

《中学数学教学》编辑部 编

G633.6
240
高中数学
教与学评测试题集

安徽教育出版社



高中数学
教与学评测试题集

《中学数学教学》编辑部 编

安徽教育出版社

高中数学教与学评测试题集

安徽教育出版社出版

(合肥市跃进路1号)

安徽省新华书店发行 淮南市印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 1/32 印张: 10.25 字数: 200,000

1988年12月第1版 1988年12月第2次印刷

印数: 75,001—11,100

ISBN 7-5336-0203-X/G·774

统一书号: 7276·774 定价: 1.68元

前 言

安徽《中学数学教学》编辑部1984年、1985年组织编写了两期以单元训练和综合训练为主要内容的增刊，对配合教学、指导复习起了积极的作用，收到了较好的效果，深受中学师生的欢迎。国家教育委员会决定从今春起，全日制中学执行经修订的新教学大纲，这套大纲是今后一个时期教学、教学质量评估、中学会考、升学考试的依据。为了配合新大纲的实施，帮助中学教师以新大纲为依据，及时了解教学效果，改进教学，帮助中学生了解大纲要求，对照学习，及时找出知识差距，有针对性地进行复习。经安徽省教育委员会批准，在安徽教育出版社、安徽教育学院、安徽省教育科学研究所、安徽省中学数学教学研究会大力支持下，由本刊编辑部组织合肥市、芜湖市、安庆市、淮南市、蚌埠市、徽州地区、安庆地区有丰富教学经验的中学教师和安徽教育学院数学系部分长期从事初等数学研究的教师，编写了这本《高中数学教与学评测试题集》，供广大中学师生参考。

本书以新大纲为依据，以部颁教材的章为单元，每章包括以下部分：一、本章教学目标研究。二、形成性测试设计双向简表。它从知识点与能力水平要求两个方面指明了科学测试的命题依据。限于篇幅，本书只对各章的第一套形成性测试题列简表作了例示。我们希望各类测试都应在紧扣大纲，并对教学要求作认真分析研究的基础上命题。三、形成性测试题。用以检测本章教学要求达到与否。四、与本章内容有纵横联系的综

合测试题选。本书还以附录形式给出全部测试题的提示与解答。提示富有启发性，突出重点、难点、重要的思维方法和常用的技巧。

本书是一本集中近年来各地关于测试评估探索方面成果和经验的集体创作，在教学目标研究，形成性测试设计，测试题的选择等方面，力求紧扣国家教育委员会颁布的教学大纲的要求，做到教学目标明确具体，测试题题型典型，覆盖面广，具有一定的启发性，使之成为紧密配合新大纲实施，有助于学生数学概念形成、知识巩固和提高的较为合适的参考书。本书无论是对配合教学、指导阶段复习，还是对指导系统总复习都有直接的参考价值。

参加本书编审工作的有张国铮、王家华、周祥裕、王占鹏、魏克服、凤良仪、陈文琦、汪胜、孙耕心、张君修、刘立德、陈传麟、金杰成、贾汉凯、郑光先、黄毓抛、邱树德等同志。

在本书编审过程中，得到安徽教育学院教学系密切配合和大力支持，在此表示感谢。

编写一本教与学评测的试题集，是一项新的工作，由于经验不足，加之水平所限，时间又较仓促，书中缺点和错误在所难免，敬请广大读者批评指正。

安徽《中学数学教学》编辑部

1937.7

目 录

代数

第一章	幂函数、指数函数和对数函数	(1)
第二章	三角函数	(21)
第三章	两角和与差的三角函数	(32)
第四章	反三角函数和最简三角方程	(42)
第五章	不等式	(52)
第六章	数列、极限、数学归纳法	(65)
第七章	复数	(80)
第八章	排列、组合、二项式定理	(95)

立体几何

第一章	直线与平面	(102)
第二章	多面体与旋转体	(115)

平面解析几何

第一章	直线	(124)
第二章	圆锥曲线	(132)
第三章	极坐标和参数方程	(140)

提示与解答

代数	(151)
立体几何	(259)
平面解析几何	(300)

代 数

第一章 幂函数、指数函数和对数函数

第一单元 集合、映射与函数

(一) 教学目标

1. 了解 (1)集合的两种表示法及数集的有关记号。(2)空集和全集的意义。(3)属于、包含、相等关系的意义。(4)用列表描点法画函数的图象。(5) $A \cap A = A$, $A \cap \phi = \phi$, $A \cup A = A$, $A \cup \phi = A$, $A \cap \overline{A} = I$, $A \cap \overline{A} = \phi$, $\overline{\overline{A}} = A$ 。

2. 理解 (1)集合、子集、交集、并集、补集的概念。(2)函数的概念、表示法及函数三要素：定义域、值域及对应法则。(3)函数的单调性、奇偶性及其图象特征。

3. 掌握 (1)能正确使用有关集合概念的术语和符号。(2)能正确表示一些较简单的集合。(3)会判断元素与集合之间的从属关系及集合与集合之间的包含关系。(4)会求交集、并集、补集。(5)会用文氏图直观地表示集合。(6)会判断一个对应是否是映射、一一映射。(7)会求反函数，掌握互为反函数的函数图象之间的关系。(8)会求函数的定义域。(9)掌握求函数值域的常用方法。(10)会判断简单函数的单调性、奇偶性并

* 高中代数中原第七章行列式和线性方程组，第十章概率，大纲规定作为选用教材，本书没有列入。本书将课本的第八章改为第七章，将第九章改为第八章。

利用它们描绘函数的图象。(11)会根据题意建立函数关系式。

4.灵活运用 (1)会用集合的观点处理代数、三角、解析几何中的问题。(2)会用运动、变化的观点分析具体问题中变量间的函数关系。(3)会对函数的图象、性质进行综合研究,并用以解决具体问题。(4)会求函数的最大值和最小值。

(二) 形成性测试设计双向简表

题号 知识点	水平	了解	理解	掌握	灵活应用
		22%	31%	37%	10%
集合 34%		一、1.2. 三、1.2.3.4.	一、3. 二、1.2.3.4	三、5.	
映射 13%		一、4.	二、5.	五、	
函数 53%		一、6.	一、5. 二、6.7. 四、	二、8. 六、七、八、	九、

(注 本表是下面第一套形成性测试题的命题依据。限于篇幅,全书各章的第二套测试题均不再另附命题设计双向简表)

(三) 形成性测试题

第一套测试题(100分钟)

一、是非判断题(每小题2分,共12分)

1. $\{\text{有理数}\} \cap \{\text{无理数}\} = \{\phi\}$ 。()

2. $\{(1, 0)\} = \{(0, 1)\}$. ()

3. $A \cup B = A \cap B \iff A = B$. ()

4. 在平面上, 设 $A = \{\text{圆}\}$, $B = \{\text{矩形}\}$, , 对应 f : 作圆的内接矩形, 则 f 是从 A 到 B 的映射. ()

5. 设 $A = \mathbb{Z}$, $B = \mathbb{Z}$, $f: x \rightarrow x^2$, 则 f 是从 A 到 B 上的函数. ()

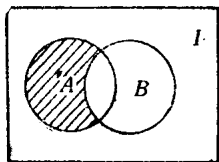
6. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2 & (x > 0) \\ -2 & (x < 0) \end{cases}$ 是奇函数. ()

二、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. 设集合 $M = \{x | f(x) = 0\}$, $N = \{x | g(x) = 0\}$, 则方程 $[f(x)]^2 + [g(x)]^2 = 0$ 的解集是 ()

(A) M ; (B) N ; (C) $M \cap N$; (D) $M \cup N$.

2. 如图, I 是全集, 则阴影部分所表示的集合是 ()



(A) $A \cap \overline{B}$; (B) $\overline{A} \cap B$;
(C) $\overline{A} \cap \overline{B}$; (D) $\overline{A \cap B}$.

3. 设 I 是全集, A 、 B 是非空集合, (图1-1)
且 $A \subset B \subset I$, 则下列集合中空集是 ()

(A) $A \cap B$; (B) $\overline{A} \cup B$; (C) $A \cap \overline{B}$; (D) $\overline{A} \cap \overline{B}$.

4. 已知集合 $A = \left\{x \mid \frac{x}{x-2} > 0\right\}$, $B = \{x | x(x-2) > 0\}$,

$C = \left\{x \mid \sqrt{\frac{x-2}{x}} > 0\right\}$, 则 ()

(A) $A = B = C$; (B) $A = C \subset B$; (C) $C \subset A \subset B$; (D)
 $A \subset B$, $C \subset B$, 但 $A \neq C$.

5. 在下列对应中, 从 A 到 B 的一一映射是 ()

(A) $A = \mathbb{R}^+$, $B = \mathbb{R}^+$, 对应法则: 求常用对数;

(B) $A=R^+$, $B=R$, 对应法则: 求平方根;

(C) $A=R$, $B=\overline{R}^-$, 对应法则: 求平方值;

(D) $A=R^-$, $B=R^+$, 对应法则: 求绝对值。

6. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$,

则当 $x < 0$ 时, $f[g(x)]$ 等于 ()

(A) $-x$; (B) $-x^2$; (C) x^2 ; (D) x 。

7. 若 $f(x)$ 是偶函数, 则 $[f(x)]^3$ 与 $x \cdot f(x)$ 是 ();

(A) 都是奇函数; (B) 都是偶函数; (C) $[f(x)]^3$ 是奇函数, $x \cdot f(x)$ 是偶函数; (D) $[f(x)]^3$ 是偶函数, $x \cdot f(x)$ 是奇函数。

8. 函数 $y = (x+1)^2$ 在区间 $(-\infty, -1)$ 上的反函数是

()

(A) $y = -1 + \sqrt{x} \ (x \geq 0)$; (B) $y = -1 - \sqrt{x} \ (x \geq 0)$;

(C) $y = 1 - \sqrt{x} \ (x \geq 0)$; (D) $y = 1 + \sqrt{x} \ (x \geq 0)$ 。

三、填空题(每格 2 分, 共 16 分)

1. 满足 $|x| \leq 3$ 的整数 x 的集合是_____。

2. 用 $\subset$ 、 $\supset$ 、 $=$ 、 $\neq$ 填空:

{等腰三角形} _____ {等边三角形};

{有一个角是直角的菱形} _____ {有两邻边相等的矩形};

{梯形} _____ {平行四边形}。

3. $\{\text{整数}\} \cup \{\text{分数}\} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\{\text{正数}\} \cap \{\text{有理数}\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设全集 $I = \{\text{四边形}\}$, 子集 $A = \{\text{两组对边分别平行或分别不平行的四边形}\}$, 则 $\overline{A} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 设全集 $I = \{x | 1 < x < 7\}$, $A = \{x | 2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | 3 \leq x \leq 6\}$, 则 $\overline{A} \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、(6分)画出函数 $y = \frac{|x+1| \cdot x}{x+1}$ 的图象。

五、(8分)在下列各题中,从集合 A 到集合 B 的映射都是 f ,
试说明是否存在逆映射,若有则写出逆映射:

1. $A = \{x | x \leq 0\}$, $B = \{y | y \geq 0\}$;

2. $A = \mathbb{R}$, $B = \{y | y \geq 0\}$;

3. $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{y | y \geq 0\}$;

4. $A = \{x | x \geq 0\}$, $B = \{y | y > 0\}$.

六、(8分)求函数 $y = \lg(3x-1) + (\sqrt{2-x})/(x-1)$ 的定义域。

七、(8分)求函数 $y = x - \sqrt{x+2}$ 的值域。

八、(8分)用函数单调性的定义证明: 函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 在区间 $(0, 1)$ 上是减函数。

九、(10分)等腰梯形 $ABCD$ 内接于半径为1的圆, AD 是圆的直径, 记 $AB = x$, 梯形的周长为 y , 试求用 x 表示 y 的函数关系式, 并求这函数的定义域和值域。

第二套测试题(100分钟)

一、是非判断题(每小题2分, 共16分)

1. $\{\pi\} = \{\text{无理数}\}$ 。()

2. 若 $A \cup B = I$, 则 $\overline{A} \cap \overline{B} = \phi$ 。()

3. $\{\text{有一组对边平行的四边形}\} \cap \{\text{有一组对边相等的四边形}\} = \{\text{平行四边形}\}$ 。()

4. 设 $A = \{x | x = k, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \left\{x \left| x = k + \frac{1}{3}, k \in \mathbb{Z} \right.\right\}$,

$C = \left\{x \left| x = k + \frac{2}{3}, k \in \mathbb{Z} \right.\right\}$, $D = \left\{x \left| x = \frac{k}{3}, k \in \mathbb{Z} \right.\right\}$, 则

$A \cup B \cup C = D$ 。()

5. 设函数 $y=f(x)$ 在 R 上是偶函数, 则 $y=-f(x)$ 在 R 上是奇函数。()

6. 设函数 $y=f(x)$ 在 R 上是增函数, 则 $y=f(-x)$ 在 R 上是减函数。()

7. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 则 $f(x)$ 和 $f(x+1)$ 表示的是同一个函数。()

8. 将函数 $y=2x$ 的图象沿 x 轴方向向左平移 1 个单位, 就得到函数 $y=2x+1$ 的图象。()

二、选择题(每题 3 分, 共 24 分)

1. 满足 $\{1, 2\} \subset A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 A 的个数是 ()

(A) 5; (B) 6; (C) 7; (D) 8。

2. 设全集 $I=\{\text{三角形}\}$, $A=\{\text{直角三角形}\}$, $B=\{\text{锐角三角形}\}$, 则 $\overline{A \cup B}$ 是 ()

(A) ϕ ; (B) I ; (C) $\{\text{钝角三角形}\}$; (D) $\{\text{斜三角形}\}$ 。

3. 已知 $M=\{x, y \mid x+y>0, \text{ 且 } xy>0\}$, $N=\{(x, y) \mid x>0, \text{ 且 } y>0\}$, 则 ()

(A) $M \supset N$; (B) $M=N$; (C) $M \subset N$; (D) 以上都不对。

4. 设从集合 A 到集合 B 的对应关系是 $f: x \rightarrow y=x^2$, 则在下列情况中, 能使 f 成为一一映射的是 ()

(A) $A=R, B=R$; (B) $A=R, B=\{\text{非负实数}\}$; (C) $A=\{\text{非负实数}\}, B=R$; (D) $A=\{\text{非正实数}\}, B=\{\text{非负实数}\}$ 。

5. 若函数 $f(x)=3x-2$, 则 $f^{-1}[f(x)]$ 等于 ()

(A) x ; (B) $9x-8$; (C) $\frac{1}{9x-8}$; (D) $\frac{x+8}{9}$ 。

6. 若函数 $f(\sqrt{x}+1)=x+2\sqrt{x}$, 则 $f(x)$ 等于()

(A) x^2-1 ; (B) x^2+1 ; (C) x^2+2 ; (D) x^2+x 。

7. 设函数 $f(x)$ 为奇函数, 函数 $g(x)$ 为偶函数, 且它们均不恒等于零, 则函数 $f(x)+g(x)$ ()

(A) 是奇函数; (B) 是偶函数; (C) 可能是奇函数, 也可能是偶函数; (D) 既不是奇函数, 也不是偶函数。

8. 函数 $y=\sqrt{-x^2+4x-3}$ 的单调递增区间是()

(A) $[1, 3]$; (B) $[1, 2]$; (C) $[2, 3]$; (D) $(-\infty, 2]$ 。

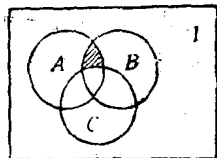
三、填空题(每格2分, 共18分)

1. 设 $x \neq y$, 试用 $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subset$ 、 $\supset$ 、 $=$ 、 $\neq$ 填空:

x $\{(x, y)\}$; $\{x\}$ $\{x, y\}$; $\{x\}$ $\{(x, y)\}$;
 $\{x, y\}$ $\{y, x\}$ 。

2. $\{\text{奇数}\} \cup \{\text{偶数}\} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\{\text{质数}\} \cap \{\text{合数}\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 如图1-2, 全集 $I = \{\text{整数}\}$, $A = \{2 \text{ 的倍数}\}$, $B = \{3 \text{ 的倍数}\}$, $C = \{5 \text{ 的倍数}\}$, 则图中阴影部分表示的集合是 。



(图1-2)

4. 设 $x \in R$, $y \in R$, $(x+y)$ 在映射 f 下的象是 $(x+y, x-y)$, 则 $(1, 2)$ 在这映射下的象是 , 又 $(1, 2)$ 在这映射下的原象是 。

四、(6分) 画出函数 $y = \sqrt{(x-1)^2} + \frac{|x|}{x}$ 的图象。

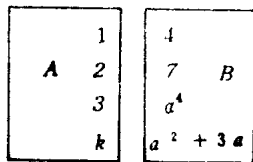
五、(6分) 求函数 $y = x^2 - 2$ ($x \geq 0$) 的反函数及反函数的定义域, 并在同一坐标系中画出它们的图象的示意图。

六、(6分) 求函数 $y = \frac{x+3}{2x-1}$ 的值域。

七、(8分)求函数 $y = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{\lg(2x-1)}$ 的定义域。

八、(8分)证明：函数 $f(x) = \lg \left| \frac{2+x}{2-x} \right|$ 是奇函数。

九、(8分)如图，从集合 A (元素为 x) 到集合 B (元素为 y) 上的一个映射是 $f: x \rightarrow y = mx + n$ 其中 $m, n \in R, k, a \in N$ ，求 m, n, a, k 的值。



(图1-3)

(四) 综合测试题选

一、是非判断题

1. 设 A, B, C 都是全集 I 的子集，且 $A = \overline{B}$, $B = \overline{C}$ ，则 $A = C$ 。()

2. 若一函数在其定义域上是单调函数，则它在这定义域上一定有反函数，反之，则没有反函数。()

3. 若对于一切实数 x ， $f(a+x) = f(a-x)$ 恒成立，则 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=a$ 对称。()

二、填空题

1. 设全集 $I = \{x | x = (1/2)^n\}$, $n \in N$, $A = \{x | x = 1/2^{2n}\}$, $n \in N$ ，则 $\overline{A} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 已知 $y = \frac{1}{3}x + m$ 和 $y = nx - 6$ 互为反函数，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

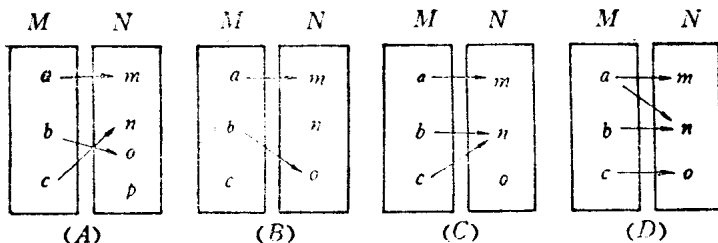
3. 函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 在区间 $(0, 2)$ 上的反函数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，这反函数的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、多元选择题

1. 下列各式中正确的有()

(A) $\phi \neq \{\phi\}$; (B) $\phi \subset \{\phi\}$; (C) $\phi \supseteq \{\phi\}$; (D) $\phi \in \{\phi\}$.

2. 下列从集合 M 到 N 的对应中, 哪些是映射()



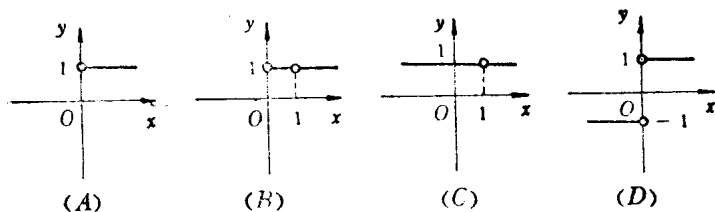
(图1-4)

3. 设函数 $y=f(x)$ 有反函数 $y=f^{-1}(x)$, 则在下列各组函数中, 图象关于直线 $y=x$ 对称的有()

(A) $y=f(x)$ 和 $y=f^{-1}(x)$; (B) $x=f(y)$ 和 $x=f^{-1}(y)$; (C) $y=f(x)$ 和 $x=f(y)$; (D) $y=f^{-1}(x)$ 和 $x=f^{-1}(y)$.

四、配对题

1. 在下列四个图象中



(图1-5)

(1) 函数 $f(x) = \frac{(\sqrt{x})^2}{x}$ 的图象是();

(2) 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x^3}}{x}$ 的图象是();

(3) 函数 $f(x) = \log_x x$ 的图象是();

(4) 函数 $f(x) = (x-1)^0$ 的图象是()。

2. 设 I 是全集, M 、 N 都是 I 的非空子集

(A) M ; (B) N ; (C) ϕ ; (D) I 。

(1) 若 $M \cap N = \phi$, 则 $\overline{M} \cup \overline{N}$ 等于();

(2) 若 $M \cup N = I$, 则 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 等于();

(3) 若 $M \cap \overline{N} = \phi$, 则 $\overline{M} \cap N$ 等于();

(4) 若 $M \cap \overline{N} = M$, 则 $\overline{M} \cap N$ 等于()。

3. 在下列四个从集合 P 到 Q 的对应中

(A) $P = \{1, 2\}$, $Q = \{0\}$, $f: x \rightarrow y = (x-1)(x-2)$;

(B) $P = \{1, 2\}$, $Q = \{1, 2\}$, $f: x \rightarrow y > x$;

(C) $P = \{1, 2\}$, $Q = \{1, 4\}$, $f: x \rightarrow y = x^2$;

(D) $P = \{1, 2\}$, $Q = \{2, 3, 4\}$, $f: x \rightarrow y = x + 1$ 。

(1) 不是映射的是();

(2) 是映射, 但不是函数的是();

(3) 是函数, 但不是一一映射的是();

(4) 是一一映射的是()。

五、已知函数 $f(x)$ 使得 $3f(2x-3) + 2f(3-2x) = 2x$ 成立, 求 $f(x)$ 的解析式。

六、设函数 $f(x) = \frac{1}{x(1-x)} + \frac{1}{(x-1)(2-x)}$

$+\frac{1}{(x-2)(3-x)}$ 定义在 $(1, 2)$ 上, 求此函数的最小值。

七、设方程 $2x^2 + mx + 2 = 0$ 的解集为 A , 方程 $2x^2 + x + n = 0$ 的解集为 B , 且 $A \cap B = \{1/2\}$, 求 $A \cup B$ 。

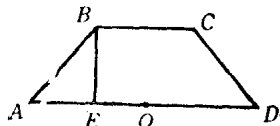
八、已知 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | \log_2(x^2 - 5x + 8) = 1\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 且 $A \cap B \supset \phi$, $A \cap C = \phi$, 求 a 的值。

九. 在下面两命题A、B中, 要使一个成立, 另一个不成立, 求 a 的取值范围,

A: 方程 $x^2 + ax + 1 = 0$ 有两相异负根;

B: 方程 $4x^2 + 4(a-2)x + 1 = 0$ 无实根。

十. 等腰梯形ABCD中,
 $AB=CD$, O 是 AD 的中点, 动点 P 从 A 出发, 沿边界循顺时针方向运动, 途经 B 、 C 后到 D 止, 若 $AD=8$, $BC=2$, 梯形的高 $BE=4$, 求运动中 OP 所扫过的面积 S 与 P 点的路程 x 间的函数关系式。



(图1-6)

第二单元 幂函数、指数函数、对数函数

(一) 教学目标

1. 了解 (1)正整数指数幂、负整数指数幂、零指数幂、分数指数幂的意义。(2)幂的运算性质。(3)对数的运算性质。(4)指数式 $a^b=N$ 中为什么规定 $a>0$, 且 $a\neq 1$ 。(5)对数式 $\log_a N=b$ 中为什么规定 $a>0$, 且 $a\neq 1$ 。(6)自然对数 $\ln x$ 。(7)求指数方程、对数方程的近似解。

2. 理解 (1)幂函数的概念。(2)指数函数的概念。(3)对数函数的概念。(4)指数函数和对数函数互为反函数。

3. 掌握 (1)幂函数 $y=x^n$ 的定义域和图象(以 $n=0, 1, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ 及 $n=-1, -2, -3, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$ 为代表)。(2)幂函数的性质(分 $n>0$ 和 $n<0$ 两种情况)。