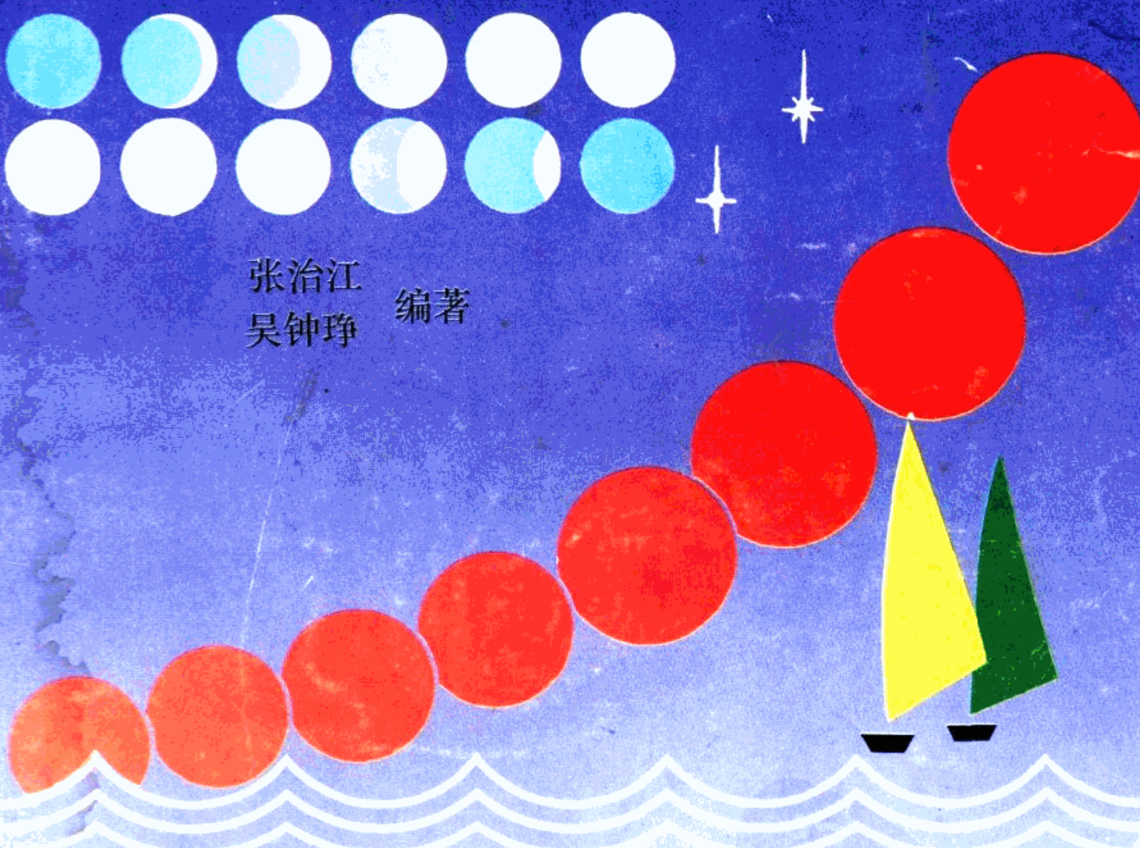
实用航海天文学



张治江
吴钟琤 编著

海 潮 出 版 社
一九九四年六月

实 用 航 海 天 文 学

张治江
吴钟琤
编著

一九九四年三月

责任编辑：孙世刚

实用航海天文学

张治江　吴钟琤　编著

海潮出版社出版发行（天津塘沽上海道 102 号）
中国人民解放军第四二三六工厂印装

787×1092 毫米　1/16 开本　印张：28　字数：659 千字
1994 年 3 月第 1 版　1994 年 3 月第 1 次印刷
印数：0001—2000 册　定价：24.60 元
IBSN 7—80054—614—4／U・66

序　　言

本书是按照中华人民共和国港监局1988年海船船员考试大纲，并参考海军有关高等院校和地方海运学院航海驾驶专业本科教学大纲编写的。

书中通俗系统地阐述了现代航海天文学的原理、方法和科学进步新成就，例如“中国海区海面大气折光系数实测考察”研究、“六分仪滤光片棱性差”研究等；介绍了世界各国无线电对时信号、外版《航海天文历》和有关计算表册、用电子计算器（机）解算航海天文问题的方法和途径，汇编了第13章国际海事组织（IMO）海船船长、驾驶员考试大纲、自测练习题选及答案。1991年至1994年海船船员适任证书全国统考试卷与答案。

航海天文学就其研究的内容和问题而言，无论对于军事舰船或是民用商船，它都是一门通用学科。本书力图编成一本军民两用教材，既可做为地方海运学院航海驾驶专业本科教材，也可做为海军院校航海专业本科教材或者做为海军广大舰艇航海干部自学参考书，同时亦可做为海船船员考证培训教材。

本书系统性强，涉及面广。对于不同的学员对象，在内容上可以有所取舍。书中凡带“*”符号者，如果忽略不学，并不影响本书的系统完整性。

本书的序言、绪论、第2至9章和附录，由海军潜艇学院张治江教授编撰，第1．10至13章由上海海运学院吴钟琤副教授编撰。全书由张治江教授统稿审阅。由于时间仓促、水平有限，书中的错误和不足之处，欢迎批评指正。

张用道副教授审阅了第2至11章，并提出一些宝贵意见。本书的插图由伊勒副教授和海军青岛基地后勤部设计处张青同志绘制；本书在编排出版工作中，得到王洪兴同志的鼎力支持和李进杰、陈秉承、孙世刚、元建胜、郐志顺等同志的积极协助，在此一并表示衷心感谢。

编　者

1994.3

绪　论

航海天文学是研究舰船远离海岸航行时，利用天体（日、月和星体）进行导航的一门实用科学。其任务主要是解决：

1. 观测天体高度（仰角）求舰船位置；

2. 观测天体方位求罗经差；

3. 关于时间的计算与换算等。

从航海的角度来看，航海天文学是航海专业中主要课程之一；从天文学的角度来看，它又是实用天文学的一部分（实用天文学包括：大地天文学；航空天文学和航海天文学等）。学习航海天文学需要用到天文学，特别是球面天文学的一些基础知识，运用这些知识的最终目的是为了解决舰船在海上测天定位和导航的问题。所以，航海天文学既是航海学的一个分支，又是实用天文学的一个分支。

航海天文学随着人类生产、商品贸易的发展而不断发展。两千多年前，我国已有船舶远涉重洋到日本、南洋等地进行贸易。我国明朝著名航海家郑和七下西洋（1403—1435），规模之大（船队达 60 多艘），航程之远（到达红海亚丁等地），当时可谓举世闻名。15 世纪以来哥伦布发现新大陆以后，海上交通和贸易迅速兴起。1730 年出现了六分仪，1761 年海上船用天文钟试用成功，利用天文钟求经度的方法一直沿用到今天。18 世纪末和 19 世纪初，已经能在海上相当精确地测定地理坐标（经度和纬度）。1837 年美国船长沙姆纳（H.Sumner）在无意中发现了等高度线（即船位线），1849 年俄国航海家阿基莫夫（AKNMOB）提出经度法解算方法，1875 年法国人圣希勒尔（St . Hilaire）提出了求天文船位的高度差法（截距法），其理论一直沿用至今。

与现代飞速发展的电子导航仪器和导航方法相比，航海天文学具有相对地如下优点：

1. 勿需岸台设施，勿需专门的电子发射和接收装置，只需观测天体的可见光，因而具有一定的独立性和隐蔽性。

2. 海上测天定位的精度，不受岸距或目标距离的限制；

3. 仪器简便，不易故障等。

近年来，电子计算机在航海上的应用，使得航海人员从繁杂的天文查表计算中解脱出来，大大提高了工作效率。

但是，目前航海天文的缺点在于阴天看不到天体时就不能观测；有雾时，看不到水天线，使用的普通六分仪也不便观测。

尽管无线电导航得到了迅猛的发展，尤其是全球卫星导航系统 GPS 的应用，确实给航海定位带来极大方便，但是，航海天文学仍然具有公认的坚实生命力。正如有人所说：“航海天文学是一把带匕首的拐仗，是看家的本领”，也有人说：“古老的天文航海，在现代战争中，往往会成为一门救命的科学”。凡此云云，不无一定道理。因此，做为一名现代海军航海干部或者是海船高级驾驶人员面对各种各样的导航手段，应当多学几手有备无患，全面掌握灵活运用。

航海天文学主要是研究海上测天定位问题。其定位原理与地文航海中观测目标距离定

位法相似。即以已知的目标位置为圆心，以测得的目标距离为半径，可得一个圆，此即船位圆（船位必在此圆上），同时观测两个目标距离可得两个船位圆，两圆的交点之一便是船位。如图 0—1 所示。可见,任何测定船位方法必需解决以下几个问题:

1. 必须知道目标（图中 A、B）的客观位置；

2. 必须测得目标的相对位置要素（图中 D_A、D_B）；

3. 通过必要的绘算得出船位（图中 M)。

天文定位的特点是:

1. 目标是天上的天体。为了表示和确定天体位置，就要学习研究天球坐标（第二章)；

2. 天体随时都在运动。这就需要学习研究天体运动的规律和特点（第三章)；天体运动与时间紧密相关，因而需要学习研究关于时间单位的制定和时间单位的选择等，从而掌握根据时间如何从《航海天文历》中求知天体的位置（第四章)。

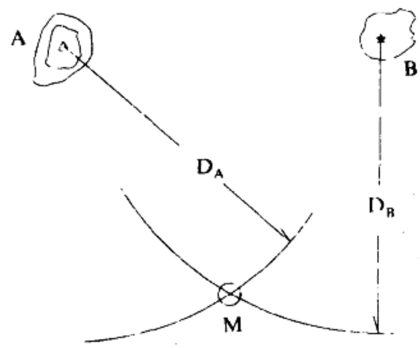


图 0—1

此外，还要研究观测天体高度的仪器——六分仪及其使用方法，测得高度后还要经过必要的改正（第五章)。这样，就得到了天体地面投影点的距离，如图 0—2，测者 C 观测天体 B 的高度为 h，测者地平 CH 与地心地平 OH_0 相平行，而 h 的余角 $z=90^\circ-h$，z 角对应的地面弧距 $\widehat{Cb}$ 就是天体投影点 b 的距离。

然后，根据已知的天体（投影点）位置，和测得的高度（投影点距离）研究具体绘算天文船位的方法（第六章等)。

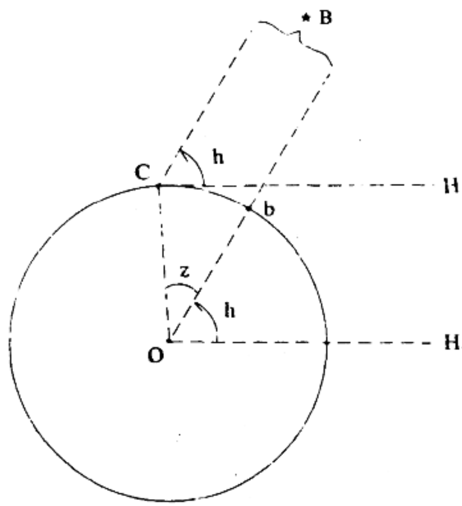


图0—2

目　录

第一章　航海专业数学与船位误差理论基础

航海专业数学与船位误差理论，是船舶驾驶专业的一门专业基础课，为学习《航海学》、《航海天文学》等专业课程提供必须的数学和误差方面的基础知识。

§1—1　球面三角学

球面三角学是研究有关球面的几何知识，为解决球面上由三个大圆弧所构成的球面三角形的性质、边角间的关系以及球面三角形的解算。这些方面的知识对于解决船舶航行中的航向、距离、船位等计算问题是必不可少的。

一、球和球面上的圆

（一）球和球面

在空间与一定点等距离的点的轨迹称为球面。球面所围的几何体称为球。该定点为球心。球心与球面上任意点之间的距离为球半径 R。连接球面上两点且通过球心的线段，为球直径 D，它是球半径的两倍。为此，球面又可以定义为以直径为转轴的半圆周的旋转面。一个球的所有半径或直径均相等，故球半径或球直径相等的球全等。

球面方程 $X^2+Y^2+Z^2=R^2$；球表面积 $S=4\pi R^2=\pi D^2$；球体积 $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{1}{6}\pi D^3$ 为球的三个基本公式。

（二）球面上的圆

1. 圆、大圆和小圆　　平面与球面相截的截痕为圆。如图 1—1—1 所示，平面 P 与球面相截得截痕 AMB，自球心 O 向平面 P 引垂线 $\overline{OO_1}=d$，在截痕上取任意一点 M，将其与球心 O 及点 O_1 相连接，得直角三角形 OO_1M。由此可知

$$\overline{O_1M}=\sqrt{\overline{OM}^2-\overline{OO_1}^2}$$

$$r=\sqrt{R^2-d^2}$$

显然，当 M 点沿截痕移动时，$\overline{OM}$ 和 $\overline{OO_1}$ 的长度不变。因此，$\overline{O_1M}$ 为一常数。可见，曲线 $\overline{AMB}$ 是以 O_1 为中心，以 $\overline{O_1M}$ 为半径的圆周。

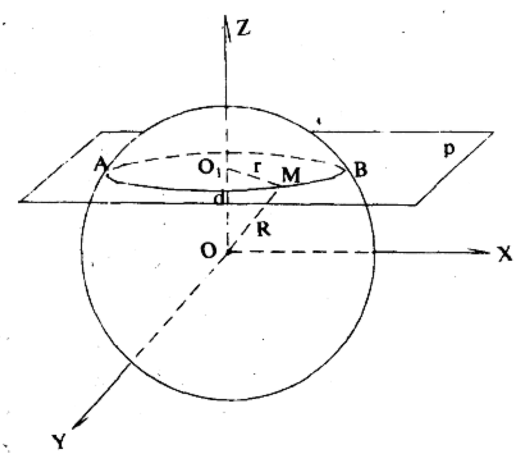


图 1—1—1

若平面通过球心，则与球面相截得的圆为最大，称为大圆。大圆的圆心为球心，大

圆的半径与球半径相等。大圆上的一段圆弧称为大圆弧。大圆分球面或球为相等的两部份。若平面不通过球心，则与球面相截得的圆称为小圆。小圆的圆心是球心到所截平面的垂足。小圆的半径大于零而小于球的半径。小圆上的一段圆弧称为小圆弧。

2. 大圆的性质

（1）大圆的圆心与球心重合。

（2）大圆的直径等于球直径。

（3）同球或等球上的大圆的大小相等。

（4）大圆等分球面和球体。

（5）同一个球上的两个大圆平面一定相交，其交线是球的直径，也是这两个大圆的直径，并且互相等分。因为大圆平面必定通过球心，如图1—1—2所示，球心既在大圆平面AA′上又在大圆平面BB′上，即必在这两个大圆平面的交线QQ′上。因为球心O也是这两个大圆的圆心，所以通过球心的两个大圆平面的交线，既是球的直径，也是这两个大圆的直径，并且将它们平分。

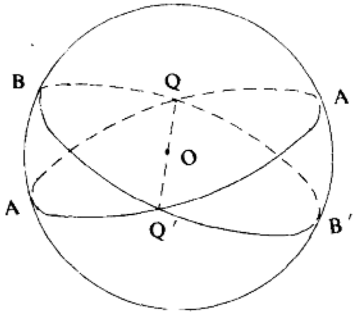


图1—1—2

（6）过球面上不在同一直径两端的任意两点，只能作一个大圆，却可作无数个小圆。如图1—1—3所示，A和C是球面上不在同一直径两端的两个点，它们与球心共为三点，且不在同一直线上。因为过不在同一直线上的三点只能作一个平面，所以通过球面上不在同一直径两端的任意两点，只能作一个大圆。作小圆不必也不能过球心，所以过AC两点可作无数个平面，而在球面上可截得无数个小圆。

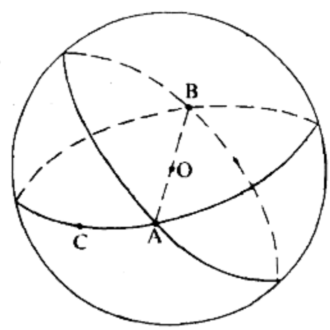


图1—1—3

（7）过球面上同一直径两端的两点，可作无数个大圆，而作不出小圆。图1—1—3中，A、B两点是直径$\overline{AB}$的两个端点，而球心必位于直径上，这样A、B和O点位于同一直线上。过该直线可作无数个平面，则在球面上可截得无数个圆来，由于这些平面均过球心，故截得的圆也都只能是大圆，而作不出小圆来。

（8）球面上两点间的距离以过该两点的大圆弧劣弧（<180°）为最短。两点间的距离用大圆弧度量。如图1—1—4，设A、B为不在同一直径两端的两点，则过A、B两点作一个大圆弧$\overset{\frown}{PABP'}$。为证明A、B两点间的距离$\overset{\frown}{AB}$为最短，过A、B两点作任意曲线，$\overset{\frown}{ACDE\cdots\cdots GB}$并以C、D、E……G等诸点，分曲线为无穷多个无穷小的弧段$\overset{\frown}{AC}$、$\overset{\frown}{CD}$、$\overset{\frown}{DE}$……、$\overset{\frown}{GB}$，使其可以认为是大圆弧。将这些分点分别与球心相连得到多面角O—ACDB……GB。因此，由立体几何可知：

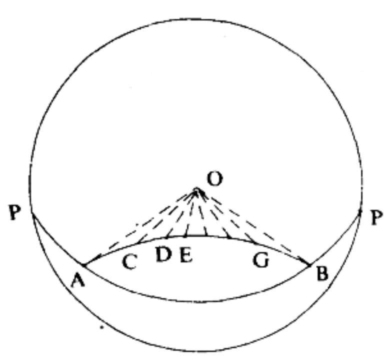


图1—1—4

平面角$\angle AOB < \angle AOC + \angle COD + \angle DOE + \cdots\cdots + \angle GOB$因为圆的中心角与相对的弧同度，所以有：

$$\overset{\frown}{AB} < \overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DE} \cdots\cdots + \overset{\frown}{GB}$$

即，大圆弧$\overset{\frown}{AB}$小于曲线弧长$\overset{\frown}{ACDE\cdots\cdots GB}$。因此，球面上过 A、B 两点的所有曲线弧，以大圆弧$\overset{\frown}{AB}$为最短。

二、球面上的轴、极、极距和极线

垂直于球面上的大圆或小圆平面的球直径，称为该圆的轴。每个球面上的圆都有且只有一根轴。但垂直于同一轴的圆面可以有无数个，这些圆面互相平行，其中只有一个通过球心的是大圆面，其它的均系小圆面。

轴的两端点称为极。球面上的每个圆均有且只有两个极。但极所对应的圆可以有无数个，其中只有一个是大圆，其它的均系小圆。

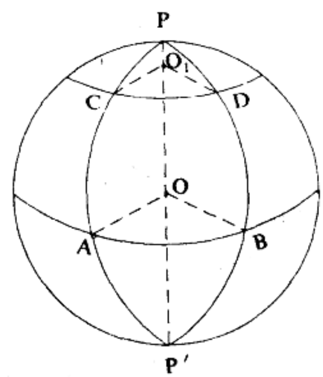


图 1—1—5

如图 1—1—5，球直径$\overline{PP'}$垂直于大圆$\overset{\frown}{AB}$和小圆$\overset{\frown}{CD}$的平面，所以球直径$\overline{PP'}$是这两个圆的轴。轴的两端点 P、P′ 是它们的极。过两极可作无数个大圆，如$\overset{\frown}{PCAP'}$和$\overset{\frown}{PDBP'}$等，这些大圆均与该极的大圆或小圆相垂直，如$\overline{CD}$和$\overline{AB}$等。

从极到圆（大圆或小圆）弧上任一点间的大圆距离称为极距，又叫球面半径。一个圆的极距或球面半径均相等，如$\overline{PC} = \overline{PD}$，如图 1—1—5 所示，C 和 D 为圆周上任意两点，连接 PC、PD，则平面三角形 PCO_1 与 PDO_1 全等，则有弦 PC = PD。由于等圆内相等的弦所对的弧相等，所以有$\overline{PC} = \overline{PD}$。

大圆上任一点到其极点的大圆距离均为 90°，如$\overset{\frown}{PCA} = \overset{\frown}{PDB} = 90°$，亦即大圆的极距或球面半径为 90°，如图 1—1—5 所示，对于大圆$\overline{AB}$，有$\angle P'OA = \angle POA = \angle P'OB = \angle POB = 90°$，因圆的中心角与其所对的弧同度，则有$\overset{\frown}{PCA} = \overset{\frown}{P'A} = \overset{\frown}{PDB} = \overset{\frown}{P'B} = 90°$，因为极所对应的大圆只有一个，而且极距等于 90°，所以把大圆弧称为它所对应的极的极线。极的极线必然是大圆弧。例如 P 点是大圆$\overline{AB}$的极，而大圆$\overline{AB}$则为极点 P 的极线。如果从另一个角度讲，如下的关系也成立，即球面上一点到某一大圆弧上任意两点间的大圆距离都为 90°，则这一点就是该大圆的极，而这个大圆则是该点的极线。

三、球面角及其度量

球面上由两个大圆弧相交所构成的角称为球面角，其交点是球面角的顶点，两大圆弧则为球面角的两个边。如图 1—1—6 所示，$\angle APB$ 是球面角，P 是它的顶点，大圆弧$\overset{\frown}{PA}$和$\overset{\frown}{PB}$是它的边。

球面角的大小是用其两大圆弧平面所构成的两面角来度量，即球面角$\angle APB$ 用平面 POA 和 POB 所构成的两面角的大小来确定。因此，球面角有三种度量方法：

1. 用切于球面角顶点的两大圆弧切线间的夹角$\angle CPD$ 来度量。
2. 用顶点的极线被球面角两边的大圆弧所截的弧长$\overset{\frown}{AB}$来度量。

3. 用球心角∠AOB 来度量。

因为两个大圆平面所构成的两面角可以为锐角、直角或钝角，故球面角也可以为锐角、直角或钝角。当两个大圆弧重合时，球面角为 0°。同一个公共顶点的所有球面角的和等于 360°。

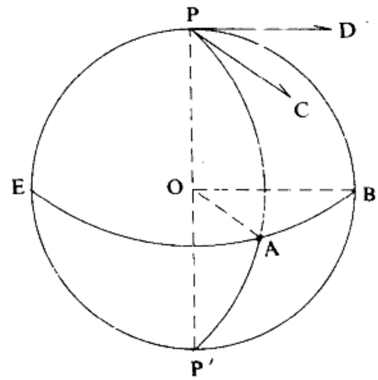


图1—1—6

四、常用的球面几何关系

（一）球面角等于其两个边的大圆弧的极之间的大圆距离　图 1—1—7 所示，O 为球心，大圆弧$\overset{\frown}{EC}$和$\overset{\frown}{ED}$相交于 E 点，构成球面角∠CED。A 点为$\overset{\frown}{DE}$之极，B 点为$\overset{\frown}{EC}$之极，所以：

$\overline{AO} \perp \overline{EO}$

$\overline{BO} \perp \overline{EO}$

因此，$\overset{\frown}{EO}\perp$大圆弧$\overset{\frown}{DCAB}$的圆面，E 点为该圆面之极，所以

$\overset{\frown}{EC} = \overset{\frown}{ED} = 90°$

因此，球面角∠CED＝$\overset{\frown}{CD}$＝球心角∠COD.在大圆面$\overset{\frown}{CDAB}$上，$\overline{AO} \perp \overline{DO}$，$\overline{BO} \perp \overline{CO}$，

所以　　$\angle AOD = 90° = \angle AOC + \angle COD$

$\angle BOC = 90° = \angle AOB + \angle AOC$

因此　　$\angle AOB = \angle COD$

∠AOB 所对的大圆弧$\overset{\frown}{AB}$就是两大圆极之间的大圆距离。而球心角∠COD 等于球面角∠CED。

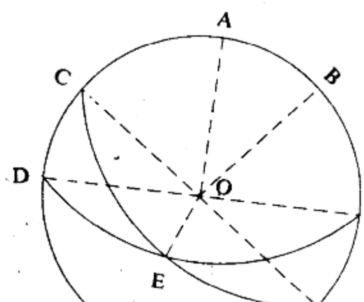


图1—1—7

（二）圆心角相等的大圆弧与小圆弧之间的关系

图 1—1—8 所示，大圆弧$\overset{\frown}{EAB}$的圆面与小圆弧$\overset{\frown}{eab}$的圆面相互平行。$\overline{PP'}$为这两个圆面的轴。显然

圆心角$\angle ao'b = \angle AOB = \alpha$

又　　球心角$\angle aop = \overline{pa}$＝小圆$\overline{eab}$的极距。

在直角平面三角形 o′ao 中

$\angle ao'o = 90°$，$\overset{\frown}{oa}$等于大圆半径，

$\overline{o'a}$＝小圆$\overset{\frown}{eab}$的半径。

因此，　$\dfrac{\text{小圆半径}\overline{o'a}}{\text{大圆半径}\overline{oa}} = sin(\text{小圆极距})$

又根据圆心角的弧度与圆半径间的关系得出

$$\frac{\overline{ab}(\text{线长度})}{\text{小圆半径}\overline{o'a}} = \text{圆心角}\angle ao'b(\text{弧度});$$

$$\frac{\overline{AB}(\text{线长度})}{\text{大圆半径}\overline{OA}} = \text{圆心角}\angle AOB(\text{弧度}),$$

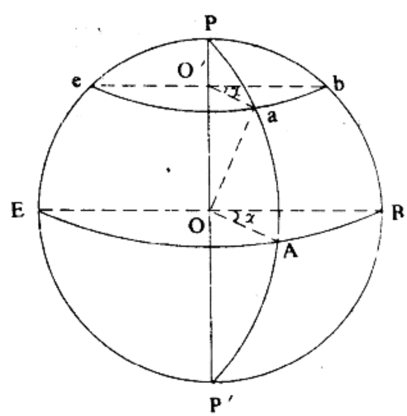


图1—1—8

所以$\dfrac{\overrightarrow{ab}(\text{线长度})}{\overrightarrow{O'a}}=\dfrac{\overrightarrow{AB}(\text{线长度})}{\overrightarrow{OA}}$

$$\frac{\widehat{ab}(\text{周长})}{\widehat{AB}(\text{周长})}=\frac{\overrightarrow{O'a}}{\overrightarrow{Oa}}=\sin(\text{小圆极距})$$

上式说明：小圆弧的周长等于圆心角相等的大圆周长，乘以小圆极距的正弦函数，即

$$\widehat{ab}(\text{ 周长 })=\widehat{AB}(\text{ 周长 })\times\sin(\text{小圆极距})$$

上述关系不仅在大圆面与小圆面平行时成立，若它们不相平行，只要圆心角相等也同样成立。

五、球面三角形及其分类

（一）球面三角形

在球面上，由三个大圆弧相交所构成的三角形，称为球面三角形。构成球面三角形的大圆弧，称为球面三角形的边。由大圆弧相交构成的球面角，称为球面三角形的角。

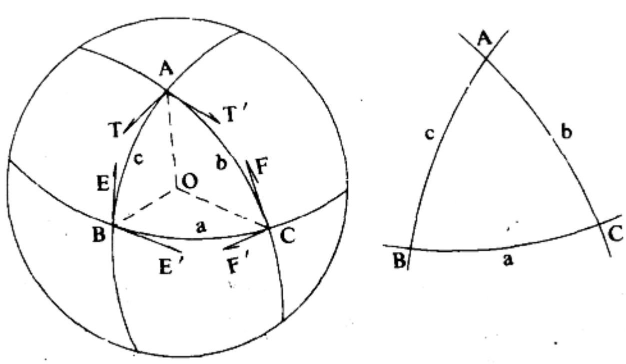


图 1—1—9

如图 1—1—9 所示，由大圆弧$\widehat{AB}$、$\widehat{BC}$和$\widehat{CA}$所围成的一个球面三角形 ABC。通常用 A、B、C 大写字母表示球面三角形的三个角，而其对边则相应地用 a、b、c 小写字母表示。这三个角和三个边合称为球面三角形的六要素。

将球面三角形 ABC 的各个顶点与球心 O 相连接，得到球心三面角 O—ABC。因为圆的中心角与它所对的弧同度，则有：

$$a=\angle BOC,\ b=\angle AOC,\ c=\angle AOB$$

$$A=\angle TAT',\ B=\angle EBE',\ C=\angle FCF'。$$

由此可知，球面三角形与其所对的球心三面角的平面角同度；而球面三角形的角与球心三面角的两面角同度。

航海上所使用的球面三角形，它们的边和角均小于 180° 而大于 0°，称为欧拉球面三角形。

（二）欧拉球面三角形的分类

1. 球面等腰三角形和球面等边三角形　在六要素中，有两边或两角相等的球面三角形称为球面等腰三角形。若三边或三角均相等的球面三角形则称为球面等边三角形。

2. 球面直角三角形和球面直边三角形　至少有一个角为 90° 的球面三角形称为球面直角三角形。至少有一个边为 90° 的球面三角形称为球面直边三角形。

3. 球面初等三角形　有两种情况：三个边相对其球半径来说非常小的球面三角形称为球面小三角形；只有一个角及其对边都非常小的称为球面窄三角形。两者统称为球面初等三角形。

4. 球面任意三角形　凡不具备上述特殊条件的，均称为球面任意三角形。

（三）球面三角形的极线球面三角形

由球面三角形 ABC 三个顶点的极线所构成的球面三角形 A′B′C′，称为球面三角形 ABC 的极线球面三角形，而球面三角形 ABC 则称为原三角形，如图 1—1—10 所示。

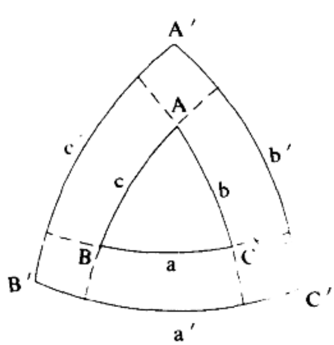


图 1—1—10

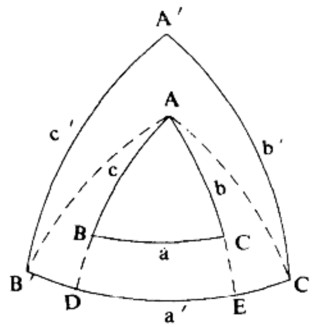


图 1—1—11

为使所得的极线球面三角形也符合欧拉球面三角形的要求，极线应作在该点对边的同侧。例如，作原三角形顶点 A 的极线，应画在其对边$\overline{BC}$（即 a 边）的同一侧，得大圆弧$\overline{B'C'}$（即 a′ 边）。其余的两条极线也应按同一原则画出。

1. 若一球面三角形是另一球面三角形的极线三角形，则后一球面三角形也是前一球面三角形的极线三角形，即互为极线三角形。

如图 1—1—11 所示，球面三角形 A′B′C′ 是原球面三角形 ABC 的极线三角形。因为 B′ 是 b 的极，所以$\widehat{B'A}=90°$；又因 C′ 为 c 的极，所以$\widehat{C'A}=90°$。因此，A 是大圆弧$\widehat{B'C'}$（即 a′ 边）的极。同理，可证明 B 是$\widehat{C'A'}$（即 b′ 边）的极。所以，球面三角形 ABC 与球面三角形 A′B′C′ 互为极线三角形。

2. 原球面三角形的边与其极线三角形的对应角互补，原球面三角形的角与其极线三角形的对应边互补。

如图 1—1—11 所示，延长$\widehat{AB}$、$\widehat{AC}$交$\widehat{B'C'}$于 D、E，得$\widehat{DE}$。按球面角第二种度量方法可知

$$A=\widehat{DE}$$

则有　$a'+A=a'+\widehat{DE}$

$$=\widehat{B'D}+\widehat{DE}+\widehat{EC'}+\widehat{DE}$$

因为　$\widehat{AC}$是顶点B'的极线，所$\widehat{B'D}+\widehat{DE}=90°$

$\widehat{AB}$是顶点C'的极线，所以$\widehat{EC'}+\widehat{DE}=90°$

所以 $a' + A = 180°$

同理可证 $b' + B = 180°$, $c' + C = 180°$

及 $a + A' = 180°$, $b + B' = 180'$, $c + C' = 180°$

六、球面三角形之间的几何关系

（一）*全等球面三角形* 在同球或等球的球面上，当两个球面三角形的对应边和角分别相等，而且边角的排列顺序相同，则称此两个球面三角形全等。

球面三角形的全等条件有：

1. 两边及其夹角彼此相等。
2. 两角及其夹边彼此相等。
3. 三边彼此相等。
4. 三角彼此相等。

前三种情况可用重叠法从球心三面角的全等推出。后一种情况可借助于极线三角形的性质来证明。

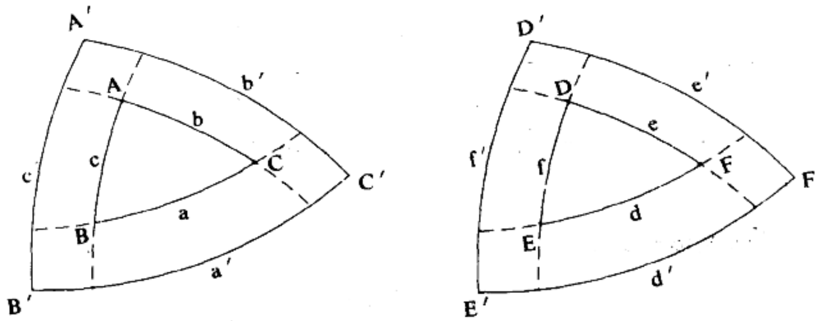


图 1—1—12

如图 1—1—12 所示，设两个已知球面三角形 ABC 和球面三角形 DEF 的边的顺序相同。作它们的极线三角形 A′B′C′ 及 D′E′F′，则有：

$$A+a' = 180° = D+d';$$
$$B+b' = 180° = E+e';$$
$$C+c' = 180° = F+f'。$$

因为 $A=D$, $B=E$, $C=F$;

所以 $a'=d'$, $b'=e'$, $c'=f'$;

因此，根据上述球面三角形全等的第三个条件可知，两个极线三角形全等。

由此可知 $A'=D'$, $B'=E'$, $C'=F'$

由于
$$A'+a=180°=D'+d$$
$$B'+b=180°=E'+e$$
$$C'+c=180°=F'+f$$

用此三等式分别减去以上三等式，则得

$$a=d,\ b=e,\ c=f$$

所以，球面三角形 ABC 与球面三角形 DEF 全等。

（二）相似球面三角形

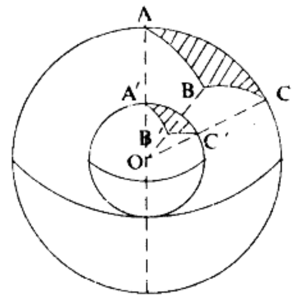


图1 1 13

在球半径不同的球面上，边、角度数对应相等的球面三角形，称为相似球面三角形。如图 1—1—13 中的球面三角形 ABC 和 A′B′C′，这两个球面三角形不全等，而仅为相似。

（三）对称球面三角形

在同一球面或在球半径相等的两个球面上，两个球面三角形的对应边和角分别相等，但其排列顺序不相同，则称此两个球面三角形互为对称球面三角形。

如图 1—1—14，从球面三角形 ABC 的顶点作直径 $\overline{AA'}$、$\overline{BB'}$、$\overline{CC'}$，由这些直径的另一端点 A′、B′ 和 C′，构成另一球面三角形 A′B′C′。从这两个球面三角形容易看出：

$$a=a',\ b=b',\ c=c'$$
$$A=A',\ B=B',\ C=C'$$

但顺序不相同，所以球面三角形 ABC 和 A′B′C′ 互为对称三角形。因为，虽然两个球面三角形的对应边和角相等，但边、角排列顺序不同，故不能重合，所以此两个球面三角形并非全等。

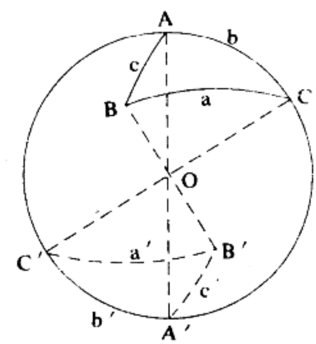


图1 1 14

七、球面三角形的性质

（一）球面三角形与其对应的三面角间的关系　球面三角形三条边的大圆弧面相交并通过球心，截得一个三面角 O-ABC，如图 1-1-15，球心 O 为三面角的顶点，球半径 $\overline{OA}$、$\overline{OB}$和$\overline{OC}$是三面角的棱。球面三角形的三个角等于其各自对应的三面角中的三个两面角。球面三角形的三条边等于其各自对应的三面角中的三个面角。所以，球面三角形的边、角关系也即是它们所对应的三面角中的三个两面角和三个面角的关系。这就是球面三角形的基本性质。

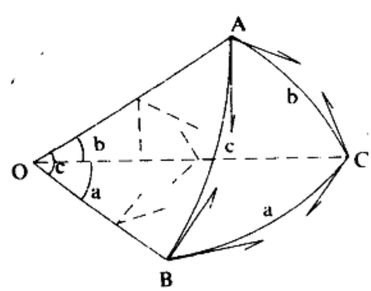


图1 1 15

（二）球面三角形三边之和大于 0° 而小于 360°

因为球面三角形的每边均大于 0°，所以三边之和也大于 0°，即

$$a+b+c>0°$$

又因为由立体几何可知，凸多面角的各个面角之和小于 360°，即

$$\angle AOB+\angle BOC+\angle COA<360°$$

所以　$$c+a+b<360°$$

（三）球面三角形的两边之和大于第三边；而两边之差小于第三边

在图 1-1-15 中，由立体几何关于凸多面角中，任一面角小于其余面角之和的定理，可得：