大学物理学

音像·文字结合教材

习题解答

封俊生 周 岚 李春松 编

东南大学出版社

《大学物理学——

封俊生、周岚、李寿杉

东南大学出版社

(苏)新登字第012号

内 容 简 介

本书对《大学物理学——音像、文字结合教材》(恽瑛、夏西平主编)的习题作了全部解答。可供理工科大学物理教师在教学中参考,亦可作为本科、专科、职业大学、电视大学、夜大学、函授大学学生的参考书。

责任编辑 王小然

《大学物理学——音像、文字结合教材》习题解答
封俊生等编
*
东南大学出版社出版发行
(南京四牌楼2号 邮编210018)
江苏省新华书店经销 南京上新河印刷厂印刷
*
开本850×1168毫米1/32 印张10.75 字数279.3千
1994年12月第1版 1994年12月第1次印刷
印数:1—3000册
ISBN 7-81023-878-7/O·79
定价:11元

東南大學出版社

前　言

本书是根据《大学物理学　　音像、文字结合教材》(恽瑛、夏西平主编，高等教育出版社出版)一书的习题而作的解答。解题中我们注意了以下几点：

1. 力求概念清晰、逻辑严密、方法简洁，尽可能与教学要求一致。

2. 章、节及引用公式都是原书编号，所用公式、符号尽可能与原书一致。

3. 所用名词与全国自然科学名词审定委员会于1989年公布的《物理学名词(基础物理部分)》一致；采用国际单位制；数字答案一般取三位有效数字。

东南大学恽瑛教授、空军气象学院夏西平教授、东南大学蒋福明副教授及马见慈副教授审阅了全书，提出了详尽、具体的意见与建议，我们表示衷心感谢。

由于编者水平有限，错误、疏漏在所难免，敬希读者指正。

编　者

1994年10月于南京

目　　录

第一章　质点的运动

1　1　质点在 oxy 平面内运动，其位置矢量为

$$\boldsymbol{r} = (2t^3 - 5t)\boldsymbol{i} + (6 - 7t^4)\boldsymbol{j}$$

式中 $\boldsymbol{r}$ 的单位为 m，t 的单位为 s，试求当 $t=2$s 时的 $\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$。

解　任意时刻 t

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = (6t^2 - 5)\boldsymbol{i} - 28t^3\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 12t\boldsymbol{i} - 84t^2\boldsymbol{j}$$

当 $t=2$s 时

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{r} &= (2 \times 2^3 - 5 \times 2)\boldsymbol{i} - (6 - 7 \times 2^4)\boldsymbol{j} \\
&= (6\boldsymbol{i} - 106\boldsymbol{j})(\mathbf{m}) \\
\boldsymbol{v} &= (6 \times 2^2 - 5)\boldsymbol{i} - 28 \times 2^3\boldsymbol{j} \\
&= (19\boldsymbol{i} - 224\boldsymbol{j})(\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-1}) \\
\boldsymbol{a} &= 12 \times 2\boldsymbol{i} - 84 \times 2^2\boldsymbol{j} \\
&= (24\boldsymbol{i} - 336\boldsymbol{j})(\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-2})
\end{aligned}$$

1　2　一冰船滑越一冰冻的湖面，由风力获得了恒加速度。在某一瞬时冰船的速度为

$$\boldsymbol{v} = (6.30\boldsymbol{i} - 8.42\boldsymbol{j}) \quad (\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1})$$

3s 钟后的瞬时这船就停住了。在这时间间隔内船的加速度是多少？

解　因 $\boldsymbol{a}$ 是恒矢量，故

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{0 - (6.30\boldsymbol{i} - 8.24\boldsymbol{j})}{3}$$

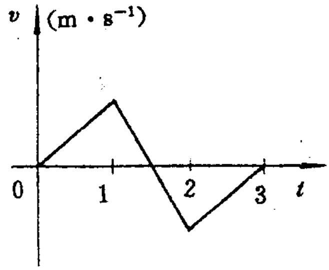
$$= (-2.10\boldsymbol{i} + 2.81\boldsymbol{j}) \quad (\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

1-3 如图所示，曲线为一质点的速度时间函数关系图。自 $t=0$ 到 $t=3\mathrm{s}$ 间，质点运动的总路程为 30m，试求：

(1) 在 $t=0$ 到 $t=3\mathrm{s}$ 的平均速度。

(2) 从 $t=0$ 时刻算起，质点运动的最大距离是多少？

(3) 画出质点的 $x-t$ 图及 $a-t$ 图。



题1-3图

解 由图可见，$v(1.5)=0$

(1) 在 $t=0$ 到 $t=3\mathrm{s}$ 间质点的平均速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i} = \frac{\int_0^3 v_x \mathrm{d}t}{3}\boldsymbol{i}$$

$$= \frac{\int_0^{1.5} v_x \mathrm{d}t + \int_{1.5}^3 v_x \mathrm{d}t}{\Delta t}\boldsymbol{i} = 0$$

值得注意的是，在此期间平均速率为

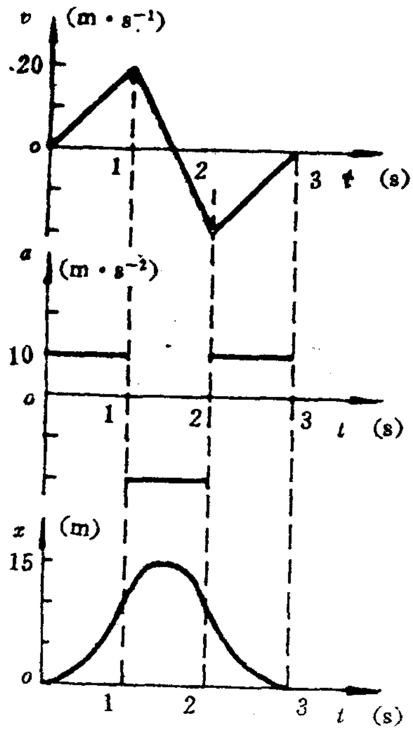
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\int_0^3 |v_x| \mathrm{d}t}{\Delta t} = \frac{30}{3} = 10 \quad (\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

(2) $t=1.5\mathrm{s}$ 时，$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0$，且由图可见 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}<0$，故 x 取极大值，因而

$$[x(t)-x(0)]_{\max}=x(1.5)-x(0)$$
$$=\int_0^{1.5}v_x\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^3|v_x|\cdot\mathrm{d}t$$
$$=\frac{1}{2}\times30=15(\mathrm{m})$$

(3) $[x(t)-x(0)]_{\max}$是 $t=0$ 到 $t=1.5\mathrm{s}$ 间 $v-t$ 图下的面积，故$\frac{1}{2}[1.5\times v(1)]=15$，因而 $v(1)=20\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$；同理，$v(2)=-20\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$，据此，可作出 $a-t$ 及 $x-t$ 图如下。在作 $x-t$ 图时，

还可以



解题 1—3 图

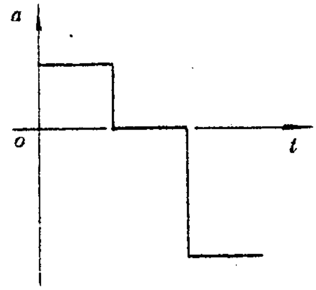
$t=0$ 时的 $x(0)$可任意取值，这里取 $x(0)=0$。

1—4 如图所示，为一质点运动的 $a—t$ 图。试画出：

(1) $v—t$ 图；

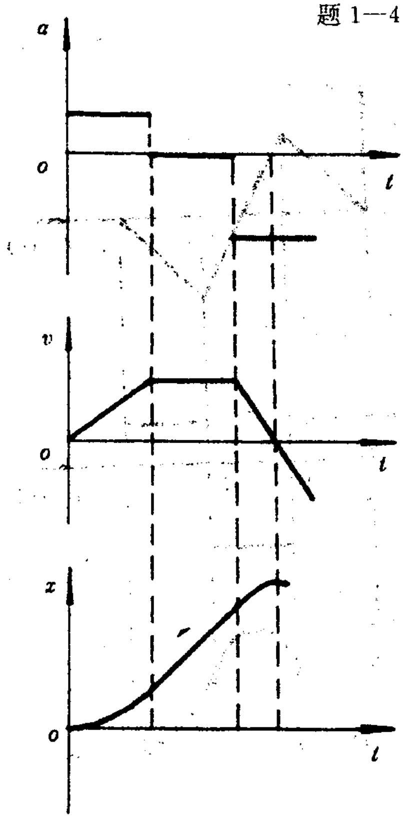
(2) $x—t$ 图；

并设 $t=0$ 时，$x=0$ 和 $v=0$。



题 1—4 图

解 $v—t$ 及 $x—t$ 图如下：



解题 1—4 图

1—5 已知质点的运动方程为 $x=10+15t-2.5t^2$，式中 x 的单位为 m，t 的单位为 s，求：

（1）$t=0$、3、6、8s 时质点的位置、速度、加速度；

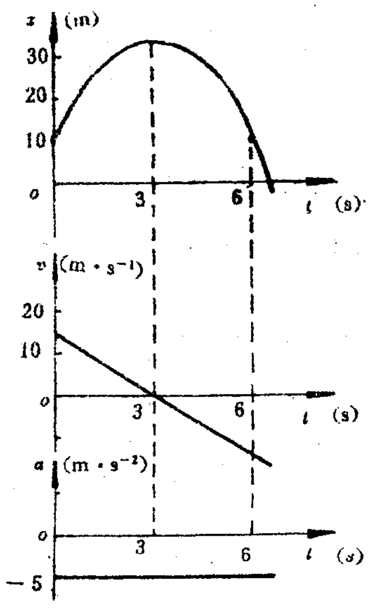
（2）画出质点运动的 $x-t$、$v-t$、$a-t$ 图线；

（3）质点在 $x=0$ 处的时刻。

解 （1）质点在各时刻的 x、v、a 如下表所示：

t(s)	0	3	6	8
$x=(10+15t-2.5t^2)$(m)	10.0	32.5	10.0	−30.0
$v=\frac{dx}{dt}=(15-5t)(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	15.0	0	−15.0	−25.0
$v=\frac{dv}{dt}=-5\ (\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	−5	−5	−5	−5

（2）质点运动的 $x-t$、$v-t$、$a-t$、图如下：



解题 1—5 图

(3) $$x = 10 + 15t - 2.5t^2 = 0 \text{ 时},$$

$$t_1 = 3 + \sqrt{13} = 6.61(\text{s})$$

$$t_2 = 3 - \sqrt{13} = -0.61(\text{s})$$

1—6 (1)一小球以 $30\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$的速度水平抛出，试求 5s 后加速度的切向分量和法向分量；

(2)一小球在水平面上以 60°倾角斜抛出，试求任一时刻的切向加速度和法向加速度。

解 (1) 小球在时刻 t 的速率为

$$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$$

故

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}}$$

由于加速度大小为 g，故

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{g^2 - a_\tau^2}$$

$t=5\text{s}$ 时，

$$a_\tau = \frac{9.8^2 \times 5}{\sqrt{30^2 + (9.8^2 \times 5)^2}} = 8.36(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$$

$$a_n = \sqrt{9.8^2 - 8.36^2} = 5.11(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$$

(2) 设小球初始速率为 v_0，则任一时刻 t 速率为

$$v = \sqrt{(v_0\cos60°)^2 + (v_0\sin60° - gt)^2}$$

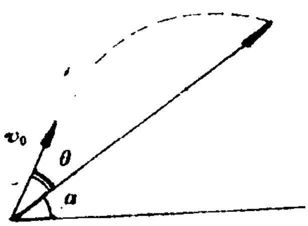
$$= \sqrt{v_0^2 - \sqrt{3}\,v_0gt + g^2t^2}$$

故

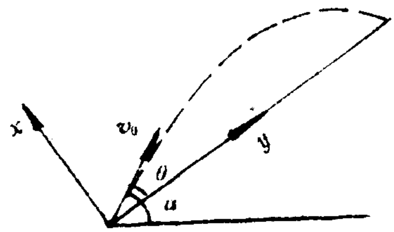
$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{-(\sqrt{3}\,v_0 - 2gt)}{2\sqrt{v_0^2 - \sqrt{3}\,v_0gt + g^2t^2}} \cdot g$$

$$a_n = \sqrt{g^2 - a_\tau^2} = \frac{v_0}{2\sqrt{v_0^2 - \sqrt{3}\,v_0 g t + g^2 t^2}} \cdot g$$

1—7　迫击炮瞄准山顶上的一个目标，已知初速度为 v_0，抛射角为 θ，山坡与水平面成 α 角，如图所示。求炮弹的射程及到达山坡时的速度（不计空气阻力）。



题 1—7 图



解题 1—7 图

解　取坐标如图，时刻 t 炮弹位置为

$$x = v_0\cos\theta \cdot t - \frac{1}{2}g\sin\alpha \cdot t^2$$

$$y = v_0\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}g\cos\alpha \cdot t^2$$

$y=0$ 时，

$$t^* = \frac{2v_0\sin\theta}{g\cos\alpha}$$

故射程为

$$\begin{aligned}R &= x(t^*)\\ &= v_0\cos\theta \cdot \frac{2v_0\sin\theta}{g\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\sin\alpha\left(\frac{2v_0\sin\theta}{g\cos\alpha}\right)^2\\ &= \frac{2v_0^2}{g} \cdot \frac{\sin\theta\cos(\alpha+\theta)}{\cos^2\alpha}\end{aligned}$$

时刻 t 炮弹速度为

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_0\cos\theta - g\sin\alpha \cdot t$$

$$v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = v_0\sin\theta - g\cos\alpha \cdot t$$

$t=t^*$，炮弹落至山坡时，速度为

$$v_x(t^*) = v_0\cos\theta - g\sin\alpha \cdot \frac{2v_0\sin\theta}{g\cos\alpha}$$

$$= v_0(\cos\theta - 2\mathrm{tg}\,\alpha\,\sin\theta)$$

$$v_y(t^*) = v_0\sin\theta - g\cos\alpha \cdot \frac{2v_0\sin\theta}{g\cos\alpha}$$

$$= -v_0\sin\theta$$

其大小为

$$v(t^*) = \sqrt{v_x^2(t^*) + v_y^2(t^*)}$$

$$= \frac{v_0}{\cos\alpha} \cdot \sqrt{\cos^2\alpha - 4\sin\alpha\sin\theta\cos(\alpha+\theta)}$$

$$= \frac{v_0}{\cos\alpha} \cdot \sqrt{\cos^2\alpha - 4\cos\alpha\sin\theta\sin(\alpha+\theta) + 4\sin^2\theta}$$

速度与山坡的夹角 β 在第四象限

$$\beta = \mathrm{arctg}\,\frac{v_y(t^*)}{v_x(t^*)} = \mathrm{arctg}\,\frac{-\cos\alpha\sin\theta}{\cos\alpha\cos\theta - 2\sin\alpha\sin\theta}$$

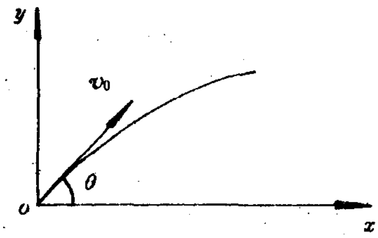
$$= \mathrm{arcctg}(2\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{ctg}\theta)$$

1—8 (1) 一人站在高塔上，以相同的初速度 $v_0 = 30\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 在铅直平面内同时分别上抛和斜抛各一石子，斜抛初速度与水平方向成 30°角，求 $t=2\mathrm{s}$ 时两石子相距为多少？

(2) 该人以相同的速度 v_0，在同一铅直面内，向不同方向同时抛出一些小石子，试证在以后任一时刻，这些石子总是散布在同一圆上。

（3）如果也同时以速率 v_0 抛出时，但石子初速度不在同一铅直平面内，这些石子将散布在什么曲面上？

解 取坐标如图，y 轴竖直向上。



解题 1—8 图

以初速 v_0、倾斜角 θ 抛出的石子，运动方程为：

$$x = v_0\cos\theta \cdot t \qquad (1)$$

$$y = v_0\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

（1）以 $v_0 = 30\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 上抛的石子，$t = 2\text{s}$ 时的位置为

$$x_1 = 0$$

$$y_1 = 30 \times 2 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 = 40.4(\text{m})$$

以 $v_0 = 30\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$、$30°$倾斜上抛的石子，$t = 2\text{s}$ 时的位置为

$$x_2 = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = 30\sqrt{3}(\text{m})$$

$$y_2 = 3 \times \frac{1}{2} \times 2 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 = 10.4(\text{m})$$

二者相距为

$$r_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(30\sqrt{3})^2 + (10.4 - 40.4)^2} = 60(\text{m})$$

（2）由式(2)

$$y + \frac{1}{2}gt^2 = v_0\sin\theta \cdot t \qquad (3)$$

式(1)与式(3)平方相加

$$x^2 + (y + \frac{1}{2}gt^2) = v_0^2 t^2 \tag{4}$$

此为圆方程，圆心在$(0, -\frac{1}{2}gt^2)$，半径为 $v_0 t$，所有石子在时刻 t 都处于这个圆周上。

(3) 不管 x 轴沿哪个方位，式(4)都成立。故同时以 v_0 抛出的石子，一定处于式(4)的圆周绕铅直直径回转而形成的球面上。

1—9 一质点沿圆锥曲线 $y^2 - 2mx - mx^2 = 0$(m,n 为常数)运动，其速度为常量 c，试求它的 v_x、v_y。

解 圆锥曲线方程对时间求导数

$$2y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} - 2m\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - 2nx\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 0$$

$$yv_y - mv_x - nxv_x = 0$$

$$\therefore \quad v_y = \frac{m + nx}{y}v_x$$

而

$$v_x^2 + v_y^2 = c^2$$

$$\therefore \quad v_x = \frac{cy}{\sqrt{(m + nx)^2 + y^2}}$$

$$v_y = \frac{c(m + nx)}{\sqrt{(m + nx)^2 + y^2}}$$

1—10 一质点从静止出发沿半径 $R = 3\mathrm{m}$ 的圆周运动，切向加速度为 $a_\tau = 3\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$，试问：

(1)经过多少时间它的总加速度方向与半径成 45°?

2)在上述时间内，质点所经过的路程为多少?

解 (1)质点在时刻 t 的速率为

$$v = a_\tau t$$

故法向加速度为

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{a_\tau^2 t^2}{R}$$

当总加速度 $\boldsymbol{a}$ 与半径成 45°时，$a_n = a_\tau$，即

$$\frac{a_\tau^2 t^2}{R} = a_\tau$$

$$\therefore \quad t = \sqrt{\frac{R}{a_\tau}} = \sqrt{\frac{3}{3}} = 1 \quad (\mathrm{s})$$

(2)在上述 0 到 1s 内，质点经过的路程

$$s = \frac{1}{2} a_\tau t^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 1^2 = 1.50(\mathrm{m})$$

1—11　一质点沿半径为 0.1m 的圆周运动，其角坐标（以 rad 表示），可用下式表示：

$$\theta = 2 + 4t^3$$

试求：

(1)$t = 2\mathrm{s}$ 时，它的法向加速度和切向加速度各为多少？

(2)当切向加速度的大小恰为总加速度大小的一半时，θ 为何值？

(3)在哪一时刻，切向加速度和法向加速度恰有相等的值？

解

$$a_n = r\omega^2 = r\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2 = 0.10 \times (12t^2)^2 = 14.4t^4$$

$$a_\tau = r\beta = r\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = 0.10 \times (24t) = 2.4t$$

(1) $t = 2\mathrm{s}$ 时，

$$a_n = 14.4 \times 2^4 = 2.30 \times 10^2 (\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

$$a_\tau = 2.4 \times 2 = 4.8 (\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

(2) $a_\tau = \frac{1}{2} a$ 时，$a_n / a_\tau = \sqrt{3}$

$$\frac{14.4t^4}{2.4t} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \quad t^3 = \frac{\sqrt{3}}{6} \quad (\mathrm{s})$$

$$\theta = 2 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{6} = 3.15(\mathrm{rad})$$

(3) $a_\tau = a_n$ 时

$$14.4t^4 = 2.4\, t$$

$$\therefore \quad t = \sqrt[3]{\frac{1}{6}} = 0.55\ (\mathrm{s})$$

1—12　一质点作半径 $R=0.5\mathrm{m}$ 的圆周运动，其运动方程为 $\theta=t^3+3t$，式中 θ 以 rad 计，t 以 s 计，试求 $t=2\mathrm{s}$ 时，质点运动的角位角速度和角加速度。

解

$$\theta = t^3 + 3t = 2^2 + 3 \times 2 = 14(\mathrm{rad})$$

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 3t^2 + 3 = 3 \times 2^2 + 3 = 15(\mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-1})$$

$$\beta = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 6t = 6 \times 2 = 12(\mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-2})$$

1—13　对于本章所学到的物理量的定义及从中学的力学中所学到的有关物理量，表达出速度、加速度、力、功、动能、势能、力矩、功率、动量、冲量的量纲表达式。

解

$$[v] = \frac{[r]}{[t]} = LT^{-1}$$

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = LT^{-2}$$

$$[F] = [m][a] = MLT^{-2}$$

$$[A] = [F][r] = ML^2T^{-2}$$

$$[E_k] = [m][v][v] = ML^2T^{-2}$$