精品课堂

滕素珍 李彩荣 韩海山◎编著

概率论与数理统计习题全解全析

（配浙大概率论与数理统计第二、三版）

大连理工大学出版社
Dalian University of Technology Press

高等学校数学学习辅导教材

概率论与数理统计习题全解全析

·精 品 课 堂·

（配浙江大学·概率论与数理统计第二、三版）

滕素珍　李彩荣　韩海山

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计习题全解全析 / 滕素珍,李彩荣,韩海山编著 .—大连:大连理工大学出版社,2003.10
ISBN 7-5611-2387-6

Ⅰ.概… Ⅱ.①滕… ②李… ③韩… Ⅲ.①概率论—高等学校—解题②数理统计—高等学校—解题 Ⅳ.O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 077501 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市凌水河 邮政编码:116024
电话:0411-4708842 传真:0411-4701466 邮购:0411-4707961
E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn URL:http://www.dutp.cn
大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:140mm×203mm 印张:14 字数:442 千字
印数:1 ~8 000
2003 年 10 月第 1 版 2003 年 10 月第 1 次印刷

责任编辑:范业婷 责任校对:李西娜
封面设计:孙宝福

定 价:18.00 元

编者的话

·应用更便利·基础更扎实·学习更容易·

近年来，概率论与数理统计方面的学习指导书种类逐渐增多，这其中不乏精品之作，但多数又不尽人意。

大连理工大学出版社提出要组织一套《经典教材习题全解全析/精品课堂》教学参考书，其中包括《概率论与数理统计习题全解全析/精品课堂》，编辑们对图书清晰的思路与准确的定位，与我们的想法一拍即合，立即触发了我们的编写欲望。我们多次征求大学生和研究生的意见，更加坚定了我们编写本书的信心，进一步明确了本书的定位，这就是——像习题课一样，与学生们一起通过对习题的分析、讨论、求解、总结，扎实掌握概率论与数理统计的基础，领悟数学的真谛。

这就是我们写作本书的初衷。

全解全析

浙江大学《概率论与数理统计》,现在已经推出第三版。作为教科书,该书体系完整,层次清晰,叙述深入浅出,深受广大教师和学生的喜爱。

因为第三版教材基本包含了第二版教材的习题,本书《概率论与数理统计习题全解全析/精品课堂》与第二、三版教材配套,含有第二、三版教材的全部习题。编排时以第三版为主线,二版习题全解放在章后,二版中与三版习题相同的部分习题用文字加以标注。例如,“6. 三版 3(P3)”表示本章二版中的第6题与三版中的第3题相同,在第3页中已经出现。第9章及第11章的二版与三版习题相同,故未另设二版习题全解板块。

全解 详细给出全部习题的解答。真正从学习者的角度,给出解题的每一个过程与步骤,以免略掉一些看似简单但对有些同学理解解题思路很关键的细节。

全析 在解题过程中,将习题分成三个层次:

第一层次为基本题,直接给出详细解答过程。对于典型题,给出有针对性的提示。

第二层次为多知识点综合题。解题全过程控制:首先给出思路,题中重点点拨,题后归纳梳理出知识点、解题方法等。

第三层次为灵活题和难题。除给出思路、分析指导外，还一题多解，举一反三，并且提示“如何才能得到答案”，如何寻求“好的解题方法”，从而真正提高学生分析问题和解决问题的能力。

精品课堂

目前同类书大多按“知识点归纳、内容导学、本章知识结构、习题全解”板块书写，但解题过程平铺直叙，没有重点提示、难题导引及综合题分析，碰到难题、综合题，学生则需揣摩作者的解题思路，理解起来有一定难度。

市场调查反馈信息说明，许多学生对已有图书有的步骤变化弄不懂，再遇到这样类型的题，稍加变化还是不知如何下手，甚至咬不准是自己不理解，还是书上答案给错了。

本书在给出习题的详细解答步骤的同时，随时将重点题、难题和综合题给予分析、点拨、总结，帮助学生理解、归纳、提高，如同习题课上教师边讲解、学生边练习一样。从而真正帮助学生彻底掌握所学内容。

因此，此套书辅名为——精品课堂。

学习是一个过程，过程由环节组成，注重环节，控制过程，才能得到良好的学习效果。对学习概率论与数理统计来讲，课堂听讲和课后复习是两个重要环节。

我们深信本书会成为补充课堂听讲、辅助课后复习的好帮手。

最后，感谢杜祖缔和张友贵两位教授在百忙之中认真审阅了全书，并亲自演算了大部分习题解答过程，保证了本书的科学性、准确性。

滕素珍

2003.10

目　录

第一章　概率论的基本概念

第 1 ～ 2 题　随机试验，样本空间，随机事件

1. 写出下列随机试验的样本空间：

(1) 记录一个小班一次数学考试的平均分数(设以百分制记分)。

(2) 生产产品直到有 10 件正品为止，记录生产产品的总件数。

(3) 对某工厂出厂的产品进行检查，合格的记上"正品"，不合格的记上"次品"，如连续查出 2 个次品就停止检查，或检查 4 个产品就停止检查，记录检查的结果。

(4) 在单位圆内任意取一点，记录它的坐标。

解　(1) 设该小班有 n 个人，每个人数学考试的分数的可能取值为 0，1，2，…，100，n 个人分数之和的可能取值为 0，1，2，…，$100n$，平均分数的可能取值为 $\frac{0}{n},\frac{1}{n},\cdots,\frac{100n}{n}$，则样本空间为

$$S=\left\{\frac{k}{n}\,\middle|\,k=0,1,2,\cdots,100n\right\}$$

(2) 样本空间 $S=\{10,11,\cdots\}$，S 中含有可数无限多个样本点。

(3) 设 1 表示正品，0 表示次品，则样本空间为

$$\begin{aligned}S=\{&(0,0),(1,0,0),(0,1,0,0),(0,1,0,1),(0,1,1,0),\\&(1,1,0,0),(1,0,1,0),(1,0,1,1),(0,1,1,1),\\&(1,1,0,1),(1,1,1,0),(1,1,1,1)\}\end{aligned}$$

例如(1,1,0,0) 表示第一次与第二次检查到正品，而第三次与第四次检查到次品。

(4) 设任取一点的坐标为(x,y)，则样本空间为

$$S=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\leqslant 1\}$$

2. 设 A,B,C 为三个事件，用 A,B,C 的运算关系表示下列事件。

(1)A 发生，B 与 C 不发生；

(2)A 与 B 都发生，而 C 不发生；

(3)A,B,C 中至少有一个发生；

(4)A,B,C 都发生；

(5)A,B,C 都不发生；

(6)A,B,C 中不多于一个发生；

(7)A,B,C 中不多于两个发生；

(8)A,B,C 中至少有两个发生。

解 此题关键词："与"，"而"，"都"表示事件的"交"；"至少"表示事件的"并"；"不多于"表示"交"和"并"的联合运算。

(1)$A\overline{B}\,\overline{C}$。

(2)$AB\overline{C}$ 或 $AB-C$。

(3)$A\cup B\cup C$。

(4)ABC。

(5)$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$。

(6)A,B,C 中不多于一个发生为仅有一个发生或都不发生，即 $A\overline{B}\,\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}C\cup\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$，$A,B,C$ 中不多于一个发生，也表明 $\overline{A},\overline{B},\overline{C}$ 中至少有两个发生，即 $\overline{A}\,\overline{B}\cup\overline{B}\,\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{C}$。

(7)A,B,C 中不多于两个发生，为仅有两个发生或仅有一个发生，或都不发生，即表示为

$$AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC\cup A\overline{B}\,\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\,\overline{B}C\cup\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$$

而 ABC 表示三个事件都发生，其对立事件为不多于两个事件发生，因此又可以表示为 $\overline{ABC}=\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$。

(8)A,B,C 中至少有两个发生为 A,B,C 中仅有两个发生或都发生，即为

$$AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC\cup ABC$$

也可以表示为 $AB\cup BC\cup AC$。

注意 事件 A,B,C 都发生为 ABC；都不发生为 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$；不都发生为 ABC 的对立事件，即为 $\overline{ABC}=\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$。

小　结

(1) 样本空间。随机试验目的不同，样本空间不一样。经常会有多个样本空间可以用于描述同一个试验，但是通常只有一个会提供最多的信息。

样本空间 S 含有有限多个样本点，则称为有限样本空间。S 含有可数无限多个样本点，则称可数无限样本空间。当一个样本空间是有限的或可数的无限样本空间，一般称为离散样本空间；一个非可数的无限样本空间称为非离散样本空间。

(2) 随机事件。正确理解事件的含义。充分利用文氏图来描述事件之间的关系。一事件可以有几种表示法，不难看出，有的表示法比较简单，有的表示法比较复杂，初学者应该尽量练习多种表示法。在求事件发生的概率时，视问题而定，一般来说，选择简单表示法，可使求解过程比较简单。

第 3～12 题　概率的定义、概率的性质、古典概型

3. 设 A,B 是两事件，且 $P(A)=0.6, P(B)=0.7$。问

(1) 在什么条件下 $P(AB)$ 取得最大值，最大值是什么？

(2) 在什么条件下 $P(AB)$ 取得最小值，最小值是什么？

解　(1) 利用事件的包含关系。由于 $AB\subset A$，且 $AB\subset B$，所以 $P(AB)\leqslant P(A), P(AB)\leqslant P(B)$，由此得

$$P(AB)\leqslant\min\{P(A),P(B)\}=\min\{0.6,0.7\}=0.6$$

当 $A\subset B$ 时，有 $AB=A$，这时 $P(AB)$ 取得最大值，其最大值为 0.6。

(2) 利用概率的加法公式，即

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

解出

$$P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

其中 $0\leqslant P(A\cup B)\leqslant 1, \max P(A\cup B)=1$。

故当 $P(A\cup B)=1$ 时，$P(AB)$ 取得最小值，即当 $A\cup B=S$ 时，$P(AB)$ 取得最小值，其最小值为

$$P(AB) = 0.6 + 0.7 - 1 = 0.3$$

4. 设 A,B,C 是三事件，且 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$，$P(AB) = P(BC) = 0$，$P(AC) = \frac{1}{8}$，求 A,B,C 至少有一个发生的概率。

解 利用概率的加法公式。

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - \\ &\quad P(BC) - P(AC) + P(ABC) \\ &= \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

其中由 $P(AB) = P(BC) = 0$，而 $ABC \subset AB$，得 $P(ABC) = 0$。

5. 在一标准英语字典中有 55 个由两个不相同的字母所组成的单词。若从 26 个英文字母中任取两个字母予以排列，求能排成上述单词的概率。

解 样本空间 $S = \{P_{26}^2$ 个基本事件$\}$。令事件 $A = \{$任取两个字母排列成由两个不相同字母组成的一个单词$\} = \{55$ 个基本事件$\}$。于是

$$P(A) = \frac{55}{P_{26}^2} = \frac{55}{26 \times 25} = \frac{11}{130}$$

此题的样本空间的基本事件(样本点)数非常大，直接计数样本空间的基本事件数，实际上是不可能的，我们用的是排列法。从 26 个字母中取出 2 个予以排列，是考虑顺序的，故有 $P_{26}^2 = 26 \times 25$ 种取法。其中 $A = \{55$ 个基本事件$\}$ 表示有利于事件 A 的基本事件数为 55。

6. 在房间里有 10 个人，分别佩戴从 1 号到 10 号的纪念章，任选 3 人记录其纪念章的号码。求

(1) 最小号码为 5 的概率；

(2) 最大号码为 5 的概率。

解 利用组合法计数基本事件数。从 10 人中任取 3 人的组合数为 C_{10}^3，即样本空间 $S = \{C_{10}^3 = 120$ 个基本事件$\}$。

(1) 令事件 $A = \{$最小号码为 5$\}$。最小号码为 5，意味着其余号码是从 6，

7,8,9,10 的 5 个号码中取出的，有 C_5^2 种取法，故 $A=\{C_5^2=10$ 个基本事件$\}$，所求概率为

$$P(A)=\frac{C_5^2}{C_{10}^3}=\frac{\dfrac{5!}{2!3!}}{\dfrac{10!}{3!7!}}=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$$

(2) 令事件 $B=\{$最大号码为 5$\}$，最大号码为 5，其余两个号码是从 1,2,3,4 的 4 个号码中取出的，有 C_4^2 种取法，即 $B=\{C_4^2$ 个基本事件$\}$，则

$$P(B)=\frac{C_4^2}{C_{10}^3}=\frac{\dfrac{4!}{2!2!}}{\dfrac{10!}{3!7!}}=\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$$

---

7. 某油漆公司发出 17 桶油漆，其中白漆 10 桶，黑漆 4 桶，红漆 3 桶，在搬运中所有标签脱落，交货人随意将这些油漆发给顾客。问一个订货为 4 桶白漆、3 桶黑漆和 2 桶红漆的顾客，能按所订颜色如数得到订货的概率是多少？

解 利用组合法计数基本事件数。样本空间 $S=\{C_{17}^9$ 个基本事件$\}$，令事件 $A=\{$能按所订颜色如数得到订货$\}$，顾客订货 4 桶白漆，有 C_{10}^4 种取法，3 桶黑漆有 C_4^3 种取法，2 桶红漆有 C_3^2 种取法，于是 $A=\{C_{10}^4C_4^3C_3^2$ 个基本事件$\}$，则

$$P(A)=\frac{C_{10}^4C_4^3C_3^2}{C_{17}^9}=\frac{\dfrac{10!}{4!6!}\times\dfrac{4!}{3!1!}\times\dfrac{3!}{2!1!}}{\dfrac{17!}{9!8!}}=\frac{252}{2\ 431}$$

---

8. 在 1 500 个产品中有 400 个次品，1 100 个正品。从中任取 200 个。求

(1) 恰有 90 个次品的概率；

(2) 至少有 2 个次品的概率。

解 利用组合法计数基本事件数。令事件 $A=\{$恰有 90 个次品$\}$，则

$$P(A)=\frac{C_{400}^{90}C_{1\,100}^{110}}{C_{1\,500}^{200}}$$

(2) 利用概率的性质。令事件 $B=\{$至少有 2 个次品$\}$，$A_i=\{$恰有 i 个次品$\}$，则

$$B = A_2 \cup A_3 \cup \cdots \cup A_{200}, A_iA_j = \varnothing, i \neq j$$

所求概率为

$$P(B) = P(A_2 \cup A_3 \cup \cdots \cup A_{200}) = \sum_{i=2}^{200} P(A_i)$$

显然，这种解法太麻烦，用对立事件求解就很简单。令事件 $\overline{B}$ = {恰有 0 个次品或恰有 1 个次品}，即 $\overline{B} = A_0 \cup A_1$，而

$$P(\overline{B}) = P(A_0 \cup A_1) = P(A_0) + P(A_1) = \frac{C_{1\,100}^{200}}{C_{1\,500}^{200}} + \frac{C_{400}^{1}C_{1\,100}^{199}}{C_{1\,500}^{200}}$$

故

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{C_{1\,100}^{200}}{C_{1\,500}^{200}} - \frac{C_{400}^{1}C_{1\,100}^{199}}{C_{1\,500}^{200}}$$

---

9. 从 5 双不同的鞋子中任取 4 只，问这 4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双的概率是多少？

解 令事件 A = {4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双}。

解法 1 A 的对立事件 $\overline{A}$ = {4 只鞋子中没有任何两只能配成一双}，从 5 双鞋中任取 4 只，即是从 10 只鞋中任取 4 只，所有可能组合数为 C_{10}^4，样本空间 S = {C_{10}^4 个基本事件}，现考虑有利于 $\overline{A}$ 的基本事件数。从 5 双鞋中任取 4 双，再从每双中任取一只，有 $C_5^4 2^4$ 种取法，即 $\overline{A}$ = {$C_5^4 2^4$ 个基本事件}，则

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{C_5^4 2^4}{C_{10}^4} = 1 - \frac{5 \times 2^4}{210} = \frac{13}{21}$$

解法 2 4 只鞋是不放回的一只接一只的取出，所有可能的排列数为 P_{10}^4，即样本空间 S = {P_{10}^4 个基本事件}。现考虑有利于 $\overline{A}$ 的基本事件，从 10 只鞋中任取一只，与它配成双的一只不取，从其余 8 只鞋中任取一只，与它配成双的一只不取，依此类推，则 $\overline{A}$ = {$10 \times 8 \times 6 \times 4$ 个基本事件}。于是

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{10 \times 8 \times 6 \times 4}{P_{10}^4}$$
$$= 1 - \frac{10 \times 8 \times 6 \times 4}{10 \times 9 \times 8 \times 7} = 1 - \frac{8}{21} = \frac{13}{21}$$

解法 3 利用组合法计数基本事件数。考虑有利于事件 A 的基本事件数，任取的 4 只鞋能配成一双的取法有 $C_5^1C_2^2C_4^2 2^2$ 种，能配成两双的取法有

$C_5^2C_2^2$ 种，于是 $A = \{(C_5^1C_2^2C_4^2 2^2 + C_5^2C_2^2)$ 个基本事件$\}$，则

$$P(A) = \frac{C_5^1C_2^2C_4^2 2^2 + C_5^2C_2^2}{C_{10}^4} = \frac{130}{210} = \frac{13}{21}$$

此题的解法 1 和解法 2 是利用概率性质：

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

首先求 $P(\overline{A})$，然后求 $P(A)$。解法 3 是直接求 $P(A)$，其中解法 2 比较简单。

---

10. 在 11 张卡片上分别写上 Probability 这 11 个字母，从中任意连抽 7 张，求其排列结果为 ability 的概率。

解　令事件 $A = \{$排列结果为 ability$\}$，利用排列法计数基本事件数。不放回的从中一次抽 1 张的连抽 7 张，要排成单词，因此用排列法。样本空间 $S = \{P_{11}^7$ 个基本事件$\}$。排列结果为 ability，写字母 b 的卡片有两张，写字母 i 的卡片有两张，取 b 有 C_2^1 种取法，取 i 有 C_2^1 种取法，其余字母都只有 1 种取法，故 $A = \{C_2^1C_2^1$ 个基本事件$\}$，于是

$$P(A) = \frac{C_2^1C_2^1}{P_{11}^7} = \frac{4}{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5} = 0.000\,002\,4$$

这是个小概率事件。

---

11. 将 3 个球随机地放入 4 个杯子中去，求杯子中球的最大个数分别为 1，2，3 的概率。

解　3 个球放入 4 个杯子，利用有重复的排列，总的放法为 4^3，即样本空间 $S = \{4^3$ 个基本事件$\}$。

(1) 令事件 $A = \{$杯子中最大个数为 1$\}$，即 3 个球分别放入 4 个杯子中的 3 个杯子，即 $A = \{P_4^3$ 个基本事件$\}$，于是

$$P(A) = \frac{P_4^3}{4^3} = \frac{4 \times 3 \times 2}{4^3} = \frac{24}{64} = \frac{6}{16}$$

(2) 令事件 $B = \{$杯子中最大个数为 2$\}$，即 3 个球放入 4 个杯子中的 2 个杯子，放法为排列数 P_4^2，其中 1 个杯子中有 2 个球，另一个杯子中有 1 个球，这一个球是从 3 个球中取出的，取法为组合数 C_3^1，故 $B = \{P_4^2C_3^1$ 个基本事件$\}$，

或 $B=\{P_4^2C_3^2$ 个基本事件$\}$。又可以理解为从 3 个球中任取 2 个球放入 4 个杯子的任意 1 个杯子中，放法为 $C_3^2P_4^1$，另一球放入其余 3 个杯子的任意 1 个杯中，放法为 P_3^1，故 $B=\{C_3^2P_4^1P_3^1$ 个基本事件$\}$，则

$$P(B)=\frac{P_4^2C_3^1}{4^3}=\frac{4\times3\times3}{4^3}=\frac{9}{16}$$

或

$$P(B)=\frac{C_3^2P_4^1P_3^1}{4^3}=\frac{3\times4\times3}{4^3}=\frac{9}{16}$$

(3) 令事件 $C=\{$杯子中最大个数为 3$\}$，即 3 个球放入 4 个杯子的任意 1 个杯中，放法为 P_4^1，即 $C=\{P_4^1$ 个基本事件$\}$，则

$$P(C)=\frac{P_4^1}{4^3}=\frac{4}{4^3}=\frac{1}{16}$$

由于 $A_1\cup A_2\cup A_3=S$，且 $A_iA_j\neq\varnothing, i\neq j$，故 $P(A)+P(B)+P(C)=1$。而计算 $P(B)$ 比较复杂些，所以不必求 $P(B)$，只要求出 $P(A)$ 和 $P(C)$ 即可，则有

$$P(B)=1-P(A)-P(C)=1-\frac{6}{16}-\frac{1}{16}=\frac{9}{16}$$

---

12. 50 只铆钉随机地取来用在 10 个部件上，其中有 3 个铆钉强度太弱。每个部件用 3 只铆钉。若将 3 只强度太弱的铆钉都装在一个部件上，则这个部件强度就太弱。问发生一个部件强度太弱的概率是多少？

解 令事件 $A=\{$恰好有一个部件强度太弱$\}$。从 50 只铆钉中任取 3 只，有 C_{50}^3 种取法，即样本空间 $S=\{C_{50}^3$ 个基本事件$\}$。3 个强度太弱的铆钉都装在同一部件上，有 10 种可能结果，由此得 $A=\{10$ 个基本事件$\}$。所求概率为

$$P(A)=\frac{10}{C_{50}^3}=\frac{10}{50\times49\times8}=\frac{1}{40\times49}=\frac{1}{1\,960}$$

小　结

(1) 第 3 ～ 12 题符合古典概型的基本条件，因此用古典概率公式计算。所用的基本模型可以归结为“摸球”模型，它是概率计算的基础。

(2) 有些习题是对同一问题采用了两种或多种解法，主要是对问题的着

眼点不同，用了不同的数学模型来描述。模型不同，样本空间也就不同，因此要注意计数样本空间的基本事件数和有利于某事件的基本事件数必须在同一样本空间进行。

(3) 求某事件发生的概率时，要明确该事件的含意是什么。

(4) 排列法和组合法是精细的计数方法，必须正确的选用。

第 13 ～ 18 题　条件概率、概率的加法公式和乘法公式

13. 已知 $P(\overline{A})=0.3$，$P(B)=0.4$，$P(A\overline{B})=0.5$，求条件概率 $P(B|A\cup\overline{B})$。

解　利用条件概率和概率的加法公式。首先利用条件概率公式，得

$$P(B|A\cup\overline{B})=\frac{P(B(A\cup\overline{B}))}{P(A\cup\overline{B})}=\frac{P(AB\cup B\overline{B})}{P(A\cup\overline{B})}$$

其中 $B\overline{B}=\varnothing$，所以 $P(B\overline{B})=0$，由此得

$$\begin{aligned}P(AB\cup B\overline{B})&=P(AB)+P(B\overline{B})-P((AB)(B\overline{B}))\\&=P(AB)+P(\varnothing)-P(\varnothing)=P(AB)\end{aligned}$$

而 $AB=A-A\overline{B}$，且 $A\overline{B}\subset A$，由概率性质，得

$$P(AB)=P(A)-P(A\overline{B})$$

由概率加法公式，得

$$P(A\cup\overline{B})=P(A)+P(\overline{B})-P(A\overline{B})$$

已知

$$\begin{aligned}P(A)&=1-P(\overline{A})=1-0.3=0.7\\P(\overline{B})&=1-P(B)=1-0.4=0.6\\P(A\overline{B})&=0.5\end{aligned}$$

于是所求条件概率为

$$\begin{aligned}P(B|A\cup\overline{B})&=\frac{P(AB)}{P(A)+P(\overline{B})-P(A\overline{B})}\\&=\frac{P(A)-P(A\overline{B})}{P(A)+P(\overline{B})-P(A\overline{B})}\end{aligned}$$