

21

世纪

高等医药院校教材

侯俊玲

孙 铭

主 编

物 理 学



科学出版社

www.sciencep.com

21 世纪高等医药院校教材

物 理 学

侯俊玲 孙 铭 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本套教材是根据教育部对中医药院校中医学、针推学、中药学、制药工程专业物理学教学大纲的要求,并在总结多年来教学经验的基础上,由北京中医药大学等十余所高等医学院校物理学专家、教授编写而成的全国高等中医药院校教材《物理学》、《物理学实验》、《物理学习题指导》系列教材之一。本书为理论教材,共分13章,内容包括与医药学密切相关的力学、热力学、分子物理学、电磁学、声学、光学及量子力学基础、氢原子光谱、激光、X射线、放射性及核磁共振等知识。在选材上以基本知识和基本理论为主,贯彻“少而精”的原则,力求新颖性和独创性,做到科学性、系统性、理论性及实践性相结合,并突出医学院校的特色、为医学院校学生学习其他专业课程打下坚实的基础。

本书可供全国高等中医药院校中医学、针推学、中药学、制药工程学等专业本科学生使用,也可作为成人教育、远程教育、自学考试应试人员、广大中医药工作者及爱好者的学习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

物理学/侯俊玲,孙铭主编.—北京:科学出版社,2003.6

(21世纪高等医药院校教材)

ISBN 7-03-011320-9

I. 物… II. ①侯… ②孙… III. 物理学-医药院校-教材
IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 022059 号

责任编辑:郭海燕 曹丽英 / 责任校对:柏连海

责任印制:刘士平 / 封面设计:卢秋红

版权所有,违者必究,未经本社许可,数字图书馆不得使用。

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年6月第 一 版 开本:850×1168 1/16

2003年6月第一次印刷 印张:15

印数:1-6 000 字数:311 000

定价:23.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

《物理学》编委会

主 编 侯俊玲 孙 铭
副主编 吴晓丹 陈清梅 高建平 徐远友
凌高宏 何振林 周恭勤

编 委 (按姓氏笔画为序)

王 贺	黑龙江中医药大学
安 红	北京中医药大学
孙 铭	首都医科大学中医药学院
李维峰	北京中医药大学
吴晓丹	辽宁中医学院
何振林	成都中医药大学
张小华	北京中医药大学
张建华	华北电力集团公司职业技能培训中心
张 莉	北京中医药大学
陈清梅	北京中医药大学
周恭勤	山东中医药大学
孟 丽	成都中医药大学
侯俊玲	北京中医药大学
高建平	甘肃中医学院
凌高宏	湖南中医学院
徐远友	湖北中医学院
殷学毅	湖北中医学院
葛黎新	陕西中医学院
魏晋忠	甘肃中医学院

前 言

21 世纪,中医药教育事业将得到更加飞速的发展,尤其是我国已经把中医药事业列入 WTO 发展的重点,因此各个医学院校担负着培养医药学高质量人才的光荣任务,其中物理学的教育亦是必不可少的一个环节。

物理学是一门自然科学,它所研究的是物质最基本、最普遍的运动形式,是总结人们认识物质运动的基本规律,是学生掌握自然科学的基础。实践证明,物理学的理论和方法在医学基础、临床和理论研究方面的应用非常广泛。在几十年来的医学教育蓬勃发展的光辉历程中,物理学的教育发挥了极其重要的作用。例如:在 20 世纪初,相对论、量子力学和原子物理学的建立,使整个人类跨入了一个崭新的微观世界,而医学在物理学发展的重大成果的推动下,与物理学相结合,又蕴育出许许多多为医学的发展起重大作用的产物。如:心电图机、脑电图机、心磁图、超声波诊断仪、X 射线 CT、核磁共振 CT、电子内窥镜、电子显微镜以及种种病理或药物检测分析仪器,等等。这无疑为医学的发展做出了巨大的贡献。

本书将讲述与医学密切相关的刚体力学、流体力学、分子物理学、热力学、电磁学、振动与波、波动光学、量子力学基础、几种医疗仪器的原理与应用、原子核物理学基础等知识。这些内容的学习对从事医药工作者是大有裨益的。

物理学的发展为医学的现代化提供了广阔的前景,物理学可以把现代化自然科学理论、技术和方法同医学的理论、诊断和防治相结合,来研究人体系统状态变化的规律以及疾病诊断和防治的最有效的途径。在现代化技术迅猛发展的今天,如何促进医药事业与现代化发展相同步,这是历史赋予医药工作者的使命。所以,我们必须牢固掌握物理学的基本理论和基本知识,才能更有效地为医药事业的开拓和进取做出贡献。

编 者

2003 年 1 月

目 录

前言

第一章 刚体力学 (1)

第一节 刚体的转动 (1)

一、刚体的平动与转动 (1)

二、刚体定轴转动的描述 (2)

第二节 转动动能 转动惯量 (4)

一、刚体的转动动能 (4)

二、转动惯量 (4)

三、质心坐标的确定 (6)

四、平行轴定理与垂直轴定理 (7)

第三节 转动定律 (9)

一、力矩 (9)

二、转动定律 (10)

第四节 角动量守恒定律 (10)

一、角动量 L (10)

二、角动量定律 (11)

三、角动量守恒定律 (12)

第五节 陀螺的运动 (12)

习题一 (14)

第二章 流体动力学 (16)

第一节 理想流体的定常流动 (16)

一、理想流体 (16)

二、定常流动 (16)

三、定常流动的连续性方程 (17)

第二节 伯努利方程 (18)

第三节 伯努利方程的应用 (19)

一、压强与流速的关系 (19)

二、压强与高度的关系 (21)

三、小孔处的流速 (21)

第四节 黏滞性流体的流动 (22)

一、牛顿黏滞定律 (22)

二、层流 湍流 雷诺数 (23)

第五节 泊肃叶定律 斯托克斯定律

(24)

一、泊肃叶定律 (24)

二、斯托克斯定律 (26)

习题二 (26)

第三章 分子物理学 (28)

第一节 理想气体压强公式 (28)

一、理想气体的微观模型 (28)

二、理想气体压强公式 (29)

三、温度和分子平均平动动能的关系 (31)

第二节 能量按自由度均分定理 (33)

一、自由度 (33)

二、能量按自由度均分定理 (34)

三、理想气体的内能 (36)

第三节 液体的表面层现象 (36)

一、液体的表面张力 表面能 (37)

二、弯曲液面的附加压强 气体栓塞 (39)

三、表面吸附和表面活性物质 肺泡中的 压强 (42)

第四节 液体的附着层现象 (44)

一、浸润现象和不浸润现象 (44)

二、毛细现象 (45)

习题三 (46)

第四章 热力学基础 (48)

第一节 热力学的一些基本概念 (48)

一、热力学系统 (48)

二、平衡态 (48)

三、准静态平衡过程 (49)

第二节 热力学第一定律 (50)

一、热量与功 (50)

二、热力学第一定律 (51)

第三节 热力学第一定律的应用 (51)

一、等容过程 (51)

二、等压过程 (52)

三、等温过程 (53)

四、绝热过程 (53)

第四节 卡诺循环 热机效率	(55)	第二节 一段含源电路的欧姆定律·····	(87)
一、循环过程·····	(55)	一、电源及其电动势·····	(87)
二、热机效率·····	(55)	二、一段含源电路的欧姆定律·····	(87)
三、卡诺循环及其效率·····	(56)	第三节 基尔霍夫定律	(88)
第五节 热力学第二定律	(58)	一、基尔霍夫第一定律·····	(89)
一、热力学第二定律·····	(58)	二、基尔霍夫第二定律·····	(89)
二、可逆过程和不可逆过程·····	(59)	第四节 电泳 电疗	(90)
三、热力学第二定律的统计意义·····	(59)	一、电泳·····	(90)
四、卡诺定理·····	(60)	二、电疗·····	(91)
第六节 熵与熵增加原理·····	(61)	三、直流电中草药离子导入疗法·····	(93)
一、熵·····	(61)	习题六	(94)
二、熵增加原理·····	(62)	第七章 电磁现象	(98)
三、熵变的计算·····	(64)	第一节 电流的磁场	(98)
习题四	(64)	一、磁场 磁感应强度·····	(98)
第五章 静电场	(67)	二、磁通量·····	(99)
第一节 电场强度	(67)	三、安培环路定理·····	(100)
一、库仑定律·····	(67)	四、安培环路定理的应用·····	(103)
二、电场强度·····	(68)	第二节 磁场对运动电荷的作用	(104)
三、场强的计算·····	(68)	一、洛伦兹力·····	(104)
第二节 电通量 高斯定理	(70)	二、带电粒子在均匀磁场中的运动·····	(104)
一、电力线·····	(71)	三、质谱仪·····	(105)
二、电通量·····	(71)	第三节 磁场对载流导体的作用	(106)
三、高斯定理及其应用·····	(72)	一、安培力·····	(106)
第三节 电场力所做的功 电势	(74)	二、磁场对载流线圈的作用·····	(108)
一、电场力所做的功·····	(74)	三、磁矩在外磁场中的能量·····	(109)
二、电势能与电势·····	(75)	第四节 电磁感应定理	(109)
第四节 静电场中的电介质	(76)	一、电磁感应定理·····	(109)
一、电介质与电偶极子·····	(76)	二、电磁感应的本质·····	(111)
二、电介质的极化 电极化强度·····	(76)	第五节 生物磁 磁疗	(114)
三、电介质中的电场 介电常数·····	(78)	一、生物磁信号·····	(114)
第五节 心电图波形成的基本原理	(79)	二、磁场的生物效应·····	(115)
一、电偶极子电场的电位·····	(79)	三、磁生物效应的医学应用·····	(115)
二、心电向量 心电向量环·····	(80)	习题七	(116)
三、心电图波的形成·····	(82)	第八章 机械振动与机械波	(120)
习题五	(82)	第一节 简谐振动	(120)
第六章 直流电路	(85)	一、简谐振动 谐振方程·····	(120)
第一节 稳恒电流	(85)	二、谐振动的三要素·····	(121)
一、电流强度·····	(85)	三、简谐振动的速度、加速度	(122)
二、电流密度矢量·····	(85)	四、谐振动的能量·····	(123)
三、稳恒条件·····	(86)	五、两个同方向、同频率的简谐振动的	

合成·····	(124)	二、起偏器 检偏器·····	(171)
六、两个方向相互垂直、同频率的简谐 振动的合成·····	(126)	三、马吕斯定律·····	(172)
第二节 波动学基础·····	(129)	四、旋光性·····	(173)
一、概述·····	(129)	五、(旋光)糖量计·····	(175)
二、简谐波·····	(130)	第五节 光的吸收·····	(175)
三、波的能量·····	(131)	一、光的吸收·····	(175)
四、波的吸收·····	(133)	二、吸收定理·····	(176)
第三节 波的特性·····	(134)	习题九·····	(178)
一、惠更斯原理·····	(134)	第十章 量子力学基础·····	(180)
二、波的衍射·····	(135)	第一节 热辐射·····	(180)
三、波的干涉·····	(136)	一、黑体的辐射度和吸收比·····	(180)
四、多普勒效应·····	(137)	二、基尔霍夫辐射定律·····	(180)
第四节 声波·····	(140)	三、黑体辐射定律·····	(181)
一、声波·····	(140)	四、普朗克量子假说·····	(182)
二、声速、反射、折射和衍射·····	(141)	第二节 光电效应·····	(183)
三、声压 声强与声强级·····	(143)	一、光电效应的实验规律·····	(183)
第五节 超声波·····	(146)	二、爱因斯坦光电效应方程·····	(183)
一、超声波的性质·····	(146)	三、光子的质量和动量·····	(184)
二、超声波对物质的作用·····	(147)	第三节 康普顿效应·····	(185)
三、超声波的产生·····	(148)	一、康普顿效应·····	(185)
四、超声波在医学上的应用·····	(148)	二、康普顿公式的推导·····	(185)
习题八·····	(152)	第四节 波粒二象性·····	(187)
第九章 波动光学·····	(155)	一、德布罗意波·····	(187)
第一节 光·····	(155)	二、电子衍射实验·····	(187)
一、可见光 单色光 白光·····	(155)	第五节 不确定关系·····	(188)
二、介质中的光速和波长·····	(156)	习题十·····	(190)
三、光强·····	(157)	第十一章 氢原子光谱·····	(192)
第二节 光的干涉·····	(157)	第一节 氢原子的玻尔理论·····	(192)
一、相干光·····	(157)	一、氢原子光谱的规律性·····	(192)
二、光程·····	(158)	二、玻尔的氢原子理论·····	(193)
三、分波阵面干涉·····	(159)	第二节 四个量子数·····	(196)
四、分振幅干涉·····	(161)	一、主量子数·····	(196)
第三节 光的衍射·····	(162)	二、轨道角动量的量子化和角量子数·····	(196)
一、光的衍射现象·····	(162)	三、磁量子数·····	(197)
二、惠更斯-菲涅耳原理·····	(163)	四、电子自旋和自旋磁量子数·····	(197)
三、单缝衍射·····	(163)	第三节 激光·····	(197)
四、圆孔衍射·····	(166)	一、激光产生的原理·····	(198)
五、光栅衍射·····	(167)	二、激光器·····	(199)
第四节 光的偏振·····	(170)	三、激光的特点·····	(201)
一、自然光与偏振光·····	(170)	四、激光在医学上的应用·····	(201)

习题十一	(202)	第一节 原子核的组成	(215)
第十二章 X 射线	(203)	第二节 原子核放射性衰变的规律 ...	(215)
第一节 X 射线的基本性质	(203)	一、核衰变定律	(215)
一、电离作用	(203)	二、平均寿命	(216)
二、荧光作用	(203)	三、半衰期	(216)
三、贯穿本领	(203)	四、放射性活度	(217)
四、光化学作用	(204)	第三节 辐射剂量与辐射防护	(217)
五、生物效应	(204)	一、辐射剂量	(217)
第二节 X 射线的发生装置	(204)	二、辐射防护	(218)
第三节 X 射线的硬度和强度	(204)	第四节 放射性核素在医学上的应用	
第四节 X 射线衍射	(205)		(219)
一、X 射线的波动性	(205)	一、治疗方面	(219)
二、布拉格方程	(206)	二、示踪原子方面	(219)
三、X 射线摄谱仪	(207)	第五节 核磁共振	(220)
第五节 X 射线谱	(207)	一、核磁共振的基本原理	(220)
一、连续 X 射线谱	(207)	二、核磁共振在医药学上的应用	(223)
二、标识 X 射线谱	(208)	习题十三	(224)
第六节 X 射线的衰减规律	(209)	附录一 单位换算	(226)
第七节 X 射线在医学上的应用	(210)	附录二 倍数或分数的词头名称及符号	
一、治疗方面的应用	(210)		(226)
二、药物分析方面的应用	(210)	附录三 常用希腊字母的符号及汉语译音	
三、诊断方面的应用	(211)		(227)
习题十二	(213)	附录四 常用物理常数	(227)
第十三章 原子核物理学基础	(215)		

第一章 刚体力学

在中学物理中,我们所讨论的力学原理主要是对质点而言的,当然我们所研究的物体是有它的大小与形态的,但是只要这个物体的大小和形状与所讨论的问题无关重要时,我们都可以用质点这个模型来表示这个物体。

但是,质点这个模型在很多问题中并不适用,比如物体作转动时,这时物体上各个点的运动规律并不相同,物体上各个点的运动与物体的大小形状都有关,这样就不能再把这个物体看做质点了,为了研究这样物体的运动,我们再引入另外一个理想模型——**刚体**(rigid body)。所谓刚体是指形状完全确定并且在外力作用下,它的形状不发生改变的物质。这是一个理想模型,因为真实的物体受到力的作用时,它的形状总是或多或少地发生改变,但是当物体的形变很小时,我们可以把它近似地看成刚体。

第一节 刚体的转动

一、刚体的平动与转动

1. 刚体的平动

刚体在运动过程中,若刚体上任意两点的连线始终与初始位置平行,如图 1-1 中 AC 连线,则此刚体的运动就称为**平动**(translation)。

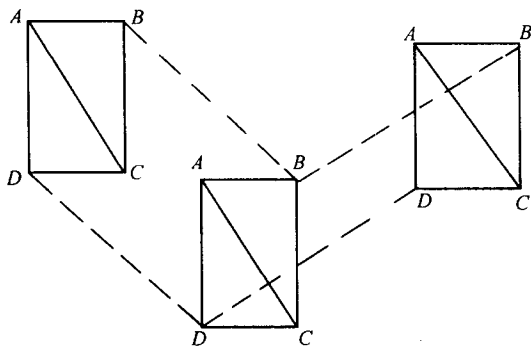


图 1-1 刚体的平动

由图可知,当刚体作平动时,因各个点的运动情况与质心的运动情况完全一样,所以此时可以把这个刚体看成一个质点。关于质点的运动在中学已涉及过,在这里就不再赘述了。因此,描述质点运动的物理量以及质点运动学的规律对刚体的平动都是适用的。

2. 刚体的转动

若刚体内的各个点在运动过程中都围绕同一直线作圆周运动,这种运动就称为转动(rotation)。这一直线称为转轴。若转轴是固定不动的,则刚体的转动就称为定轴转动。例如电动机的转子绕其转轴的运动。

二、刚体定轴转动的描述

1. 角坐标、角位移

为了描述刚体的转动,取一垂直于定轴的平面作为转动平面,如图 1-2 所示,

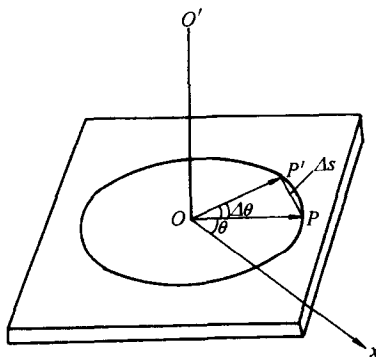


图 1-2 刚体的转动

OO' 为转轴, Ox 轴是位于转动平面内的一条与 OO' 轴垂直的参考线。我们研究该转动平面上的一点 P , 从圆心 O 到 P 点的连线即 P 点的矢径 OP , 它与 Ox 线的夹角 θ 就是角坐标(angular coordinates)。该参量可以描写刚体的位置。在转动过程中, 角 θ 随时间变化, 设在 Δt 时间内, P 点移到 P' 的位置, P 点的矢径扫过 $\Delta\theta$ 角, 也就是刚体转过 $\Delta\theta$ 角, 则 $\Delta\theta$ 称为刚体在 Δt 时间内的角位移(angular displacement)。它是描述刚体转动程度的物理量, 而且是一个矢量。角位移的单位是弧度(radian)。

2. 角速度

描述刚体转动快慢的物理量是角速度(angular velocity), 用 ω 表示。角位移的变化量 $\Delta\theta$ 与所经过的时间 Δt 的比值, 称为这段时间的平均角速度, 用 $\bar{\omega}$ 表示, 即

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 平均角速度的极限值称为 t 时刻的瞬时角速度, 简称角速度。用 ω 表示, 即

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-1)$$

角速度的单位为弧度/秒(rad/s), 角速度也是矢量。

3. 角加速度

如果刚体在 t_1 时刻的角速度为 ω_1 , 经过 Δt 时间后, 角速度变为 ω_2 , 则在 Δt 时间内, 刚体角速度的变化量为 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, 我们把 $\Delta\omega$ 与这段时间间隔 Δt 的比值, 称为刚体在这段时间内的平均角加速度, 用 $\bar{\beta}$ 表示, 即

$$\bar{\beta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 平均角加速度的极限值表示瞬时角加速度, 简称角加速度 (angular acceleration), 并用 β 表示, 即

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-2)$$

角速度的单位为弧度/秒² (rad/s²), 角加速度也是矢量。

角位移、角速度和角加速度全是矢量, 它们的方向常用右手螺旋定则表示, 如图 1-3 所示。例如角速度矢量的表示方法是: 在转动轴上取一有向线段, 当右手四指与大拇指相垂直时, 让四个手指代表刚体转动的方向, 这时大拇指所指的方向即代表角速度矢量的正方向, 而所取的有向线段长度即可按一定比例代表角速度的大小。

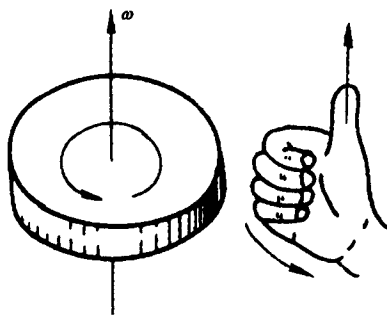


图 1-3 螺旋法则

4. 角量与线量的关系

我们通常把描写质点运动的量称为线量, 把描写转动的量称为角量。

刚体作定轴转动时, 刚体上各点在作圆周运动, 所以刚体上某一点的运动可以用中学物理学学过的位移、速度、加速度等来加以描述, 既然角量与线量都可以用来描述刚体的运动规律, 所以线量与角量之间必然有一定的关系。

如图 1-2 所示, 刚体上某点 P 在 Δt 时间内转过的角位移为 $\Delta\theta$, 从而到达 P' 处, 此时点 P 发生的位移大小为 Δs , 当 Δt 很小时, 弦长可近似等于弧长, 即

$$\Delta s = r \cdot \Delta\theta$$

或

$$ds = r \cdot d\theta \quad (1-3)$$

式中 r 为 P 点到转轴的垂直距离。根据速度的定义, P 点的速度为

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{r \cdot \Delta\theta}{\Delta t} = r \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

即

$$v = r \cdot \omega \quad (1-4)$$

上式若写成矢量式则为

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (1-5)$$

若将式(1-4)两侧对时间 t 求导数, 又可得

$$\frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

上式等号左侧是质点的切向加速度, $\frac{d\omega}{dt}$ 为刚体的角加速度, 故有

$$a_t = r \cdot \beta \quad (1-6)$$

由于向心加速度 $a_n = v^2/r$, 即 $a_n = r\omega^2$, 所以刚体上任一点的总加速度 $a = a_t + a_n$, 其大小为

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} \quad (1-7)$$

第二节 转动动能 转动惯量

一、刚体的转动动能

当刚体绕固定轴转动时, 我们可以将刚体看成是由许许多多的质量元组成的, 假设这些质量元的质量分别为 $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_n$, 这些质量元对应于转轴的距离分别为 $r_1, r_2, \dots, r_n$, 各质量元绕转轴转动的角速度都相等, 等于 ω , 但各质量元的线速度不同, 分别为 $v_1, v_2, \dots, v_n$, 刚体的动能就是各个质量元的动能之和, 即

$$\begin{aligned} E_K &= \frac{1}{2} \Delta m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} \Delta m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} \Delta m_n v_n^2 \\ &= \sum \frac{1}{2} \Delta m_i v_i^2 \\ &= \sum \frac{1}{2} \Delta m_i r_i^2 \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(\sum \Delta m_i r_i^2 \right) \omega^2 \end{aligned} \quad (1-8)$$

二、转动惯量

式(1-8) 中的 $\sum \Delta m_i r_i^2$ 用 I 来表示, 称为刚体对某给定转轴的转动惯量 (moment of inertia)。因此刚体的动能又可写成

$$E_K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1-9)$$

若把上式与质点的动能 $\frac{1}{2} m v^2$ 相对照, 式(1-9) 中的 ω 相当于质点运动的 v , I 相当于质点的质量 m , m 是表示质点运动惯性大小的物理量, 同样地, I 则是表示刚体转动惯性大小的物理量。转动惯量 I 的计算如下

$$I = \sum \Delta m_i r_i^2 \quad (1-10)$$

若刚体质量分布是连续的, 则刚体的转动惯量 I 可写成积分的形式, 即

$$I = \int r^2 \cdot dm = \int r^2 \cdot \rho \cdot dV \quad (1-11)$$

式中 dV 表示 dm 的体积元, ρ 表示刚体在某体积元 dV 处的密度, r 表示体积元到转轴的距离。转动惯量的单位是 $\text{千克} \cdot \text{米}^2 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ 。

刚体的转动惯量不仅决定于刚体总质量的大小, 还和刚体的形状、大小和各部分质量的分布有关, 同一物体由于轴的位置不同, 转动惯量也不同。

如图 1-4 所示, 棒长为 l , 质量为 m 的均匀细棒, 其截面积为 S , 转轴与棒垂直。

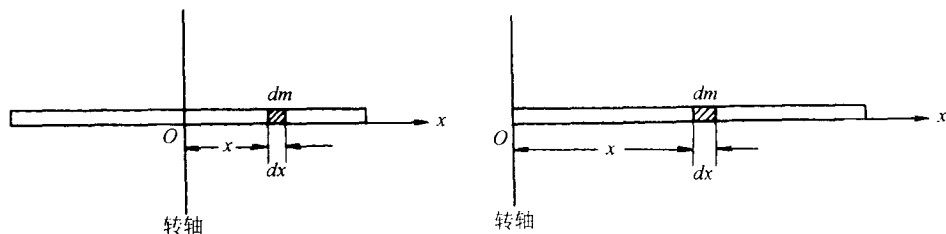


图 1-4 转轴位置不同

当转轴位于棒中心处时, 转动惯量为

$$I = \int x^2 \cdot dm = \int x^2 \cdot \rho \cdot S \cdot dx = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 \cdot \frac{m}{S \cdot l} \cdot S \cdot dx = \frac{1}{12} ml^2$$

当转轴位于棒的端点时, 转动惯量为:

$$I = \int x^2 \cdot dm = \int x^2 \cdot \rho \cdot S \cdot dx = \int_0^l x^2 \cdot \frac{m}{S \cdot l} \cdot S \cdot dx = \frac{1}{3} ml^2$$

对于几何形状比较简单, 密度分布均匀或有规律的物体, 可以用数学方法求出物体的转动惯量, 否则需用实验方法测定。表 1-1 给出了几种常见物体的定轴转动的转动惯量, 以供参考。

表 1-1 几种特殊形状物体的转动惯量

薄圆盘 $I = mR^2/2$	细圆环 $I = mR^2$	球壳 $I = 2mR^2/3$
球体 $I = 2mR^2/5$	细棒 $I = 2ml^2/12$	圆柱 $I = mR^2/2$

例 1-1 如图 1-5 所示, 试求一质量为 m 、半径为 R 的均匀圆盘围绕过其圆心且垂直于圆面的定轴转动的转动惯量。

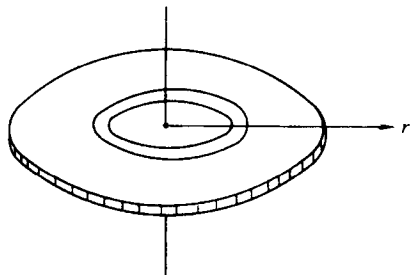


图 1-5 转轴

解 取半径为 r 、宽度为 dr 的细圆环为质量元 dm , 设圆盘的面密度即单位面积的质量为 σ , 则 $\sigma = \frac{m}{\pi R^2}$, 那么质量元 dm 应为

$$dm = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr$$

所以

$$\begin{aligned} I &= \int r^2 \cdot dm = \int_0^R r^2 \cdot \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr \\ &= 2\pi\sigma \int_0^R r^3 \cdot dr = \frac{1}{2} mR^2 \end{aligned}$$

即此圆盘的转动惯量为 $\frac{1}{2} mR^2$ 。

三、质心坐标的确定

若把刚体看成是由质点系组成的, 那么对这些质点可以写出牛顿第二定律, 即

$$m_i a_i = f_i + F_i \quad (1-12)$$

式中 m_i 表示第 i 个质点的质量, a_i 是它的加速度, F_i 是它所受的外力, f_i 是其他质点对它的作用力(内力)。显然这类方程的数目应该与质点的数目相等, 由于方程的数目非常大, 解方程找出质点的运动状态是非常困难的。

但是, 实验证明, 在刚体上存在一特殊点, 该点的加速度 a_c 等于刚体上所受的合外力的矢量合 F 与刚体的质量 m 的比值, 即

$$a_c = \frac{F}{m} \quad (1-13)$$

这就是说, 可以认为刚体的全部质量和所受的一切外力都集中在这一点上, 并且可以按质点运动规律求出它的加速度, 这样一个特殊点称为刚体的质量中心或简称质心(center of mass)。

下面我们讲解如何确定质心的位置, 先讨论由两个质点所组成的质点系, 设两个质点的质量分别为 m_1 和 m_2 , 在两质点的连线上作一坐标轴即 Ox 轴, 如图 1-6 所示。设 m_1 的坐标为 x_1 , m_2 的坐标为 x_2 , 假设 c 点为质心, 则 c 点的坐标 x_c 应满足下式

$$m_1(x_c - x_1) = m_2(x_2 - x_c)$$

即

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

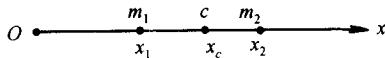


图 1-6

对于由三个质点组成的质点系,可以先就其中两个质点按上述方法确定出质心,把该质心看成是一个新的质点,然后用同样的方法把此新的质点与第三个质点的质心找出来,最后确定的这个质心才是这三个质点所组成的质点系的质心。据上述道理,对于多个质点所组成的系统,质心的位置由下列三个公式确定

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \quad (1-14)$$

$$y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \quad (1-15)$$

$$z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i} \quad (1-16)$$

四、平行轴定理与垂直轴定理

在计算刚体的转动惯量时,经常用到平行轴定理及垂直轴定理。

1. 平行轴定理

同一刚体对于不同的轴有不同的转动惯量,设有两个转动轴,其中 cz 轴通过刚体的质心, c 点为刚体的质心;另一与它平行的轴是 Oz' 轴,如图 1-7 所示。取坐

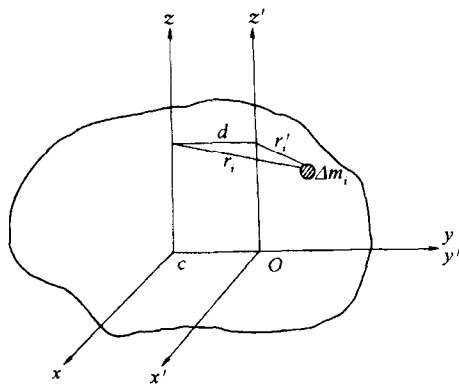


图 1-7 平行轴定理

标系 $cx yz$ 及 $Ox' y' z'$, 且使 cy 轴与 Oy' 轴重合, cz 轴与 Oz' 轴之间的距离为 d ; 质量元 Δm_i 到 cz 轴及 Oz' 轴的距离分别为 r_i 及 r'_i ; Δm_i 在 $cx yz$ 坐标系及 $Ox' y' z'$ 坐标系中的坐标分别为 (x_i, y_i, z_i) 及 (x'_i, y'_i, z'_i) 。按照转动惯量的定义, 则刚体对 cz 轴及对 Oz' 轴的转动惯量分别为

$$I_{cz} = \sum \Delta m_i r_i^2 = \sum \Delta m_i (x_i^2 + y_i^2)$$

$$I_{Oz'} = \sum \Delta m_i r_i'^2 = \sum \Delta m_i (x_i'^2 + y_i'^2)$$

Δm_i 在两坐标系中的坐标有如下关系

$$\begin{aligned}x'_i &= x_i \\y'_i &= y_i - d \\z'_i &= z_i\end{aligned}$$

将上述关系代入 $I_{Oz'}$ 的表达式中可得

$$\begin{aligned}I_{Oz'} &= \sum \Delta m_i [x_i^2 + (y_i - d)^2] \\&= \sum \Delta m_i (x_i^2 + y_i^2) + d^2 \sum \Delta m_i - 2d \sum \Delta m_i y_i\end{aligned}$$

上式中的 $\sum \Delta m_i y_i$ 根据质心坐标确定的公式(1-15) 可得

$$\sum \Delta m_i y_i = y_c \cdot \sum \Delta m_i$$

因 y_c 为刚体质心的坐标, 令刚体质心在坐标系 $cx yz$ 中的坐标为 $(0, 0, 0)$ 即与坐标原点重合, 故 $y_c = 0$, 因而有 $\sum \Delta m_i y_i = 0$, 又因为 $I_{cz} = \sum \Delta m_i (x_i^2 + y_i^2)$, 于是

$$I_{Oz'} = I_{cz} + md^2 \quad (1-17)$$

上式表明: 刚体对于某轴的转动惯量等于刚体对于通过其质心且与该轴平行的轴的转动惯量加上刚体的质量与两轴间距离平方的乘积。这就是平行轴定理。

2. 垂直轴定理

设有一个厚度均匀的薄板, 取坐标系 $Oxyz$, Oz 轴垂直于薄板, Ox 轴及 Oy 轴都位于薄板内, Ox 轴, Oy 轴, Oz 轴都交于薄板内一点 O , 如图 1-8 所示。

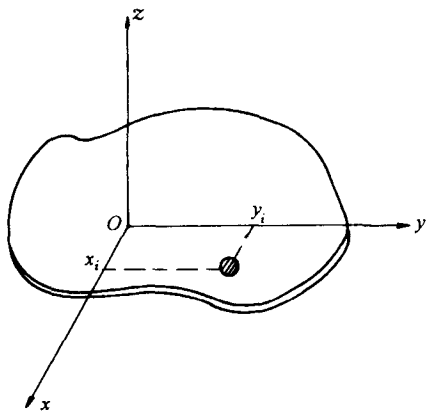


图 1-8 垂直轴定理

则薄板对 Oz 轴的转动惯量为

$$\begin{aligned}I_{Oz} &= \sum \Delta m_i (x_i^2 + y_i^2) \\&= \sum \Delta m_i x_i^2 + \sum \Delta m_i y_i^2 \\&= I_{Ox} + I_{Oy}\end{aligned} \quad (1-18)$$

上式表明: 薄板对于垂直于板面的轴 Oz 的转动惯量等于薄板对于位于板面内与 Oz 轴交于一点的两相互垂直的轴 Ox 和 Oy 的转动惯量之和。这就是垂直轴定理。

例 1-2 试求质量为 m , 半径为 R 的均匀圆盘对于通过它边缘上某点 A 且垂直于盘面的轴的转动惯量 I_A 。如图 1-9 所示。

解 我们已知质量为 m , 半径为 R 的圆盘对于通过其质心且垂直于盘面的轴的转动惯量为 $I_c = \frac{1}{2} mR^2$

根据平行轴定理, 则有

$$I_A = I_c + mR^2$$