

应用数学译丛

Introduction to global optimization 2nd Edition

全局优化引论

R. Horst, P. M. Pardalos, N. V. Thoai 著
黄红选 译
梁治安 校

www.tup.tsinghua.edu.cn



清华大学出版社

应用数学译丛

Introduction to global optimization 2nd Edition

全局优化引论

R. Horst, P. M. Pardalos, N. V. Thoai 著

黄红选 译

梁治安 校

w w w . t u p - t s i n g h u a . e d u . c n

清华大学出版社

1800
EAP0730-01

出版者：清华大学出版社

总主编：王元

副主编：周殿庭

责任编辑：李海英

责任校对：李海英

封面设计：王元

印制：北京华联印刷有限公司

开本：787×1092mm²

印张：16.5

字数：1000千字

清华大学出版社

北京

Reiner Horst, Panos M. Pardalos, Nguyen V. Thoai
Introduction to Global Optimization, Second Edition
ISBN: 0-7932-6574-7

Copyright © 2000 by Kluwer Academic Publishers

Original language published by The Kluwer Academic Publishers. All Rights reserved. No part of this publication may be reproduced or distributed by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

Simplified Chinese translation edition is published and distributed exclusively by Tsinghua University Press under the authorization by The Kluwer Academic Publishers, within the territory of the People's Republic of China only (excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan).

本书中文简体字翻译版由克吕韦尔学术出版集团授权清华大学出版社在中华人民共和国境内(不包括中国香港、澳门特别行政区和中国台湾地区)独家出版发行。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

北京市版权局著作权合同登记号 图字:01-2002-2022

图书在版编目(CIP)数据

全局优化引论/(美)郝斯特,(美)帕达劳斯,(美)托伊著;黄红选译. —北京:
清华大学出版社,2003

(应用数学译丛)

书名原文: Introduction to global optimization 2nd Edition

ISBN 7-302-07056-3

I. 全… II. ①郝… ②帕… ③托… ④黄… III. 最佳化 IV. 0224

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 069848 号

出 版 者: 清华大学出版社 **地 址:** 北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> **邮 编:** 100084

社 总 机: 010-62770175 **客户服务:** 010-62776969

责任编辑: 刘 颖

印 刷 者: 北京鑫丰华彩印有限公司

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 140×203 **印 张:** 13 **字 数:** 324 千字

版 次: 2003 年 9 月第 1 版 2003 年 9 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-07056-3/O · 317

印 数: 1~4000

定 价: 22.00 元

“内在的和谐比表面的一致更为强大。”

“人们不理解事物中分散的量何以协调成一体：相反的力量产生和谐，就像弓与琴一样。”

Heraclitus

中 文 版 序 言

作为这部专著(英文版)的作者, 我们十分高兴地看到它的中文译本。这反映了中国的研究人员、教师、学生以及实际工作者对于全局优化这一迷人领域的广泛兴趣。我们感谢翻译者黄红选博士付出的巨大而有成效的工作, 也感谢克吕韦尔学术出版集团(Kluwer Academic Publishers)与清华大学出版社的合作。

我们希望所有的中国读者在使用这本书时愉快和成功!

R. Horst, P.M. Pardalos, N.V. Thoai
2003 年 2 月

Preface to the Chinese Edition

As the authors of (the English version of) this monograph we are very pleased to see this Chinese translation. It expresses the widespread interest of the Chinese researchers, teachers, students and practitioners in the fascinating field of global optimization. We thank the translator, Dr. H. Huang, for his successful and tremendous work. Our thanks are also due to Kluwer Academic Publishers and Tsinghua University Press for their cooperation.

We would like to wish all Chinese readers pleasure and success when using the book.

R. Horst, P.M. Pardalos and N.V. Thoai

February 2003

译者序

全局优化研究的是非线性函数在某个区域上全局最优点的特征和计算方法。尽管早在 20 世纪 60 年代，就有人开始研究现在称为全局优化的问题，但是，那时大多数人的关注点主要集中在线性规划和非线性规划局部化数值算法方面。自从 20 世纪 70 年代中后期开始出现有关全局优化研究的论文集以来，经过近 30 年的发展，全局优化已经成长为最优化学科领域中一个独立的学科分支，成为人们研究实际问题时进行建模和分析的重要手段之一。

从 1994 年开始，克吕韦尔学术出版集团策划出版了介绍全局优化的系列丛书：《非凸优化及其应用（Nonconvex Optimization and Its Applications, NOIA）》。《全局优化引论》英文版最早是作为该丛书的第 3 卷于 1995 年出版的，随后，于 2000 年经过修订后再版，成为 NOIA 丛书的第 48 卷。第 2 版与第 1 版相比，比较显著的特点是增加了处理 D.C. 规划的理论和算法，并新增加了一章，专门讨论非凸优化中的分解算法。《全局优化引论》中译本是以 2000 年的修订版为基础翻译出来的，应译者的建议，作者为该书的中译本撰写了简短的序言。

在英文第 2 版出版发行后不久，P.M. Pardalos 博士向译者赠送了一本《全局优化引论》，并介绍了全局优化的主要特点。该书是国外出版的第一本有关确定性全局优化的教材，它覆盖了全局优化的基本内容，比较系统地介绍了全局优化的应用、典型的全局优化问题、处理这些问题的主要理论和求解算法。在每章还给出了一些例题和习题，并在书后附有习题的参考答案或提示，这能够引

导读者深入地领会书中的内容.

从上世纪七、八十年代开始，国内就有一些学者从事全局优化的研究，他们提出的像填充函数、水平集上积分等全局优化算法在国际上也有一定的影响。其他学科的研究人员时常也会遇到一些全局优化问题，并对一些可处理多极值点现象的随机型不确定算法进行过相当的研究。但是，在国内还没有见到专门讨论确定性全局优化的教材或专著。《全局优化引论》作为涵盖面较广的教材，也是一本比较好的介绍全局优化的参考书，如果能够促成该书的中文译本出版，那么不但可以向国内的读者介绍一下国外关于确定性全局优化研究的情况，引导更多的新人加入到全局优化的研究队伍中，而且也可以促进其他领域的研究人员开阔思路，更好地处理他们在研究中遇到的全局优化问题。

对于《全局优化引论》中译本的出版，首先要感谢原书的作者之一，美国佛罗里达大学工业与系统工程系和应用优化中心的 P.M. Pardalos 博士。他不但向译者赠送了原版的样书，而且为克吕韦尔学术出版集团与清华大学出版社在此方面的合作穿针引线。还要感谢原书的另外两位作者，德国特里尔大学数学系的 R. Horst 博士和 N.V. Thoai 博士，他们向译者提供了原书文稿的电子版，为翻译工作带来了很大的方便。同时，还要感谢为中译本出版提供帮助的刘颖博士，清华大学出版社以及克吕韦尔学术出版集团。

本书由黄红选博士翻译，由梁治安博士校对，最后由译者定稿。在中译本中，附上了作者特别为中国读者撰写的序言原文，以及原书节选的参考文献。至于书后的索引，为了方便读者对照原文，在中文译名后给出了英文名称。由于译者水平有限，译本中难免有错误出现，欢迎广大读者批评指正。

第 1 版 序 言

在科学、经济和工程中，许多最近的进展依赖于计算相应的优化问题全局最优解的数值技术。全局优化问题的来源是相当广泛的，包括经济建模、固定费用、金融、网络和运输、数据库和芯片设计、图像处理、核能和机械设计、化学工程设计和控制、分子生物学以及环境工程。由于多个局部最优解存在，并且它们不同于问题的全局最优解，人们无法借助于传统的非线性规划技术求解这些问题。

然而，在过去的 30 年中，许多新的理论、算法和计算方面的贡献，帮助着人们全局地求解来自重要的实际应用领域中的多极值问题。

本书的首要目标是提供一种与约束全局优化有关的引论。在引论中，讨论了全局优化方面的近期发展，包括非凸二次规划、一般凹极小化、网络优化、利普希茨优化和 D.C. 规划。在介绍了包括凸包络和复杂性结果的全局优化基本工具之后，下面的每一章将集中地讨论某一类全局优化问题。

第 2 章处理一般二次规划的算法、计算、复杂性以及相关的组合优化问题。在第 3 章中，讨论一些算法，它们可用于求解在多胞形上极小化凹函数这种一般性问题。许多应用可以导致这类凹规划问题。此外，人们已经知道，凹函数的极小化技术在全局优化的其他领域也起着重要的作用。目标函数中凹性的重要性也可以用下面的事实说明：许多多极值问题可以转化为等价的问题，后者

的目标函数是一个凸函数和一个凹函数之和 (D.C. 函数). 在第 4 章中, 讨论求解与 D.C. 函数有关的一般优化问题的算法.

利普希茨优化 (第 5 章) 是研究目标函数和 (或) 约束函数满足利普希茨条件的一类全局优化问题. 该类问题有许多应用, 诸如非线性方程组的求解和黑箱优化等. 最后一章介绍了与非线性网络流问题有关的全局优化方法.

每一章包含了许多示例, 章后是精心挑选的习题. 设计这些示例和习题, 是为了帮助读者领会书中的内容和扩大他们关于全局优化方法的知识面. 习题的答案附在本书的最后.

第 2, 3 和 6 章是相互独立的, 第 4 和 5 章需要第 3 章中介绍的一些基本技巧.

这本教材的读者对象不仅包含数学规划专业的学生, 而且包括需要用全局优化方法进行建模和求解问题的各个学科领域的科研人员.

学习本书所要求的预备知识是中等的, 包含在大多数大学的本科生教学计划范围内. 这些预备知识包括微积分、线性代数和古典的线性规划 (单纯形算法).

我们在此向那些为撰写本书提供直接或间接帮助的学生和同事们, 表达我们的谢意. 我们也感谢对本书出版给与支持的出版社.

R. Horst, P.M. Pardalos, N.V. Thoai

1995 年 2 月

第 2 版 序 言

在这一版，本书的范围和特点相对于第 1 版没有变化。但是，考虑到全局优化领域的快速发展，我们较多地扩充了本书的内容。第 4 章包括了新增加的 4.4 节和 4.6 节，它们是关于 D.C. 规划的理论和算法。第 7 章是全新的内容，该章讨论了非凸优化中的分解算法。除此之外，还增加了几个习题，并改正了第 1 版中出现的失误和印刷错误。

我们感谢一些同事向我们提供了有价值的建议和评注。

R. Horst, P.M. Pardalos, N.V. Thoai

2000 年 3 月

内 容 简 介

本书以全局优化为对象，从理论、算法和计算等方面介绍了求解约束优化问题全局最优解的一些方法，讨论了全局优化领域的近期发展，包括非凸二次规划、一般凹极小化、D.C. 规划、利普希茨优化以及网络优化等。

全书共分7章：第1章主要介绍了与约束优化有关的基本理论结果；第2章讨论了与一般二次规划有关的算法、计算复杂性以及相关的组合优化问题；第3章研究了求解多胞形上一般凹函数全局极小值的全局优化问题；第4章中讨论了同 D.C. 函数有关的 D.C. 规划问题；第5章研究了目标函数和（或）约束函数满足利普希茨条件的利普希茨优化问题；与非线性网络流问题有关的全局优化方法放在第6章讨论；第7章分析了与非凸优化有关的分解算法。此外，在每章的最后一节，还给出了一些习题。最后列出了习题的参考答案、一些参考文献和索引。

本书可作为应用数学、计算数学、运筹学与控制论、管理科学与工程、工业工程等专业研究生学习全局优化的教材，也可以作为高年级本科生学习数学规划，以及其他需要用全局优化方法进行建模和求解问题的各个学科领域科研人员、工程技术人员的参考书。

目 录

第 1 章 关于凸性和最优化的基本结果	1
1.1 凸集和函数	1
1.2 最优化问题的一般特性	10
1.3 凸包络	17
1.4 库恩-塔克条件	21
1.5 二阶最优性条件	26
1.6 非线性规划的对偶性	28
1.7 复杂性论题	35
1.7.1 二次规划中库恩-塔克点的复杂性	37
1.7.2 局部极小化的复杂性	39
1.8 习题	43
第 2 章 二次规划	54
2.1 引言	54
2.2 二次整数规划	56
2.2.1 线性和二次 0-1 规划	56
2.2.2 非线性指派问题	58
2.2.3 最大团问题	62
2.2.4 二次 0-1 规划的分支定界算法	68
2.3 线性互补问题	79
2.4 二次优化的复杂性	81
2.4.1 二次优化是 NP 难的	81
2.4.2 在任意矩形超平行体上极大化 欧氏范数的多项式算法	87

2.5 枚举方法.....	92
2.6 可分和插值.....	96
2.6.1 归约为可分形式.....	97
2.6.2 线性下方估计量和误差界.....	98
2.6.3 可保证的 ϵ -近似解.....	102
2.6.4 实现方式.....	103
2.6.5 不定二次问题.....	109
2.7 习题.....	111
第 3 章 一般凹极小化	120
3.1 引言	120
3.2 应用	121
3.2.1 固定费用和规模经济	121
3.2.2 可转化为凹极小化问题的问题	123
3.3 基本操作	130
3.3.1 假设	130
3.3.2 “标准”多胞形上的凹极小化	131
3.3.3 γ -扩张	134
3.3.4 顶点枚举	136
3.3.5 极大面枚举	143
3.3.6 多面体剖分	147
3.4 割平面算法	149
3.4.1 凹性割	150
3.4.2 用于凹二次函数的割平面	152
3.4.3 算法 3.1(割平面法)	157
3.5 外逼近算法	163
3.5.1 基本方法	163
3.5.2 算法 3.2 的实现	164
3.5.3 凸约束的外逼近	170

3.6 内逼近算法.....	174
3.6.1 基本算法.....	174
3.6.2 算法实现和有限收敛性.....	176
3.7 分支定界算法.....	179
3.7.1 基本算法.....	180
3.7.2 单纯形分支定界算法.....	183
3.7.3 锥形分支定界算法.....	190
3.7.4 矩形算法.....	196
3.7.5 凸约束的分支定界法.....	200
3.8 二次规划的单纯形分支定界法.....	202
3.9 习题.....	208
第4章 D.C. 规划	216
4.1 引言	216
4.2 D.C. 函数空间	217
4.3 一些其他的应用	222
4.3.1 反向凸约束	222
4.3.2 分离的 D.C. 规划	223
4.3.3 带有吸引和排斥的韦伯问题	224
4.3.4 极小极大问题	225
4.3.5 工程设计	227
4.4 最优性条件	229
4.5 典范 D.C. 规划	234
4.5.1 D.C. 集和 D.C. 规划向典范形式的变换	234
4.5.2 典范 D.C. 规划的最优性条件	236
4.5.3 边跟踪算法	238
4.6 单纯形分支定界算法	244
4.7 在多胞形上极小化 D.C. 函数的棱柱算法	251
4.8 习题	261

第 5 章 利普希茨优化	264
5.1 利普希茨函数	264
5.2 利普希茨优化问题	267
5.2.1 逼近问题	268
5.2.2 非线性方程组和不等式组	270
5.3 下界	271
5.4 分支定界算法	276
5.4.1 矩形和单纯形上的利普希茨优化	276
5.4.2 线性约束	282
5.4.3 利普希茨约束	284
5.5 分支定界法的实现和数值结果	289
5.5.1 一般性评注	289
5.5.2 数值实例	290
5.6 习题	294
第 6 章 网络中的全局优化	297
6.1 引言	297
6.2 MCCFP 的一些模型及其复杂性	300
6.2.1 固定费用的网络流问题	300
6.2.2 具有凹的生产成本的生产 - 运输问题	301
6.2.3 网络中的施泰纳问题	303
6.2.4 生产 - 库存问题	304
6.2.5 MCCFP 的复杂性	306
6.3 求解方法	306
6.3.1 求解问题 $P(C_1, L_{m-1})$ 的算法	306
6.3.2 求解问题 $P(C_p, L_q)$ 的算法	309
6.3.3 求解问题 $P(C_m, L_0)$ 的分解算法	318
6.4 习题	319

第 7 章 非凸优化中的分解算法	323
7.1 引言	323
7.2 变量分解 锥形算法	325
7.2.1 基本操作	325
7.2.2 算法	330
7.2.3 示范性例子	332
7.3 变量分解 外逼近	335
7.4 约束分解 锥形算法	340
7.5 约束分解 割平面算法	348
7.5.1 算法	348
7.5.2 实现与收敛性	350
7.6 习题	353
参考答案	355
参考文献	382
索引	390