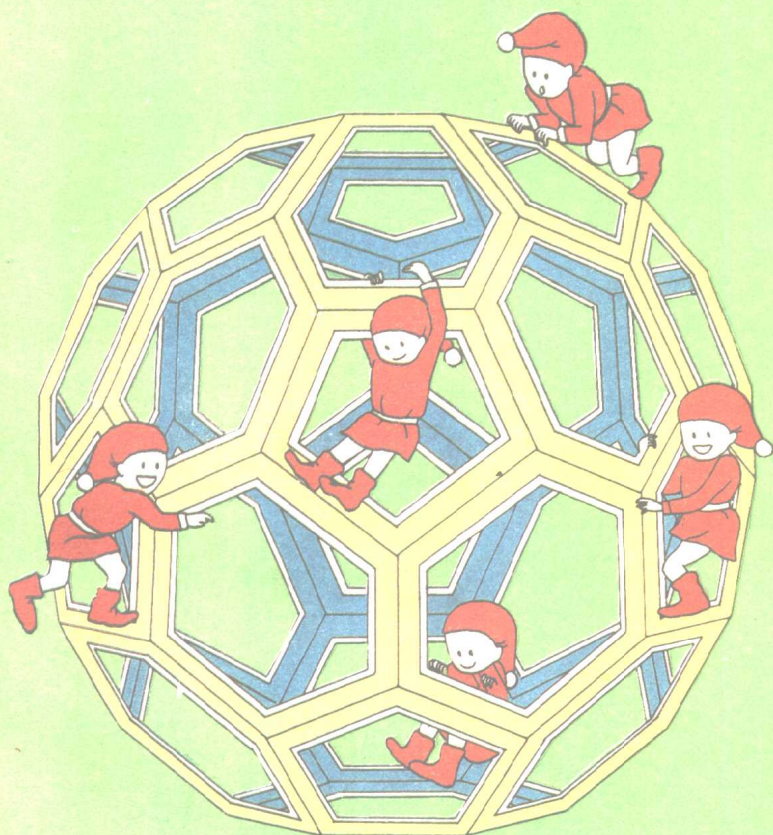


中学数学知识丛书

[日] 横地 清 编

方程的应用问题



知识出版社

中学数学知识丛书

〔日〕横地 清 编

方程的应用问题

〔日〕网森博和 著

丁尔陞 张永顺 译

知 识 出 版 社

内 容 提 要

本书是日本横地清教授为青少年数学爱好者编写的一套初等数学知识丛书，共35本。这套丛书的特点是通过日常生活中经常遇到的具体现象的分析来讲述初等数学提高青少年学习数学的兴趣。《方程的应用问题》一书以日常生活中的事物，如买菜、坐车、掷球游戏等为题材。讲解如何建立和求解一次方程和二次方程。本书内容活泼，通俗易懂，便于初中文化水平的读者阅读。

初等数学知识丛书 方程的应用问题

（北京安门内外大街东角甲1号）

丁尔璽 张永顺 译

知识出版社出版

（北京安门内外大街东角甲1号）

新华书店北京发行所发行 煤炭工业出版社印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 印张2.375 字数48千字

1987年10月第1版 1987年10月第1次印刷

印数：1—13,900

统一书号：13214·51 定价：0.65元

ISBN 7-5015-0107-6

前 言

在古埃及时代，对方程就已经有所研究了。不过，文字的用法和解法都不象今天整理的这个样子，而还很不成形。但是，在历史的演变中古今都不变的一点是：自然科学特别是数学，是依赖于自然和社会现象而发展起来的。从这个意义上讲，方程当然也不例外。

本书从这个立场出发，从大家日常生活中举出方程的应用。我想这也是纠正那种把数学看作“只是头脑的产物”这种倾向的机会。

希望大家把本书作为一个线索，不断广泛、深入地努力研究你们自己的生活环境。

著 者

本书的用法

本书书名是〈方程的应用〉。但是把应用这个词简单看作应用题，那就不对了。诚然，本书的风格是采用数学内容和例示的形式。但是著者希望大家经常提出“为什么？”，采取探究问题的态度。

这就是说，本书的“应用”不过是指在大家的日常生活中运用数学。希望大家用自己的头脑、手脚广泛深入地研究世间的事物。

为此，也请通过本书的例子学到正确的数学知识。

附带说一句，复杂的计算可以使用电子计算器。但请不要迷恋于电子计算器。

请把这本书读完。

目 录

前言

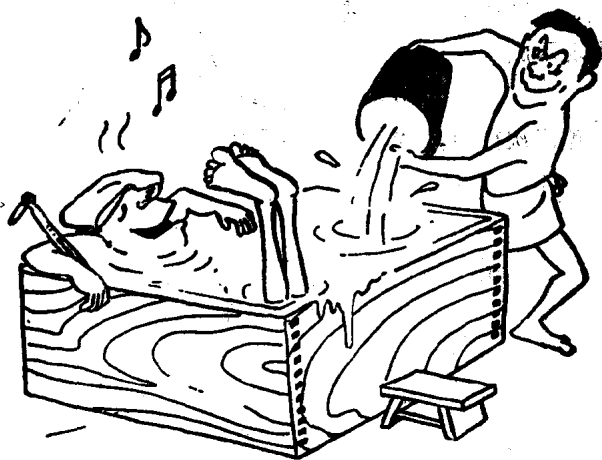
本书的用法

第一章 运用一次方程	1
§ 1 买东西和式子	2
未知的箱子	2
使用字母	3
同解一次方程	4
§ 2 日常生活中的问题	6
热水和冷水混合	6
在自动人行道上行走	7
打拍子	8
§ 3 旧书拾零	10
牛顿讲课	10
为了把牧草吃光	12
第一章小结	14
测验题	15
测验题解答	15
第二章 列联立方程	17
§ 1 联立方程	18
所谓联立方程	18
解和图象	20
能解出来吗?	21

§2 运用联立方程	24
在集市上卖了多少东西	24
礼堂的椅子	25
每月积蓄	26
每月零用钱	29
第二章小结	31
测验题	31
测验题解答	32
第三章 研究二次方程	33
§1 二次方程	34
所谓二次方程	34
数学史中的方程	34
二次方程解的公式	36
§2 面积的问题	38
建房	38
§3 数数	42
从1加到100	42
数的和与积	43
§4 运动和距离	44
掷球	44
追赶飞球	46
§5 二次方程的种种应用	48
在山顶上	48
不能急刹车	49
第三章小结	50
测验题	51
测验题解答	51

第四章 各种问题	53
§ 1 水塔的高度	54
测高度	54
三角比	54
水塔的高度	56
§ 2 月球上的奥林匹克	57
物体下落的时候	57
月球上的运动和距离	58
§ 3 透镜和秋千	60
焦距	60
放大倍数	62
越荡越高	63
第四章小结	65
测验题	66
测验题解答	66

第一章 运用一次方程



简单叙述什么是一次方程，如何解一次方程之后，主要从日常生活里找出能够运用一次方程的地方。会发现用了一次方程，可以很容易地解决小学时的算术难题。

自古以来，人们就举出了很多方程的问题。本章也从中挑选了一两个问题，请努力把它读完。

§ 1 买东西和式子

未知的
箱子

妈妈给夏子300日元去买20个鸡蛋，从中剩下60日元买两个30日元的冰激凌。到商店一看，有11日元，12日元，13日元，14日元一个的各种鸡蛋。

夏子想，应该买哪种价钱的蛋呢？她用 $\square$ 当箱子，把要付的钱表示成

$$20 \times \square + 60$$

然后用心算依次把11，12，13，14放进 $\square$ ，

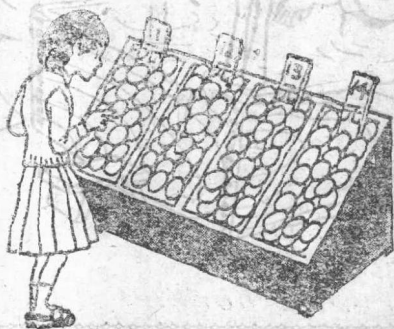


图 1 鸡蛋

$$20 \times \underline{11} + 60 < 300$$

$$20 \times \underline{12} + 60 = 300$$

$$20 \times \underline{13} + 60 > 300$$

$$20 \times \underline{14} + 60 > 300$$

整理以上结果，把集合 {11, 12, 13, 14} 的元素放进 $\square$ ，寻找使

$$20 \times \square + 60 = 300$$

成立的元素。

使	用
字	母

现在，若用字母 x 表示 $\square$ ，用 x 的大写字母 X 表示放进 $\square$ 的元素的集合，就可以列出下式

$$20x + 60 = 300 \quad \text{①}$$

$$X = \{11, 12, 13, 14\}$$

但是，①式本身，还不一定是等式（象 $7 - 3 + 9 = 6 \times 3 - 5$ 这样的用等号连结的式子）。如果不把 X 的元素实际放进 x ，是不能判断它是不是等式的。

象①式这样，含有相当于 $\square$ 的字母，用等号连结的式子叫做方程。用 x 的一次式表示的，叫做一次方程（叫一元一次方程）。相当于 $\square$ 的字母叫做变数，或叫做未知数。

未知数可取值的集合叫做变域，把变域的元素放进未知数叫做把元素代入未知数，把变域的元素代入未知数，使等式成立的那些元素的集合叫做方程的解。

① 式中， $20x + 60 = 300$ 是一次方程， x 是未知数， X 是变域，这方程的解是 $\{12\}$ 。

〔问〕假定 15cm 线香点燃后的时间为 x 分，线香剩下的长度为 y cm， x ， y 之间就有实验式（实验的结果所得到的式子） $y = -0.3x + 15$ 成立。

（1）试求 x 的变域

（2）试求 $-0.3x + 15 = 10.5$ 的解。

〔答〕（1） $0 \leq x \leq 50$

（2） $x = 15$

**同解一
次方程**

我们来解一次方程

$$5 - 6x = 3x + 41 \quad \text{①}$$

$$\text{把 } 3x \text{ 移项, } 5 - 6x - 3x = 41 \quad \text{②}$$

$$\text{把 } 5 \text{ 移项, } -6x - 3x = 41 - 5 \quad \text{③}$$

$$-9x = 36 \quad \text{④}$$

$$\text{两边除以 } -9, \quad x = -4 \quad \text{⑤}$$

$\{-4\}$ 这个解适合于从①到⑤的所有式子, 就说①, ②, ③, ④及⑤是同解方程。⑤是与①同解的最简方程。解方程就是做一个与它同解的最简方程。

因为方程也是用等号连结的等式, 方程的这些同解变形也具有下面所说的等式性质。

如果等式两边加上或减去一个相同的数或者相等的式子, 乘以或除以同一个不为0的数, 方程会变形, 但是解不变。就是说变成了同解的方程。

〔问2〕试按下面的顺序把一次方程 $3x - 4 = x + 5$ 变形, 作出同解一次方程。

(1) 两边加4,

(2) 两边减x,

(3) 两边除以2。

〔答〕(1) $3x - 4 + 4 = x + 5 + 4$

$$\therefore 3x = x + 9$$

(2) $3x - x = x + 9 - x$

$$\therefore 2x = 9$$

$$(3) \quad x = \frac{9}{2}$$

〔问3〕试解下列一次方程

(1) $110 - 13x = 65 - 8x$

$$(2) 4(x-7) = 3x+5$$

$$(3) 0.4x+0.32=2.04x-0.6$$

$$(4) \frac{x}{2}+3=\frac{1}{6}(x-5)$$

$$(5) \frac{x-4}{4}=\frac{x+2}{6}+1$$

$$(6) \frac{3x-2}{5}-\frac{2x-3}{3}=3$$

〔答〕(1) $110-13x=65-8x$

移项, $-13x+8x=65-110$

$$-5x=-45$$

两边除以 -5, $x=9$

$$(2) 4(x-7)=3x+5$$

去括号, $4x-28=3x+5$

移项, $4x-3x=5+28$

$$x=33$$

$$(3) 0.4x+0.32=2.04x-0.6$$

两边乘以 100, $40x+32=204x-60$

移项, $40x-204x=-60-32$

$$-164x=-92$$

两边除以 -164, $x=\frac{92}{164}=\frac{23}{41}$

$$(4) \frac{x}{2}+3=\frac{1}{6}(x-5)$$

两边乘以 6, $3x+18=x-5$

移项, $3x-x=-5-18$

$$2x=-23$$

两边除以 2, $x=-\frac{23}{2}$

$$(5) \quad \frac{x-4}{4} = \frac{x+2}{6} + 1$$

两边乘以12, $3(x-4) = 2(x+2) + 12$

去括号, $3x - 12 = 2x + 4 + 12$

移项, $3x - 2x = 4 + 12 + 12$

$$x = 28$$

$$(6) \quad \frac{3x-2}{5} - \frac{2x-3}{3} = 3$$

两边乘以15, $3(3x-2) - 5(2x-3) = 45$

去括号, $9x - 6 - 10x + 15 = 45$

移项, $9x - 10x = 45 + 6 - 15$

$$-x = 36$$

两边乘以-1, $x = -36$

§ 2 日常生活中的问题

热水和冷水混合

往250 g 15℃的水中加200 g 60℃的水, 把它们合匀, 整个温度会有什么变化? 大家回想一下在物理课学过的热量问题(物体间交换的热量)。可用 cal (卡) 作热量单位。

1 cal 是把 1g 水的温度提高1℃所需要的热量, 并且“热水所失热量 = 冷水从热水所得热量 + 损失热量”成立。

现在不计传到容器和搅棒以及散失到外面的热量。

(1) 算术解法

60℃水变成15℃时,

$$(\text{给出热量}) = 200 \times (60 - 15) = 9000(\text{cal})$$

混合就相当于把这些热量交给了 450 g 15℃ 的水, 所以

温度上升

$$9000 \div 450 = 20 (^{\circ}\text{C})$$

混合后的水温为

$$15 + 20 = 35 (^{\circ}\text{C})$$

这个问题的难点在于：以
450 g 15°C 的水作为对象。

(2) 使用一次方程的解
法

用一次方程来处理这个问题。

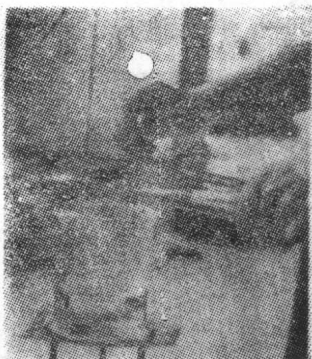


图 2

现假设混合后变为 $t^{\circ}\text{C}$ ，热水失去的热量为

$$200 \times (60 - t) (\text{cal})$$

冷水所得热量为

$$250 \times (t - 15) (\text{cal})$$

因为它们相等，所以能很简单地列出一方程

$$200 \times (60 - t) = 250 \times (t - 15)$$

$$12000 - 200t = 250t - 3750$$

$$-450t = -15750$$

$$t = 35$$

混合后的水温为 35°C 。

**在自动人行
道上行走**

大阪梅田的阪急百货商店和阪急电车剪票口之间有自动人行道。自动人行道长为 36.2m，人站上去不动，让自动人行道送到对面要用 52 秒。

泽见同学在上面步行用了 20 秒。

返回时，用与原来相同的速度步行了一段，然后站着不动让自动人行道自动前进。这样，从上人行道至到达用

了30秒。问：他大约是在多少米的地方停止步行的？



图 3 自动人行道

首先求出自动人行道的速

度为

$$36.2 \div 52 \approx 0.70 (\text{m/秒})$$

在自动人行道上步行时的速度为

$$36.2 \div 20 = 1.81 (\text{m/秒})$$

现在，假设泽见同学是在自动人行道上步行到 x 米处停下的，步行时间为

$$\frac{x}{1.81} \text{ 秒}$$

自动前进的时间为 $\frac{36.2 - x}{0.70}$ 秒

$$\text{所以得到一次方程 } \frac{x}{1.81} + \frac{36.2 - x}{0.70} = 30 \quad \textcircled{1}$$

①的两边同乘以 1.81×0.70 ，则

$$0.70x + 1.81(36.2 - x) = 30 \times 1.81 \times 0.70$$

去括号，整理得

$$0.70x - 1.81x = 30 \times 1.81 \times 0.70 - 1.81 \times 36.2$$

$$\text{经计算得 } -1.11x = -27.51$$

$$x \approx 24.78$$

泽见同学在自动人行道上大约24.78m处停下来的。

打拍子

S市某小学开校内学习表演会时，决定在幕间加进用响板和手鼓打拍子。

演了一支 $\frac{4}{8}$ 拍子、12小节的曲子。响板在 (♪ ♪ ♪ ♪)

的拍子中，中途打几小节（♪ ♪ ♪ ♪）的拍子，这时也一起打手鼓。

曲子最后以（♪ ♪ ♪ ♪）结束。

一共打了39次响板。在这个曲子中，只打响板的小节共有几节，和手鼓一起打的小节共有几节？ $\frac{4}{8}$ 拍子♪在一小节中有四个，♪和♪等长。

现在，假设只打响板的小节有 x 节，那么响板和手鼓都打的小节就有 $(12-x)$ 节。

因此得到一次方程

$$4(x-1) + 3 + 2(12-x) = 39$$

$$4x - 4 + 3 + 24 - 2x = 39$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

所以只打响板是8小节， $12-8=4$ ，所以响板和手鼓都打的是4小节。



图4 表演会

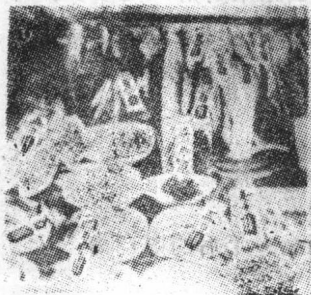


图5 鱼店

〔问4〕建同学的母亲去鱼店，买了250日元一份的鱼片4份，一条900日元的鳗鱼和4只虾，付了一张5000日元的钞票，找回了2320日元。母亲回到家后虾的价钱想不起来了，试用方程求一只虾的价钱。

〔答〕设一只虾的价钱为 x 日元，可得下列一次方程

$$250 \times 4 + 960 + x \times 4 + 2320 = 5000$$