.	真空中的对流热交換	169
5.	澆注系統	190
6.	基洛夫工厂对冲天炉用热交換器工作的研究	201

第一章 鑄件冷却过程的研究

1. 在温度間隔內鑄件凝固过程的理論計算

A. И. 魏尼克

在本节中将研究解决有关在温度間隔內鑄件凝固課題的物理先决条件,提出問題的普遍理論,随后借助于消去变數的方法来求得所提課題的近似解答。

合金在結晶温度間隔內的热物理性能

我們知道,鑄件內的极大多数的各种缺陷都是当其在結晶温度間隔內冷却时所形成的。因此首要的任务是研究鑄件在温度間隔內的凝固过程,但是如果不熟悉合金在这个間隔內的物理性能,那末就不可能进行这样的研究。

确定凝固过程的最重要的合金性能是結晶比热,它按照状态图的特点,以复杂的形式分布在結晶温度的間隔 $\Delta t_{\text{кр}}$ 內。

結晶比热在間隔 $\Delta t_{\text{кр}}$ 內的分布規律,可以借助于光譜結晶比热的概念[1]来确定:

$$\rho_{\text{кр}} = \frac{d\rho}{dt} \text{ 大卡/公斤}^\circ\text{C},$$

式中 ρ ——合金的全部結晶比热(大卡/公斤);

t ——温度($^\circ\text{C}$)。

合金温度变化为 dt 值时,伴随着将放出(或吸收)数量为 $d\rho$ 的結晶热。确定光譜热的方法,可參見本书的第二章和著作[1]。

$$d\rho = \rho_{\text{en}} dt \text{ 大卡/公斤。}$$

將上式在 $t_{\text{coз}}$ (固相綫) 到 $t_{\text{лик}}$ (液相綫) 的溫度範圍內進行積分時, 即可求得合金的全部結晶比熱為

$$\rho = \int_{t_{\text{coз}}}^{t_{\text{лик}}} \rho_{\text{en}} dt \text{ 大卡/公斤。}$$

有效的光譜結晶熱包括了光譜結晶熱和在過程中合金溫度降低 dt 時所放出的蓄熱, 即

$$\rho_{\text{en.эф}} = \rho_{\text{en}} + c \text{ 大卡/公斤 } ^\circ\text{C},$$

式中 c —— 合金的比熱 (大卡/公斤 $^\circ\text{C}$)。

合金的全部有效結晶熱為

$$\rho_{\text{эф}} = \int_{t_{\text{coз}}}^{t_{\text{лик}}} (\rho_{\text{en}} + c) dt = \rho + c_{\text{cp}} \cdot \Delta t_{\text{кр}} \text{ 大卡/公斤,}$$

式中 c_{cp} —— 合金在間隔 $\Delta t_{\text{кр}}$ 內的平均比熱值 (大卡/公斤 $^\circ\text{C}$)。

ρ_{en} 和 $\rho_{\text{en.эф}}$ 這兩個值都是溫度的函數, 並取決於合金的狀態圖。

合金的其他熱物理特性 (比熱、導熱率等等), 可用已知的方法來求得。對合金在間隔 $\Delta t_{\text{кр}}$ 內的凝固過程進行理論和試驗研究時, 都要用到所有的這些特性。

問題的數學公式表述

現在讓我們來研究鑄件在溫度間隔內凝固的兩個不同情況——平衡凝固情況 (相當緩慢) 和不平衡凝固情況 (具有過冷卻)。平衡凝固對實踐來說有着最大的意義, 因為金屬的過冷卻通常是可以忽略不計的, 但是第二種情況也是可能存在的, 此外它在理論上使我們感到較大的興趣。

在平衡過程的條件下, 光譜結晶熱 ρ_{en} 、有效光譜結晶熱 $\rho_{\text{en.эф}}$ 和比熱 c 都是溫度的函數。

在一般情况下，表述热量在铸件内传播过程的热传导微分方程式相应于平衡过程时可写成下列形式：

$$\gamma \rho_{\text{ст.эф}} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right),$$

式中 γ ——铸件材料的重度(公斤/米³)；

τ ——时间(小时)；

λ ——导热率(大卡/米·小时 °C)；

x, y 和 z ——点子的坐标(米)。

导热率 λ 与温度有关。

对于单维温度场，得

$$\gamma \rho_{\text{ст.эф}} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right),$$

或

$$\gamma \rho_{\text{ст.эф}} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial \lambda}{\partial t} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)^2.$$

当 $\lambda = \text{const}$ 时，

$$\gamma \rho_{\text{ст.эф}} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}. \quad (1)$$

对于实际计算来说， $\rho_{\text{ст}}$ 和 $\rho_{\text{ст.эф}}$ 之值可以利用下列的多项式通过温度来表示：

$$\rho_{\text{ст}} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n \text{ 大卡/公斤 } ^\circ\text{C}; \quad (2)$$

$$\rho_{\text{ст.эф}} = a'_0 + a'_1 t + a'_2 t^2 + \dots + a'_n t^n \text{ 大卡/公斤 } ^\circ\text{C}, \quad (3)$$

式中 a 和 a' ——由状态图形式和合金成分性能所确定的常值系数。

比热 c 在大多数情况下，可以被视作为常值，并且取为该段温度中的平均值。

将合金结晶的热效应通过热源来表示时，热传导微分方程式则可按另一种方式改写成：

$$\gamma c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) - \gamma \rho_{\text{en}} \frac{\partial t}{\partial \tau},$$

或(当 $\lambda = \text{const}$ 时)

$$\gamma c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - \gamma \rho_{\text{en}} \frac{\partial t}{\partial \tau}. \quad (4)$$

这里,热源的容量为

$$\gamma \rho_{\text{en}} \frac{\partial t}{\partial \tau},$$

它是通过合金的光谱结晶热来确定的。这种热源的表示形式,比之 A. Г. 科列斯尼柯夫[2]所采用的较为方便。按照 A. Г. 科列斯尼柯夫方法,热源的容量是用下列公式来确定:

$$\gamma \rho \frac{\partial i}{\partial \tau},$$

式中 i ——固相的相对数量(所谓冰冻性)。

实质上, A. Г. 科列斯尼柯夫在课题的提出中引入了一个附加的中间参数—冰冻性,这就使问题大大地复杂化(冰冻性 $di = \frac{\rho_{\text{en}}}{\rho} dt$)。

不难看出,方程式(1)和(4)是根据下列的关系

$$\rho_{\text{en.сф}} = \rho_{\text{en}} + c$$

而相互变换的。

必须强调指出,方程式(1)和(4)中的每一个都同时表述了铸件所有三个区域的温度场——固态区、液态区、过渡区。这样的提法较之对每个区写出其各自的热传导方程式,并且将所有的这些方程式用分隔区域的边界条件相联系起来(斯蒂芬在求解有关湿土在固定温度下冻结问题时就采用了这种提法[3])较为优越。

方程式(1)或(4)与相应的边区(起始和边界)条件一起是

用数值法来求解的。根据所求得温度場，即根据所求得的函数 $t=t(x, \tau)$ ，可同样地来确定鑄件的凝固規律，这个規律确定了液相面（由坐标 ξ_{π} 来决定）和固相面（由坐标 ξ_0 来决定）随着时间的推进特性。換句話說，求得了下列的函数形式：

$$\xi_{\pi} = \xi_{\pi}(t_{\text{лик}}, \tau);$$

$$\xi_0 = \xi_0(t_{\text{сол}}, \tau)。$$

过渡区每一点的固相数量和組成，是按鑄件的溫度場和合金的状态图来确定的。

如果金属凝固的进行是不平衡的話（具有过冷却），那末課題就可以近似地利用 Δt 值的公式来表述， Δt 表征了不平衡状态时的凝固温度相对平衡状态时的下降值。

按照近代的結晶理論[4,5]，結晶速度直接与液相的过冷却值 Δt 有关。当金属在溫度間隔內凝固时，結晶速度可近似地与合金温度随時間改变的速度 $\left(\frac{\partial t}{\partial \tau}\right)$ 相比照。同样必須假設，在一般情况下，过冷却值 Δt 取决于凝固温度，亦即取决于所研究的单元在 $\Delta t_{\text{кр}}$ 間隔內的哪一个具体温度。因此可以认为

$$\Delta t = \Delta t \left(\frac{\partial t}{\partial \tau}, t \right)。$$

光譜結晶热和有效光譜結晶热，就成为过冷却的函数。因此，公式(2)和(3)应改写成下列形式：

$$\begin{aligned} \rho_{\text{ен}} = & b_0 + b_1(t + \Delta t) + b_2(t + \Delta t)^2 + \dots \\ & + b_i(t + \Delta t)^i \text{ 大卡/公斤 } ^\circ\text{C}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \rho_{\text{ен.эф}} = & b'_0 + b'_1(t + \Delta t) + b'_2(t + \Delta t)^2 + \dots \\ & + b'_i(t + \Delta t)^i \text{ 大卡/公斤 } ^\circ\text{C}. \end{aligned} \quad (6)$$

可以用下列方式来解釋这个結果。图 1 上曲綫 $ADEFG$

表述了在平衡过程条件时比热与温度的关系，曲线 $ADCFG$ 表述了有效光谱热与温度的关系。在不平衡过程时，平衡曲线 DCF 上的每一点都向左偏移了一个 Δt 值，并且 Δt 在一般情况下是 $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ 和 t 的函数。因而得到了反映 $\rho_{\text{en.сф}}$ 值与温度关系的曲线 $ABEFG$ （在一定的合金冷却速度 $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ 时）。

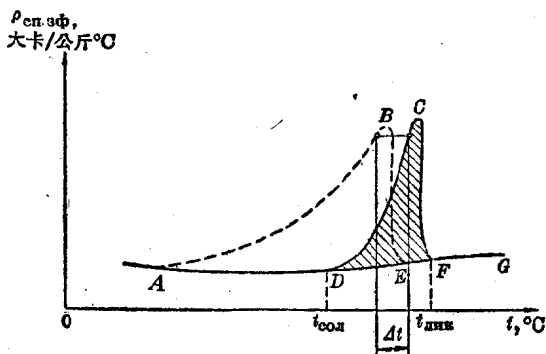


图1 平衡和不平衡过程时合金的有效光谱结晶热与温度的图解关系(有截面线的面积相当于平衡过程时合金的全部结晶比热)

从结晶理论已知，对金属来说结晶速度与过冷却 Δt 的关系具有着偏离坐标原点的曲线形式。这时，结晶速度随着过冷却的增加而增长（相应于很大过冷却的曲线下降区段，在实践上并未观察到）。因而假如忽略 Δt 与 t 值的可能关系，那末根据试验数据就可近似地写出：

$$\Delta t = c_0 + c_1 \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} \right) + c_2 \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} \right)^2 + \dots + c_j \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} \right)^j \text{ } ^\circ\text{C} \quad (7)$$

或(更简单些)

$$\Delta t = A \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} \right)^m;$$

式中 $c_0, c_1, c_2 \dots c_j$, A 和 m ——試驗系数, 且 m 小于 1。

由此可見, 在不平衡条件时, 鑄件在温度間隔內的凝固問題的近似解答, 归結为將非綫性微分方程式(1)或(4)与式(5)~(7)及相应的边界条件进行积分。課題可以用数值法来求解。

相似理論的应用

由于数值法的繁复性, 因此有时宜于利用相似理論来求解所提出的課題。按照这个理論, 首先进行試驗, 然后将試驗的結果提出成为相似准則形式的关系, 这些相似准則是从相应的微分方程式和单值性条件所求得。由于这样的提法, 所得的試驗关系就具备了所要求的普遍性。

对于鑄件在鑄型中凝固过程來說, 其相似准則組被列于著作[6]中。为了組成新的准則組, 必須考虑到結晶温度間隔和熔化金属过冷却的影响。这一点可以按照方程式(1)~(7)的分析来进行。例如, 从方程式(1)中得出了新的均时性准則:

$$\frac{\lambda}{\gamma \rho_{\text{сп.эф}}} \cdot \frac{\tau}{l^2}$$

或准則

$$\frac{ul^2 \gamma \rho_{\text{сп.эф}}}{\lambda t}$$

式中 l ——鑄件的特征尺寸;

$$u = \frac{\partial t}{\partial \tau}。$$

从方程式(4)中求得:

$$\Gamma_0 = \frac{\alpha \tau}{l^2} \text{ 和 } \frac{\rho_{\text{сп}}}{c}$$

或

$$\frac{u^2 \gamma c}{\lambda t} \text{ 和 } \frac{u^2 \gamma \rho_{\text{ст}}}{\lambda t},$$

式中

$$a = \frac{\lambda}{c \gamma}.$$

从式(2)、(3)、(5)~(7)中得出了下列的准则组,

$$\begin{aligned} & \frac{a_0}{\rho_{\text{ст}}}, \frac{a_1 t}{\rho_{\text{ст}}}, \frac{a_2 t^2}{\rho_{\text{ст}}}, \dots, \frac{a_i t^i}{\rho_{\text{ст}}}; \\ & \frac{a'_0}{\rho_{\text{ст.эф}}}, \frac{a'_1 t}{\rho_{\text{ст.эф}}}, \frac{a'_2 t^2}{\rho_{\text{ст.эф}}}, \dots, \frac{a'_i t^i}{\rho_{\text{ст.эф}}}; \\ & \frac{b_0}{\rho_{\text{ст}}}, \frac{b_1(t+\Delta t)}{\rho_{\text{ст}}}, \frac{b_2(t+\Delta t)^2}{\rho_{\text{ст}}}, \dots, \frac{b_i(t+\Delta t)^i}{\rho_{\text{ст}}}; \\ & \frac{b'_0}{\rho_{\text{ст.эф}}}, \frac{b'_1(t+\Delta t)}{\rho_{\text{ст.эф}}}, \frac{b'_2(t+\Delta t)^2}{\rho_{\text{ст.эф}}}, \dots, \frac{b'_i(t+\Delta t)^i}{\rho_{\text{ст.эф}}}; \\ & \frac{c_0}{\Delta t}, \frac{c_1 u}{\Delta t}, \frac{c_2 u^2}{\Delta t}, \dots, \frac{c_i u^i}{\Delta t}. \end{aligned}$$

用上列所求得的这些准则组来代替著作[6]中的相应准则组。新的准则组可根据著作[6]中所探讨的规则来变换,并使其形成实际使用上最方便的形式。

Г. И. 依凡卓夫曾在著作[7]中探讨过,相当于固定温度下具有过冷却时铸件凝固过程的准则组。

但是必须指出,由于铸件凝固过程所取的准则数目很多,因此实际上不可能进行所需足够数量的试验,以便按相似理论方法来普遍地表述过程。因此就有必要寻求另一种方法来求解所提的课题。尤其是可以利用模拟法(水力模拟、热电模拟等等),但是这些方法目前还研究得不够。

课题的近似分析解答

假如在求解课题时,利用近似的消去变数法[3],就可以得

到极简单的结果。根据这种方法，首先给定了确定物体截面内温度分布规律的函数，然后拟出更为简单的过程的新微分方程式。本课题中利用了 n 阶抛物线方程式 (8) 作为温度函数，

$$\frac{t_{\text{лик}} - t}{t_{\text{лик}} - t_{\text{п}}} = \left(\frac{y}{\xi_{\text{п}}} \right)^n, \quad (8)$$

式中 $t_{\text{п}}$ ——铸件的表面温度 ($^{\circ}\text{C}$)；
 y ——从抛物线顶峰起算的坐标 (米)；
 $\xi_{\text{п}}$ ——从铸件表面到液相面的距离 (米)；
 n ——指数。

可以认为，在 τ_2 时，铸件冷却的最初两个段落 (金属的浇注和过热热量的放出) 业已结束，并开始了金属的凝固 (第三个段落)，第一和第二段落是按著作 [8] 中的已知公式来计算的。

凝固过程划分成三个阶段 (图 2)。对于第一阶段 (液相面的出现和深入)，其热平衡方程式成下列形式：

$$dQ = dQ_{\text{сп}} + dQ_{\text{акк}}, \quad (9)$$

式中 dQ ——在时间 $d\tau$ 内，从铸件表面所损失的热量 (大卡)；

$dQ_{\text{сп}}$ 和 $dQ_{\text{акк}}$ ——在过渡区内放出的结晶热量和蓄热量 (大卡)。

数值

$$dQ = \lambda n \frac{t_{\text{лик}} - t_{\text{п}}}{\xi_{\text{п}}} F d\tau = \lambda n (t_{\text{лик}} - t_{\text{с}}) F \cdot \frac{d\tau}{\xi_{\text{п}} + \frac{n\lambda}{\alpha}}, \quad (10)$$

式中 F ——铸件的冷却表面积 (米^2)；
 α ——这个表面上的放热系数 (大卡/米 2 ·小时 $^{\circ}\text{C}$)；
 $t_{\text{с}}$ ——周围介质的温度 (按著作 [8] 中的公式来选取) ($^{\circ}\text{C}$)。

$$t_{\text{лик}} - t_{\text{п}} = (t_{\text{лик}} - t_c) \frac{\xi_x}{\xi_x + \frac{n\lambda}{\alpha}} \quad (11)$$

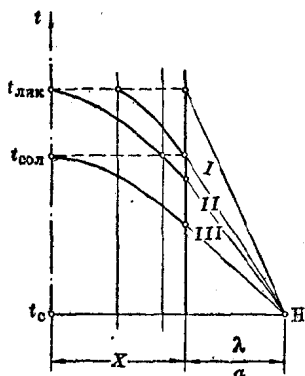


图2 在温度间隔内限制铸件凝固各个不同阶段的温度曲线(阶段用罗马数字来标注)

图2 在温度间隔内限制铸件凝固各个不同阶段的温度曲线(阶段用罗马数字来标注) 范围内的 t (在固定不变的 y 时), 然后按 0 到 ξ_x 范围内的 y 。在替换变数时, 利用式(8)和(11)。所求得的 $Q_{\text{кр}} + Q_{\text{акк}}$ 总和只包含有 ξ_x 值。对这个总和进行求微分并将其代入方程式(4)内, 最后求得:

$$F_0 - F_{O_2} = \frac{1}{X^2} \sum_{i=0}^{i=j} \frac{a_i (t_{\text{лик}} - t_c)^i}{cn(i+1)[(i+1)n+1]} \times \left[\int_{\xi_{x1}}^{\xi_x} \frac{\xi_x^{i+2}}{Z^{i+1}} d\xi_x + (i+2) \frac{n\lambda}{\alpha} \int_{\xi_{x1}}^{\xi_x} \frac{\xi_x^{i+1}}{Z^{i+1}} d\xi_x \right], \quad (14)$$

式中 $F_0 = \frac{\alpha\tau}{X^2}$; $F_{O_2} = \frac{\alpha\tau_2}{X^2}$; $Z = \xi_x + \frac{n\lambda}{\alpha}$;

X ——平面铸件厚度之半(米);

ξ_x ——在 τ_2 时刻的过渡区厚度(米)。

对于凝固的第二阶段(凝固外皮的出现和增长)来说, 所

对于平面铸件, 热量为

$$dQ_{\text{кр}} + dQ_{\text{акк}} = -F\gamma\rho_{\text{сп.эф}} dt dy. \quad (12)$$

有效光谱结晶热可利用下列多项式来表示:

$$\rho_{\text{сп.эф}} = \sum_{i=0}^{i=j} a_i (t_{\text{лик}} - t)^i$$

大卡/公斤 °C。 (13)

方程式(9)中包含了变数 ξ_x 、

τ 、 t 、 $t_{\text{п}}$ 和 y 。 t 、 $t_{\text{п}}$ 和 y 之值可以用对(12)式进行积分的办法来消去, 积分时首先按 t 到 $t_{\text{лик}}$ 范

提出的課題具有下列形式的解答：

$$F_0 - F_0' = \frac{1}{nc\gamma \vartheta_{\text{лик}} F X^2} \int_{\xi_3}^{\xi_4} Z (dQ_{\text{кр}} + dQ_{\text{лик}}), \quad (15)$$

式中

$$F_0' = \frac{a\tau_3'}{X^2}; \quad \vartheta_{\text{лик}} = t_{\text{лик}} - t_c;$$

τ_3' ——相当于第一阶段結束的时间(小时), 这时温度

$$t_{\text{п}} = t_{\text{сол}}, \quad \xi_{\text{л}} = \xi_{\text{л}}';$$

数值 $dQ_{\text{кр}} = dQ_{\text{п}} + dQ_c$ 。

在过渡区内放出的結晶热量 $dQ_{\text{п}}$ 与其宽度的变化有关,

且

$$dQ_{\text{п}} = F \sum_{i=0}^{i=j} \frac{a_i' \vartheta_{\text{лик}}^{i+1}}{(i+1) [(i+2)n+1]} \times$$

$$\times \left\{ \frac{(i+2) \left[1 - \left(1 - \sqrt{\frac{\Delta t_{\text{кр}}}{\vartheta_{\text{лик}}} \cdot \frac{Z}{\xi_{\text{л}}}} \right)^{(i+1)n+1} \right] Z \xi_{\text{л}}^{i+1}}{Z^{i+2}} - \right.$$

$$\frac{[(i+1)n+1] \left(\frac{\Delta t_{\text{кр}}}{\vartheta_{\text{лик}}} \right)^{\frac{1}{n}} \times}{Z^{i+2}}$$

$$\left. \times \frac{\lambda}{\alpha} \left(1 - \sqrt{\frac{\Delta t_{\text{кр}}}{\vartheta_{\text{лик}}} \cdot \frac{Z}{\xi_{\text{л}}}} \right)^{(i+1)n} Z^{\frac{1}{n}} \xi_{\text{л}}^{i+1-\frac{1}{n}}}{Z^{i+2}} \right\} d\xi_{\text{л}}, \quad (16)$$

式中 $\Delta t_{\text{кр}} = t_{\text{лик}} - t_{\text{сол}}$;

系数 a_i' 取自下列确定合金光谱結晶热的多项式：

$$\rho_{\text{сп}} = \sum_{i=0}^{i=j} a_i' (t_{\text{лик}} - t)^i \text{ 大卡/公斤 } ^\circ\text{C}. \quad (17)$$

在过渡区中放出的结晶热量 dQ_0 与固相面的移动有关，且

$$dQ_0 = F\gamma\rho \left[1 - \sqrt{\frac{\Delta t_{\text{KP}}}{\delta_{\text{ЛНК}}} \cdot \frac{Z}{\xi_{\pi}} \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha Z} \right)} \right] d\xi_{\pi}, \quad (18)$$

式中 ρ ——合金的全部结晶比热，

$$\rho = \int_{t_{\text{coз}}}^{t_{\text{ЛНК}}} \rho_{\text{сп}} \cdot dt \quad \text{大卡/公斤。} \quad (19)$$

蓄热量

$$dQ_{\text{ЛНК}} = \frac{1}{n+1} F\gamma c \delta_{\text{ЛНК}} \frac{\xi_{\pi}^2 + 2 \frac{n\lambda}{\alpha} \xi_{\pi}}{Z^2} d\xi_{\pi} \quad (20)$$

对于第三阶段(固相面的推进和铸件中心温度的下降)来说，其解答成下列形式：

$$Fo - Fo_3'' = \frac{1}{nFX\gamma c} \left(1 + \frac{n}{Bi} \right) \int_{t_{\pi}}^{t_{\text{ЛНК}}} \frac{dQ_{\pi} + dQ_0 + dQ_{\text{ЛНК}}}{t_{\pi}}, \quad (21)$$

式中

$$Fo_3'' = \frac{\alpha \tau_3''}{X^2}; \quad Bi = \frac{\alpha}{\lambda} X; \quad \delta_{\pi} = t_{\pi} - t_c;$$

τ_3'' ——相当于第二阶段结束的时间(小时)，这时液相面到达了铸件的中心；

t_{π} ——铸件中心的温度($^{\circ}\text{C}$)。

数值

$$\begin{aligned} dQ_{\pi} = FX\gamma \left(1 + \frac{n}{Bi} \right)^{\frac{1}{n}} \sum_{i=0}^{i=n} \frac{\alpha^i}{i+1} \left\{ -\frac{1}{n} \delta_{\pi}^{-\frac{n+1}{n}} E + \right. \\ \left. + \left(\frac{\delta_{\pi} - \delta_{\text{coз}}}{\delta_{\pi}} \right)^{\frac{1}{n}} \left[- (i+1) \alpha^i + \frac{1}{n} \alpha^{i+1} (\delta_{\pi} - \delta_{\text{coз}})^{-1} - \right. \right. \\ \left. - \frac{(i+1)i}{n+1} \alpha^{i-1} (\delta_{\pi} - \delta_{\text{coз}}) + \frac{i+1}{n} \alpha^i - \right. \\ \left. - \frac{(i+1)i(i-1)}{2!(2n+1)} \alpha^{i-2} (\delta_{\pi} - \delta_{\text{coз}})^2 + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(i+1)i}{2!n} \alpha^{i-1} (\vartheta_{\text{II}} - \vartheta_{\text{cool}}) - \dots - \frac{i+1}{in+1} (\vartheta_{\text{II}} - \vartheta_{\text{cool}})^i + \\
& + \frac{i-1}{n} \alpha (\vartheta_{\text{II}} - \vartheta_{\text{cool}})^{i-1} + \frac{1}{n} (\vartheta_{\text{II}} - \vartheta_{\text{cool}})^i \Big] d\vartheta_{\text{II}}; \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E &= \alpha^{i+1} (t_{\text{II}} - t_{\text{cool}})^{\frac{1}{n}} + \frac{i+1}{n+1} \alpha^i (t_{\text{II}} - t_{\text{cool}})^{\frac{n+1}{n}} + \\
& + \frac{(i+1)i}{2!(2n+1)} \alpha^{i-1} (t_{\text{II}} - t_{\text{cool}})^{\frac{2n+1}{n}} + \dots + \\
& + \frac{i+1}{in+1} \alpha (t_{\text{II}} - t_{\text{cool}})^{\frac{in+1}{n}} + \frac{1}{n(i+1)+1} (t_{\text{II}} - t_{\text{cool}})^{\frac{n(i+1)+1}{n}}; \\
dQ_c &= -\frac{1}{n} FX \gamma \rho \vartheta_{\text{cool}} \left(1 + \frac{n}{Bi}\right) \cdot \frac{(\vartheta_{\text{II}} - \vartheta_{\text{cool}})^{\frac{1}{n}-1}}{\vartheta_{\text{II}}^{\frac{1}{n}+1}} d\vartheta_{\text{II}}; \quad (23)
\end{aligned}$$

$$dQ_{\text{акк}} = -\frac{n}{n+1} FX \gamma c d\vartheta_{\text{II}} \quad (24)$$

对于式(13)和(17)中的具体数值 j , 可以很方便地按[9]或[10]的表格来求得, 并解答式(14)、(15)和(21)右部的积分

$$\vartheta_{\text{cool}} = t_{\text{cool}} - t_0.$$

指数 n 的数值取决于铸件的外形、热交换的强烈程度和函数(13)的形式等等[8]。

图3上所示为根据导出公式所计算得的结果(实线), 与Г. А. 阿尼索维奇所得试验数据(点)的比较。平面铸件的尺寸为 $100 \times 300 \times 300$ 毫米, 材料为 АЛ8 号合金, 其 $\rho_{\text{ст.эф}}$ 和 $\rho_{\text{ст}}$ 值为

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{ст.эф}} &= 2.38 - 0.042(610 - t) + \\
& + 0.0003(610 - t)^2 \text{ 大卡/公斤 } ^\circ\text{C}; \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{\text{ст}} &= 2.09 - 0.042(610 - t) + \\
& + 0.0003(610 - t)^2 \text{ 大卡/公斤 } ^\circ\text{C}. \quad (26)
\end{aligned}$$

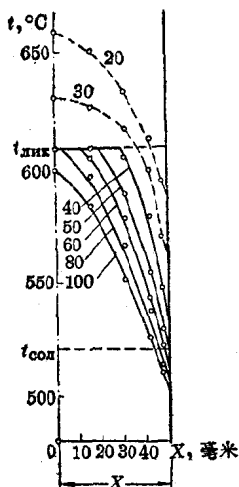


图3 在壁厚48毫米不刷涂料的鑄鐵硬模中鑄件的凝固

$n=1.48$; $\alpha=8600$ 大卡/米²·小时 °C;
 $\lambda=95$ 大卡/米·小时 °C; $t_c=470^\circ\text{C}$;
 溫度曲綫旁的數字相當於時間(秒)

可以看出,它們的結果能很好的相符合。

所導出的方程式和公式,可用來分析鑄件在溫度間隔內的凝固過程及用於實際計算中。

參 考 文 獻

- [1] А. И. Вейник, Теория затвердевания отливки, Машгиз, М., 1960.
- [2] А. Г. Колесников, К изменению математической формулировки задачи о промерзании грунта, ДАН СССР, т. 72, № 6, 1952.
- [3] А. И. Вейник, Приближенный расчет процессов теплопроводности, Госэнергоиздат, М.—Л., 1959.
- [4] В. И. Данилов, Некоторые вопросы кинетики кристаллизации жидкостей, Сб. «Проблемы металловедения и физики металлов», Металлургиздат, М., 1949.