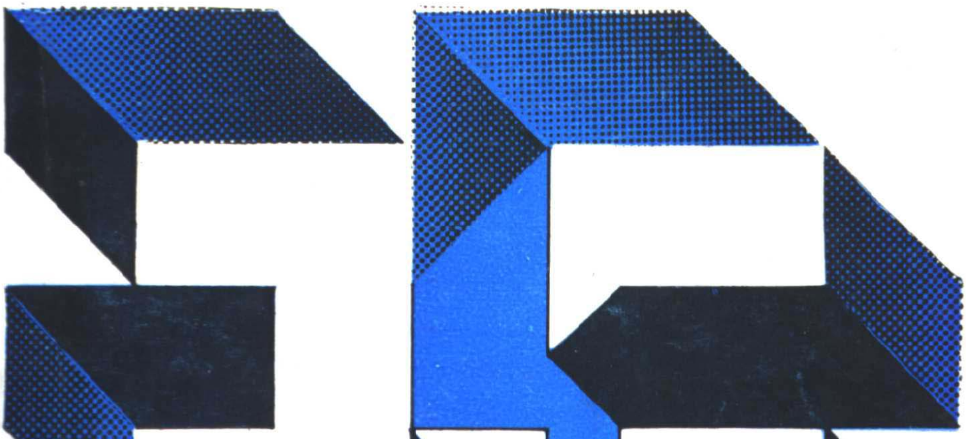
现代控制理论及其应用丛书

现代控制理论概述

XIANDAI
KONGZHI LILUN GAISHU

关肇直 著



广东科技出版社

《现代控制理论及其应用》丛书

现代控制理论概述

关肇直 著

崔 毅 秦化淑 整理

广东科技出版社

《现代控制理论及其应用》

丛书编委会

Xiandai Kongzhi Lilun Gaishu

现代控制理论概述

关肇直 著

•

广东科技出版社出版发行

广 东 省 新 华 书 店 经 销

广东第二新华印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 2.75印张 55,000字

1991年6月第1版 1991年6月第1次印刷

印数 1—1000册

ISBN 7—5359—0504—8

TP·15 定价1.50元

出 版 说 明

现代控制理论是一门应用性很强的基础学科，它是现代工业生产自动化和国防科学技术现代化不可缺少的理论基础之一。随着工业生产的发展和科学技术的进步，在大量工程实践的基础上，自动控制理论由古典调节原理发展成现代控制理论。尤其是数字电子计算机的广泛应用，为自动控制理论的应用开辟了广阔的途径，而大量的工程实践又为这种理论的发展提出了许多新的问题，有待于广大工程技术人员和科研工作者进一步研究和探讨。为了向我国的工程技术人员、科研工作者和高等院校教师、高年级学生和研究生介绍已经成熟的并在实际中能够应用的自动控制理论，我们出版这套《现代控制理论及其应用》丛书，以便能使这门基础学科为我国的四个现代化服务。

这套丛书既包括自动控制中的基本理论，又包括这些理论的应用，力求做到为广大工程技术人员易于接受。在理论与应用之间，我们更侧重于新理论的应用。因此，在丛书的选题上不是追求理论的完备性，而是着重介绍那些学了之后能直接应用的内容。

丛书的主要内容包括，线性系统理论、计算机控制系统、估计理论、系统辨识、最优化方法、自适应控制系统、最优控制等等。

这套丛书是由关肇直教授生前主编的，参加编写丛书的单位有华南理工大学、中国科学院系统科学研究所和南开大学。关肇直教授是我国著名的数学家和控制论学者，自1962年至1981年，他以极大的热忱，投身于控制理论的研究、传播与应用。他不仅自己做了大量卓有成效的工作，而且在20年间培养了一

大批从事控制理论研究及其应用的中青年科学家。丛书的作者们大都得益于他的帮助和教导。生前他曾任中国自动化学会副理事长、中国系统工程学会理事长、国际自动控制联合会控制理论专业委员会委员、中国科学院数学研究所副所长、系统科学研究所所长等职。丛书的现任主编为华南理工大学副校长李伯天教授。

丛书的作者们既具备一定的理论修养，又都在不同的领域从事过各种实际问题的研究设计工作，具有一定的实践经验。

丛书可供从事自动控制，计算技术，自动化仪表，系统工程等专业的大专院校师生，工程技术人员作为参考书，也可作为有关专业研讨班的培训教材。

目　　录

第一章　自动控制理论的基本概念

第一节　自动控制

控制理论即自动控制的理论。为了说明现代控制理论的发展，首先介绍一些自动控制的基本概念。

人们用机器代替人类和动物的体力，是由于机器比人有大得多的力量和高得多的速度以及极高的准确性，使得人们原来认为不可能的事情变为可能。但为了使机器完成一项工作，还要在它运转时对它进行操纵，使它启动或停止，或者使它随情况变化而改变动作状态。这种操纵就是控制。如果这种操纵不是用人的直接干预而是用机器、仪表来完成，这就是自动控制。可以说，凡是按照给定的指令来使系统中某个物理量发生变化，就叫做控制。这个物理量叫做受控量。

例如飞机在空中飞行，就要对飞机进行操纵，使飞机的姿态不发生急剧或大的变化，这时受控量是飞机的姿态角，即俯仰角、偏航角与滚动角。现代的飞机除了由人直接控制外，还可用专门的装置——自动驾驶仪来控制它的飞行姿态。又如通讯卫星要在几万公里的高空中保持在沿地球赤道平面上的圆形轨道上同步运行。这里说的同步是指人造卫星的周期与地球的自转周期一致。这样从赤道上看，卫星好像悬挂在地球上空的某一固定的位置。由于运行时受各种外界干扰，运行一段时间后卫星就会偏离所规定的轨道，故必须对它进行操纵。比如利

用安装在卫星上的喷嘴提供推力来校正其运行轨道，使它回到原来与赤道同步的圆形轨道上。这时受控量就是卫星运行的轨道参数，比如说，它在天上的位置与规定轨道的偏离量。

又如要保持一种物体（设该物体在炉内）温度为常值，必须通过仪表装置控制这个温度。这时受控量就是温度。再如，在化学工业中调节反应器中各化学成分的浓度与器内温度。这里受控量是温度、浓度。

在实行控制时，首先应规定受控量所应取得的值——目标值。例如在上述通讯卫星的例子中，目标值是零，即要求卫星位置保持在规定的赤道同步的圆形轨道上（偏离值是零）。在温度控制的例子中，要求温度取规定的（或要求的）值。这里有两种情形应该区分，一种情形是，目标值本身随时间而变化，而进行控制的目的就是使受控量跟上目标值。一个典型的例子是雷达的控制：雷达要保持指向目标，雷达的指向就必须跟上目标的方向，如果用方位角、高低角表示定向，那末就要使雷达轴的方位角、高低角跟上目标的方位角、高低角（见图1）。这种控制叫做随动控制或自动跟踪。另一种情形是，目

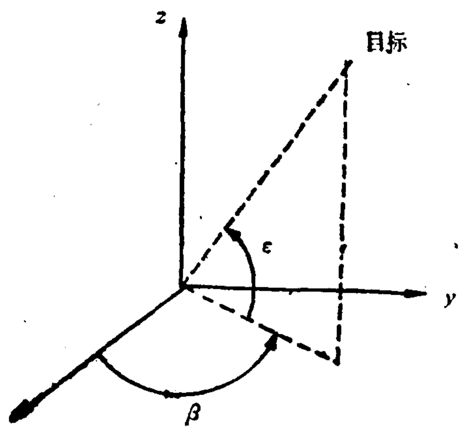


图1

标值本身并不变化，但受控量由于受某种外部条件的影响而发生不应有的变化。在这种情况下，进行控制是使受控量回复到原来数值。换句话说，这种控制的目的完全在于消除外部干扰影响。这种控制叫做自动调节，典型的例子是上述的温度控制。

自动控制分为开环控制与闭环控制。开环控制是把给定的目标值或外部干扰改变成适当形态后直接取为控制指令，例如在控制电动机速度时，先找出电流和速度的关系，然后调整电流的大小，使它恰好对应所给定的目标值。这种控制的缺点在于电流与速度之间的关系只在理想情况下才是一种简单的数量关系，而当考虑到电源电压或负荷的变动以及其它外部干扰的影响时，按照这种理想的简单关系来控制就不会得到圆满的结果。因此自动控制中比较重要的是闭环控制，即用一定的装置把受控量的现时值与目标值进行比较，检测出它们之间的偏差，并且使控制系统为减少乃至消除这种偏差而工作。这里，一方面受控量本身是系统的输出，另一方面，它的值又回输到控制系统的输入端。这种方式的控制叫做反馈控制，这样的好处在于不管造成偏离的原因是什么，控制系统总是为减少偏差而工作。由于外部干扰也是造成偏差的因素，因而这控制系统在外部干扰下仍有作用。由此可见闭环控制的优越性。现用图 2 的框图说明闭环控制的作用。

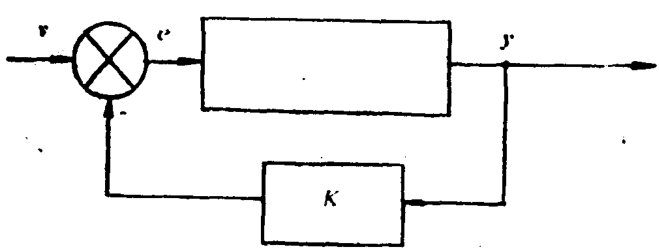


图2

上面已经接触了控制理论中几个基本概念：输入、输出、外部干扰、反馈，现在对这几个概念再作进一步的介绍。

输入是人们加给系统的量。一种输入就是加在受控对象上的控制量。例如为了控制飞机姿态而使舵偏转的角度，或为了实现通讯卫星的轨道控制所用的推力等。还有一种输入叫做参考输入，也就是前面所说的目标值。把实测的受控量的值与参考输入比较，将偏差送入控制装置，可得出作用在受控对象上的反馈控制，这从图2清楚地看到，无论哪一种输入，都是人们加在系统上的量，从而能用仪表量出，或是已知的。

输出是对系统观察得到的量。这就是说，输出能用仪表量出来。如果不能量测它，控制也就成了无的放矢了！例如要控制一枚导弹去拦击一架飞机，就要知道现时导弹相对于目标的位置，以便决定怎样对导弹施加控制。一种方式是用从雷达量测目标的方向作为目标值，而受控量，即系统输出是从雷达量测导弹的方向，这两方向之间的偏差，即相对高低角$\Delta\varepsilon$与相对方位角$\Delta\beta$通过控制装置给出控制信号，即转化成舵偏角——给予受控对象的指令信号。又如在上面所说通讯卫星轨道控制中，输出即用测量仪表所测得的卫星现时位置与它在赤道同步圆形轨道上所应占的位置之间的偏差。

外部干扰一般不能用仪表测到。对它应怎样处理呢？下面还要谈到。

由上面的讨论可以看到，对于一个控制系统，直接能知道的只是它的输入与输出。对控制系统的认识只能从直接知道或用仪表测到的这些输入、输出量获得。因此，对控制系统的处理，一切只能从它的输入、输出出发。

前面已经提到，要用仪表测量系统的输入、输出值。例如在飞机导航中，一种方式是惯性导航，它只用安装在飞机里面的惯性仪表量测到飞机的加速度，因而它是一种自主导航。它

所需要的信息（这里是飞机的加速度）能在不受外界干扰之下获得，不像无线电导航那样，可能由于外界干扰而接收不到它所需的信息。当然在飞机导航中，真正所要知道的（即关于飞机的信息）乃是飞机现时刻的位置与速度。但把加速度积分，便得速度，而把速度积分，便得位置；而这两次积分是由安装在飞机上的数字计算机完成的。因此，关于飞机导航的输出量仅仅是飞机加速度，而量测这个加速度的仪表叫做加速度表。在导弹控制的问题中，输出量测的仪表就是雷达。

第二节　控制系统的数学描述

由于事物的量变与质变的相互转化乃是事物发展的一般规律，而事物的质变必然通过量的变化来完成。对事物的认识是在变革事物的过程中取得的，从而必然要通过事物的量的变化才能对它获得精确的认识。因此，对于控制系统，也正像对于各种自然现象一样，应通过它的量变认识它。自动控制还有它自己的特点，即要以高精度完成对系统的控制，必须尽可能准确地量测到系统输出并精确地给出控制指令。因此不仅需要使用精度很高的仪器仪表，而且还要讲究怎样从仪器仪表所测得的量获得尽可能准确的信息——这将在下面详细讨论。此外，还要对系统有确切的定量的描述，也就是数学描述。因为有了数学描述才能用数学这种精确的定量方法对系统进行分析研究，才能从量测数据中获得关于系统的高精度的信息并通过计算给出应当加给系统的精确的控制指令。这就是说，对控制系统的确切数学描述已经成为重要的问题了。无论上溯到19世纪自动控制理论开始，或是本世纪30、40年代经典控制理论发展成熟的时期，或是50年代末、60年代初现代控制理论建立的时候，都是从找到较合适的数学描述，并利用当时数学这门科学

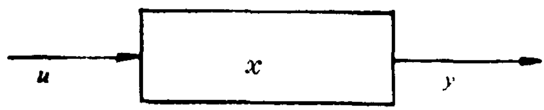
所积累的知识找出解决问题的好的数学方法而开始的。

下面讲两种不同的数学描述，即传递函数描述与状态空间描述。

传递函数描述也叫做系统的外部描述。上面已经谈到，我们对控制系统直接知道的只是系统的输入与系统的输出，至于系统内部在输入作用下究竟起了什么变化我们并不关心，并将它称为“黑箱子”，我们直接量测到的只是系统输出，所以外部描述表达成输入量与输出量之间的关系，简称输入输出关系。最常用的一种输入输出关系乃是传递函数。通常的控制系统即所谓集中参数控制系统，传递函数是有理函数，而有理函数由它分子的零点（也是有理函数本身的零点）与它分母的零点（叫做有理函数的极点）基本上完全决定。从而外部描述主要依据传递函数的零点与极点的位置，即根据零点、极点位置来讨论控制系统的设计。输入输出关系的另一种表达则是脉冲响应。从数学上看，脉冲响应与传递函数相互由一定的变换关系联结起来，从而可以看作是一种确定的量的关系的两种具体表现形式。

随着人类对控制系统认识的逐渐深入，仅运用外部描述，而不考虑“黑箱子”里面是什么就不够了。为此，要对受控系统本身给出一种动态的数学描述。为简单起见，假定受控系统是力学系统——例如飞行中的飞机或沿轨道运行着的人造地球卫星。为了描述这种力学系统，通常很自然地利用这系统的位置与速度。这几个用来刻画受控系统的基本特征的量叫做系统的状态变量，因为这些量在给定某时刻的值恰好是给出了系统在该时刻的状态——例如飞机或人造地球卫星在给定时刻的位置、速度恰好是给出了飞机的力学运动的状态。拿飞机导航来说，输出量，前面已经指出，是飞机运动的加速度。而输入量则是加给飞机的控制力（或力矩）——例如舵偏角等。但刻画

飞机运动的量却是它在各时刻的位置与速度。在这情况下，状态变量既不是系统输入也不是系统输出，输入量改变了系统的运动，确定了状态量的值，而状态量的改变经仪表量测反映成输出量。因而在输入与输出关系之间插进了第三组变量——状态变量。这种状态变量也可以说是在一定意义下表现了“黑箱子”内部的情况，因而这种用状态量对系统的描述通常叫做系统的内部描述（图3）。



u—输入　y—输出　x—状态

图3

由于描述的不同，控制理论经历了不同的发展阶段，外部描述的方法在40、50年代已经发展成熟，而内部描述的方法基本上是在60年代才开始的。因而以外部描述为特征的哪一部分叫做经典的控制理论，而以状态变量为特征的内部描述部分叫做现代控制理论。虽然经典控制理论已早臻成熟，但却并不古老，它依然是工程技术人员设计控制系统时常用的工具。当然，由于现代控制技术要求高，往往经典控制理论用起来达不到预期效果，从而使现代控制理论成为设计控制系统时不可缺少的工具。

第三节　状态变量与状态方程

由于在本书下面的讨论中都要从系统的两种描述之一出发，因此，必须对状态变量及与它密切有关的内部描述作更深入的介绍、先从极简化的例子说起。

当讨论一颗人造地球卫星的姿态控制时，我们要用几个角度——姿态角来描述系统的状态，这里有三个角度：俯仰角、

偏航角与滚动角。为简单起见我们只考察其中的一个角，例如俯仰角ϑ。这个角按时间的变化率就是俯仰的角速度ω，而ω按时间的变化率就是角加速度。角加速度实际上由两部分组成；一部分是为了实现姿态控制而加给卫星的力矩所产生的角加速度α，而另一部分是各种客观因素所引起的干扰加速度ξ。如果一个量x按时间的变化率写成$\dot{x}$，那末上述几个量ϑ、ω、α、与ξ之间的关系能写成：

$$\dot{\vartheta} = \omega \tag{1}$$

$$\dot{\omega} = \alpha + \xi \tag{2}$$

式（1）、（2）都是数学上的方程，但这种方程与我们在中学里学过的方程（无论是代数方程或三角方程）都不一样，因为它还包括一些量按时间的变化率。这种方程在数学上叫做微分方程。这里的状态变量有两个：ϑ与ω。为了方便，我们把两个方程（1）、（2）合写成一个“矢量”的方程：

$$\begin{pmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vartheta \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \alpha + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xi , \tag{3}$$

这里的记号作如下理解：

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \alpha = \begin{pmatrix} 0 \times \alpha \\ 1 \times \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xi = \begin{pmatrix} 0 \times \xi \\ 1 \times \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \xi \end{pmatrix} ,$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vartheta \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \times \vartheta + 1 \times \omega \\ 0 \times \vartheta + 0 \times \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega \\ 0 \end{pmatrix} , \tag{4}$$

于是式（3）即是

$$\begin{pmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \xi \end{pmatrix} ,$$

而矢量的相加是第一元相加，第二元相加：

$$\begin{pmatrix}\omega\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\\alpha\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\\zeta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\omega+0+0\\0+\alpha+\zeta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\omega\\\alpha+\zeta\end{pmatrix},$$

于是式（3）意味着

$$\begin{pmatrix}\dot{\vartheta}\\\dot{\omega}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\omega\\\alpha+\zeta\end{pmatrix},$$

这又意味着矢量的各分量（第一元、第二元）分别相等，即

$$\dot{\vartheta}=\omega,\quad \dot{\omega}=\alpha+\zeta,$$

与式（1）、（2）一致。以下我们经常要用这种矢量写法。注意式（4）中$\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$是阵，式（4）中涉及用阵乘矢量，即得出一新矢量，其第一元是由阵的第一行乘矢量的两分量：$0\times\vartheta+1\times\omega$，第二元是由阵的第二行乘矢量的两分量：$0\times\vartheta+0\times\omega$。以后遇到更复杂的阵与矢量相乘，其理解仍是一样的。

式（3）就是这种单通道的姿态控制的状态方程。单通道指把三个角度之间的耦合（即相互影响与关联）忽略，而分别考虑俯仰角、偏航角与滚动角本身。

以上是给出状态方程的最简单的例子，还可以举更多的例子，例如考虑飞机的纵向运动的稳定化问题，这里要控制飞机的短周期振荡和俯仰角。它涉及的状态变量是飞机的俯仰角ϑ、攻角α与俯仰率（即俯仰角随时间的变化率）。这时的控制变量是升降舵的偏转角$\eta(t)$。根据飞机的飞行动力学原理即可列出纵向运动的微分方程：

$$\begin{aligned}&\dot{\vartheta}(t)=q(t),\\&mv[\dot{\alpha}(t)-q(t)]=Z_\alpha\alpha(t)+Z_\eta\eta(t),\\&I_y\dot{q}(t)=M_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha}(t)+M_\alpha\alpha(t)+M_q q(t)+\\&\qquad M_\eta\eta(t),\end{aligned}\tag{5}$$

为了把式（5）化成类似式（3）的标准形式，把三个状态变量

ϑ、α、q合写成矢量形式：

$$\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} \vartheta \\ \alpha \\ q \end{pmatrix},$$

从而式（5）能写成

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -M_{\dot{\alpha}}/I_y & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & Z_\alpha/mv & 1 \\ 0 & M_\alpha/\mathrm{I}_y & M_q/\mathrm{I}_y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \vartheta \\ \alpha \\ q \end{pmatrix}+$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ Z_\eta/mv \\ M_\eta/\mathrm{I}_y \end{pmatrix}\eta(t), \qquad (6)$$

这里$M_{\dot{\alpha}}$，M_α，M_q，M_η，Z_α，Z_η都是气动参数，I_y是在y轴方向的主惯性矩。如果把方程（6）两边都乘以相同的阵

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & M_{\dot{\alpha}}/\mathrm{I}_y & 1 \end{pmatrix},$$

并注意到

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & M_{\dot{\alpha}}/\mathrm{I}_y & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -M_{\dot{\alpha}}/\mathrm{I}_y & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

而

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix},$$

于是得

$$\dot{x}(t)=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & Z/mv & 1\\ 0 & (M_\alpha+M_{\dot\alpha}Z_\alpha/mv)/I_y & (M_q+M_{\dot\alpha})/I_y\end{pmatrix}x(t)$$

$$+\begin{pmatrix}0\\ Z_\eta/mv\\ (M_\eta+M_{\dot\alpha}Z_\eta/mv)/I_y\end{pmatrix}\eta(t), \qquad (7)$$

这里利用了阵乘法的结果

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & M_{\dot\alpha}/I_y & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & Z_\alpha/mv & 1\\ 0 & M_{\dot\alpha}/I_y & M_q/I_y\end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & Z_\alpha/mv & 1\\ 0 & (M_{\dot\alpha}+M_{\dot\alpha}Z_\alpha/mv)/I_y & (M_q+M_{\dot\alpha})/I_y\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & M_\alpha/I_y & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ Z_\eta/mv\\ M_\eta/I_y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ Z_\eta/mv\\ (M_\eta+M_\alpha Z_\eta/mv)I_y\end{pmatrix}.$$

式（7）已写成了形式

$$\dot{x}=Ax+Bu.$$

这里u是控制变量（即$\eta(t)$），A是系数阵，B是控制阵。注意式（3）也能写成类似形式：

$$\dot{x}=Ax+Bu+D\zeta. \qquad (8)$$

这里

$$x=\begin{pmatrix}\vartheta\\ \omega\end{pmatrix},\ A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix},\ u=\alpha, D=\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix},$$