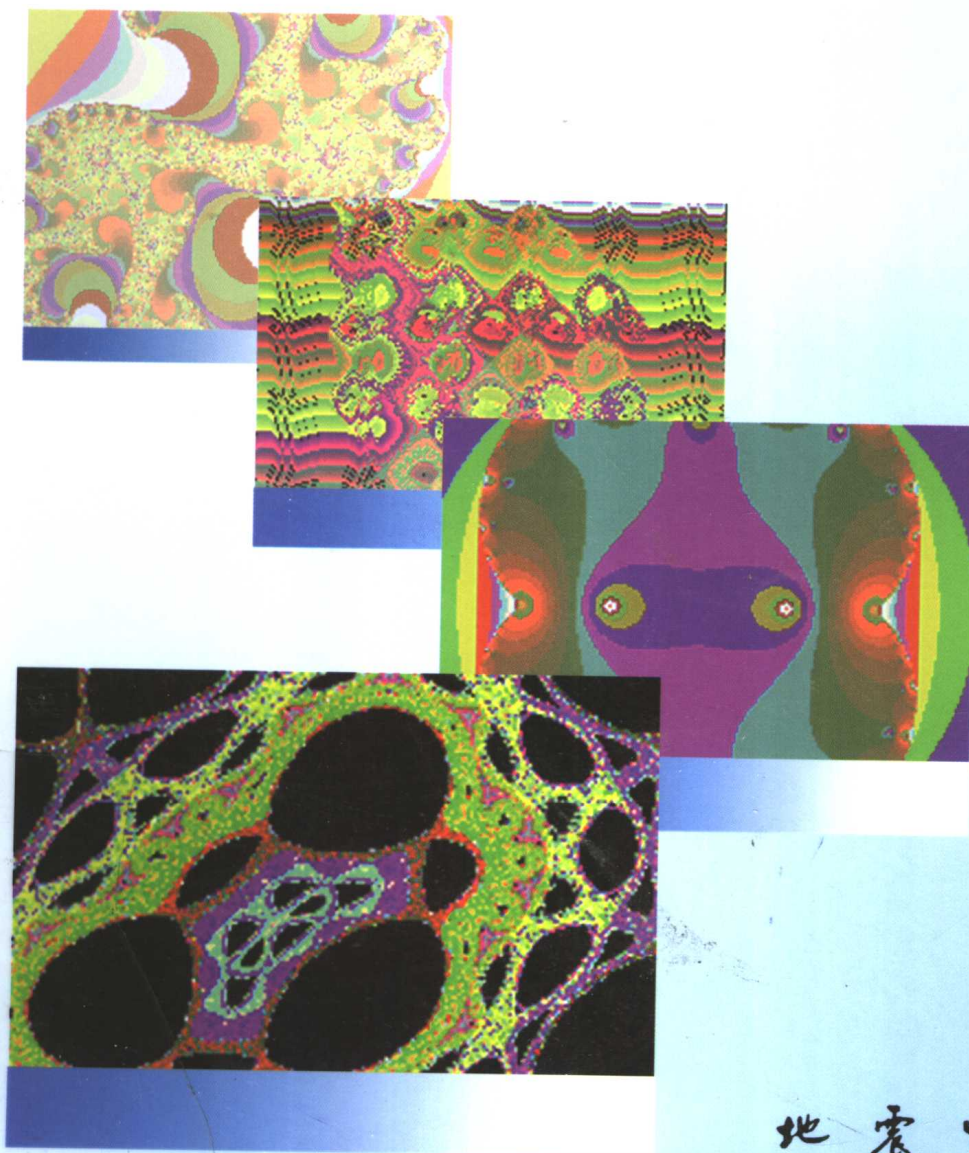


# 地震分形

DIZHEN FENXING

朱令人 陈 颢 等著



地震出版社

地震科学联合基金资助

# 地震分形

朱令人 陈 颢 等著

地震出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

地震分形/朱令人等著. —北京: 地震出版社,

2000. 7

ISBN 7-5028-1740-9

I. 地… II. 朱… III. 地震-研究 IV. P315

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 34740 号

地震分形

朱令人 陈 颢 等著

责任编辑: 姚家榴

责任校对: 张晓梅

\*

地震出版社出版

北京民族学院南路 9 号

北京地大彩印厂印刷

新华书店北京发行所发行

全国各地新华书店经售

\*

787×1092 1/16 8 印张 205 千字

2000 年 7 月第一版 2000 年 7 月第一次印刷

印数 001—800

ISBN 7-5028-1740-9/P · 1041

(2238) 定价: 18.00 元



# 序

非线性科学是为解决自然界广泛存在的复杂性而发展起来的。随着地震预报研究的深入,地震活动的复杂性成为不可逾越的难题。很自然,一些地震学家的目光转向了正在发展的非线性科学。应用非线性科学的概念、理论研究地震预报问题是一种创造性思维和研究方法。

非线性科学应用于地震科学的研究工作可分为三个方向:一是地震发生非线性动力学过程和地震失稳条件的模拟(正演);二是应用非线性科学方法由实测地震数据反演地震孕育和演化过程(反演);三是非线性动力学模型的基础算法研究。另外,科学的检验与评价贯穿于上述三个方面的研究之中。这些研究取得了很大的进展。

中国把非线性科学思想应用于地震研究可追溯到1982~1983年。一些高等院校的物理学家把“耗散结构”、“协同学”等理论介绍给地震学界,引起了广泛重视,实际上此前不少地震学者的研究中已反映出非线性思想,如调制就是非平衡非线性巨涨落现象的反映。

1986~1990年即“七五”期间,中国地震界在这方面的研究迅猛发展,地震科学联合基金会支持20多个项目。地震学家们提交了一批成果,发表涉及地震学、地震地质、地震前兆、地震孕育模型等诸多方面的近百篇论文。这些成果大大加深了人们对地震及其复杂性的认识,在一定程度上影响了地震预报的科学思路 and 途径,表明非线性科学在地震科学中的应用研究在中国已经走过了发展的初期阶段,踏上了科学务实的道路。

应该承认,这方面的研究发展极不平衡,深入扎实的研究还不够,内容也较分散。鉴于此,中国地震科学联合基金会在1991~1995年即“八五”期间,把非线性科学的应用研究集中于几个方面,结合地震科学的任务和特点,在观测数据现象反演、物理数值模拟、基础算法等方面展开研究。本书的主要部分是“八五”基金课题一部分研究成果的总结。这些由不同作者得到的成果有的以论文形式发表,有的则属首次发表,我们尽量保持原意。

本书第一章、第二章、第五章主要根据朱令人、周仕勇负责两项课题报告而编,第三章主要根据刘长海负责的课题报告而编,第四章是陈颀院士及其学生李

娟撰写的，其余部分由我负责撰写，帮助我工作的有周仕勇博士、龙海英硕士、朱燕助理研究员。

由于整日忙于杂务，本书的出版计划一拖再拖，现在终于交稿了，但愿这些成果对地震事业有所裨益，对地震同行有所帮助。

朱令人于乌鲁木齐

1999.11.15

# 目 录

|                                               |         |
|-----------------------------------------------|---------|
| 第一章 绪言：地震及前兆的复杂性与分形 .....                     | ( 1 )   |
| 第二章 地震活动的自相似分形 .....                          | ( 8 )   |
| 2.1 分形计算方法的理论分析 .....                         | ( 8 )   |
| 2.2 简单分形理论模型数值模拟与自相似特征尺度研究 .....              | ( 16 )  |
| 2.3 无标度区确定的研究 .....                           | ( 20 )  |
| 2.4 地震及前兆观测分形结构及强震前的异常 .....                  | ( 22 )  |
| 第三章 地震活动的自仿射分形 .....                          | ( 40 )  |
| 3.1 计算方法的研究 .....                             | ( 40 )  |
| 3.2 地震活动及其相关地球物理现象的自仿射结构和异常特征 .....           | ( 43 )  |
| 第四章 分形在地震学中应用的几个问题 .....                      | ( 53 )  |
| 4.1 统计性——统计分形 .....                           | ( 54 )  |
| 4.2 幂率性——地震频度-震级关系 .....                      | ( 60 )  |
| 4.3 层次性——地球介质的层次结构 .....                      | ( 65 )  |
| 4.4 物理性——数学分形和物理分形 .....                      | ( 69 )  |
| 4.5 可变性——分维随时间、空间的变化 .....                    | ( 72 )  |
| 4.6 应用举例 .....                                | ( 75 )  |
| 第五章 地震分形计算方法检验数据库 .....                       | ( 83 )  |
| 5.1 检验数据库建设 .....                             | ( 83 )  |
| 5.2 地震分形计算方法检验数据库的应用研究——地震多重分形计算精度分析<br>..... | ( 96 )  |
| 参考文献 .....                                    | ( 119 ) |

# 第一章 绪言：地震及前兆的复杂性与分形

自然界有许多不规则、无条理的复杂现象和复杂过程，其复杂性几乎是越详细调查就越复杂，使人难以理解。非线性科学就是作为解决广泛存在的这种杂乱、不稳定、冲突、矛盾、不规则、突变、耗散、不可微……现象和过程而兴起的。

地震活动及其相关地球物理现象的复杂性已经成为地震预报中提取可重复的特征量和特征现象(即前兆)不可逾越的难题。很自然，一些地震学家的目光转向了正在迅速发展的非线性科学的概念、理论，力图引入非线性科学的方法以解决面临的困难。然而，摆在他们面前的不是简单的移植，而是一种创造性的思维和研究，因为地震活动及相关地球物理现象有着自身的特点：有限、离散、点集，高度的非线性、不可逆性，难于列出动力学方程组……。

作为应用基础研究，我们在论述地震活动及相关地球物理现象复杂性基础上，用分形的概念、方法对之进行分析和描述，包括地震分形方法的研究、地震过程和演化复杂性的研究、强震前复杂现象特征的研究。此外还包括地震分形方法检验数据库的建设及应用研究。

人们讨论地震活动及其相关地球物理现象时是与强震孕育、发生的演化和预测相联系的。一般地说，“地震前兆”就是讨论的对象。

迄今为止，人们把地震前兆定义为与强震孕育、发生有(物理或相关)联系的某种物理-化学量的某种定式的异常或变化(国外常称为“模式”)。在震例总结和(实验)理论研究基础上，提出了各种地震孕育和前兆的模式，最为著名的有雪崩-不稳定裂隙形成模式(IPE)(图 1.1)、“膨胀-扩散”模式(DD)(图 1.2)等。这些模式规定了某一类观测在孕震各阶段表现出一定形态的异常变化。

但是观测事实和实验研究对此提出了挑战。

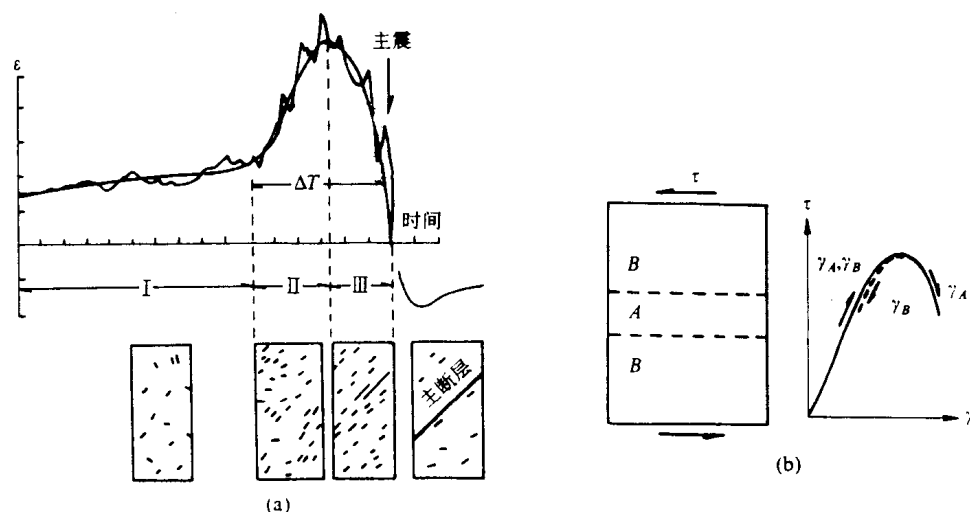


图 1.1 IPE 模式

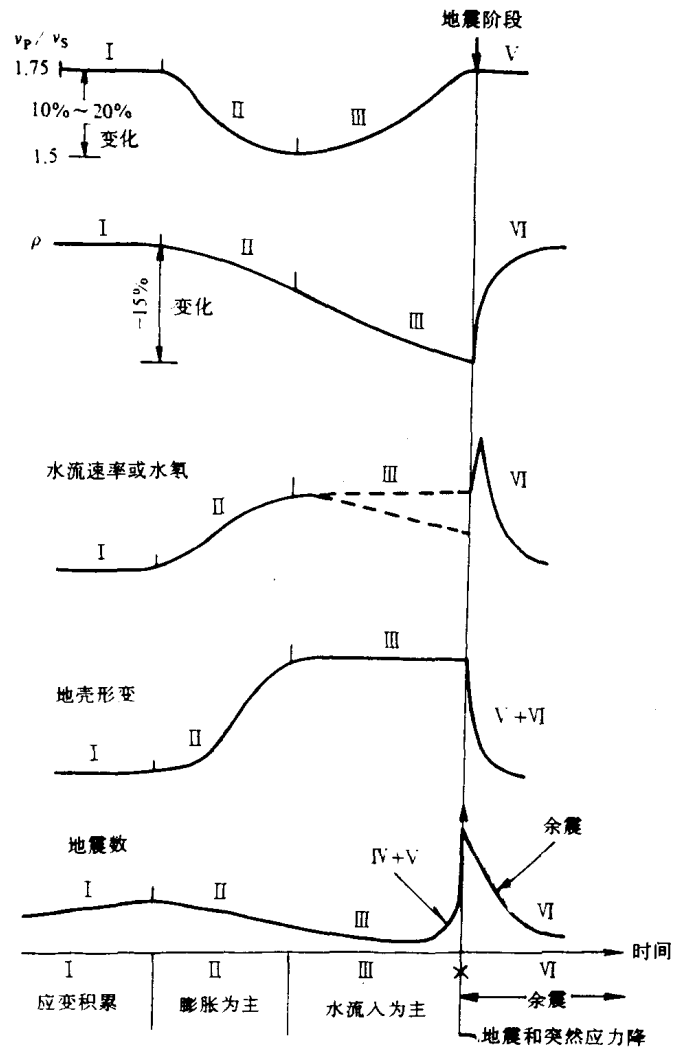


图 1.2 DD 模式

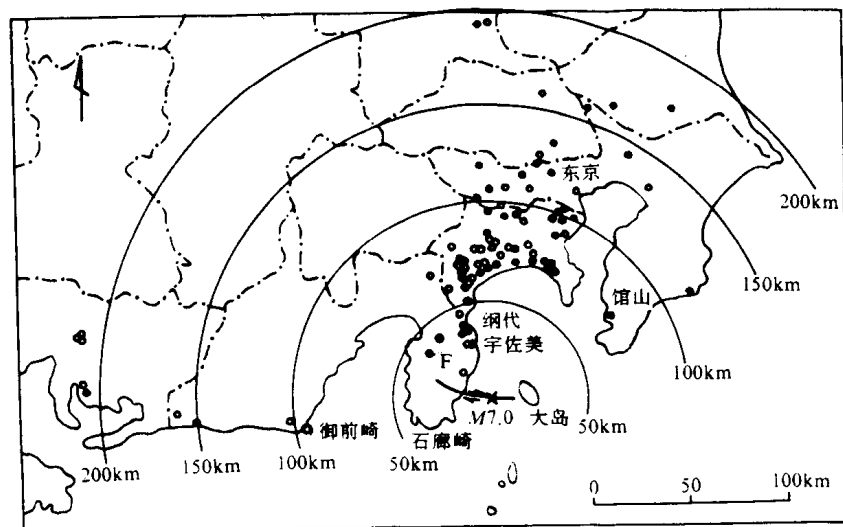
### 1. 一次地震前同一物理量在不同观测点的变化差异极大

图 1.3 是 1978 年 1 月 14 日日本伊豆大岛 7.0 级地震之前地下水位变化。(a) 为井孔平面分布图, 实心圆代表有异常的井孔。(b) 各井孔地下水位异常图, 箭头为观测者向当局报告异常的时间。由图可见, 临近地震时, 井水位有的上升, 有的下降, 呈现一幅十分复杂的图像。

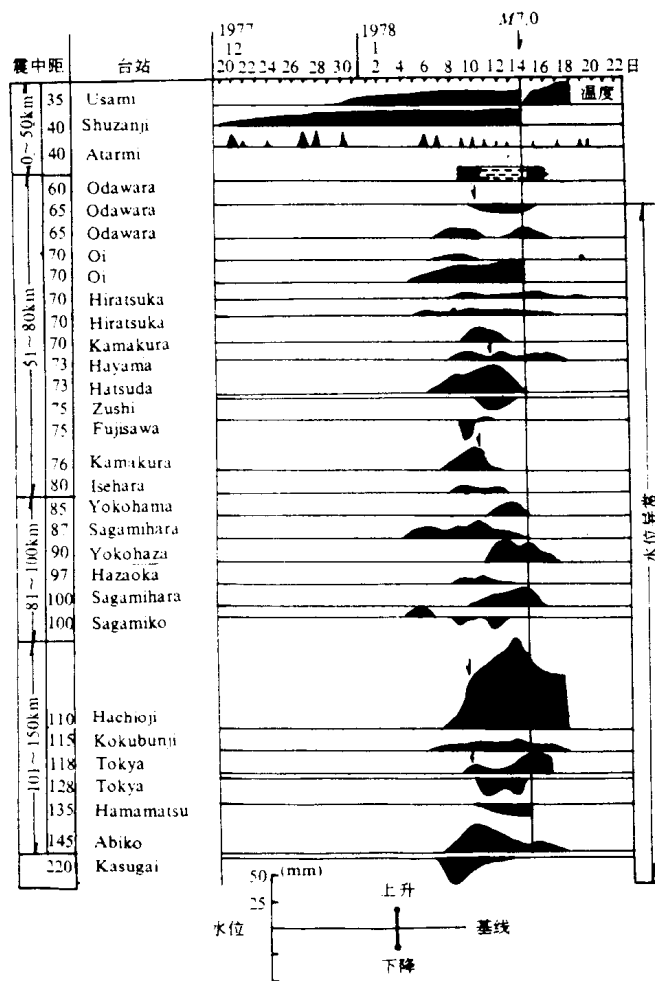
图 1.4 是 1979 年美国墨西哥边境帝王谷 6.6 级地震的形变前兆。(a) 为震中及三边测量组成的形变测量台网。(b) 为 5 个台站测得的面积应变  $\Delta$  随时间的变化。由图可见, 震前各台所记录的形变差异很大, 有的膨胀, 有的收缩, 十分复杂。

对 1976 年 7 月 28 日唐山 7.8 级大震, 张肇诚等(1990)认为: “前兆在种类、时空展布、形态、幅度诸方面表现出极大的复杂性, 尤以短临阶段最为突出。”

对于一次地震前同一物理量在不同测点的变化存在很大差异的现象, 人们经常用距离震中远近不同, 受力的条件和部位不同, 构造条件不同, 水文地质条件不同……给予解释和探



(a)



(b)

图 1.3 日本伊豆大岛 7.0 级地震之前地下水位变化

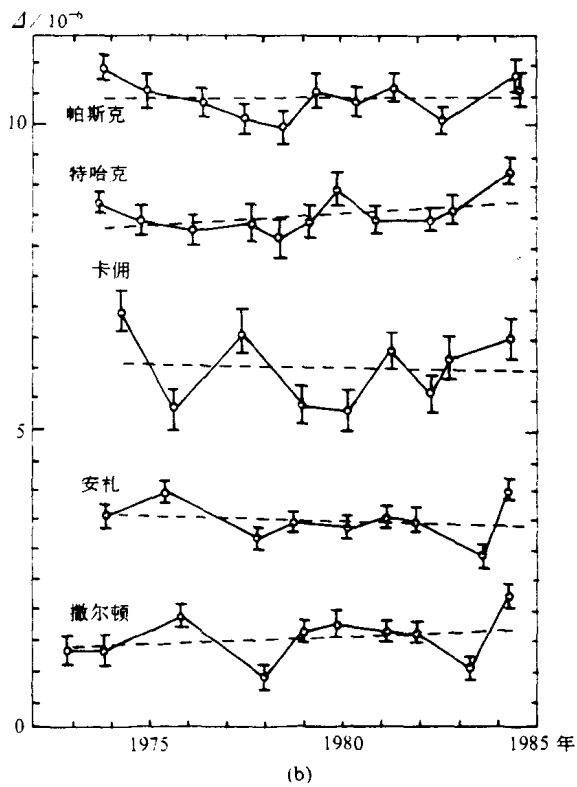
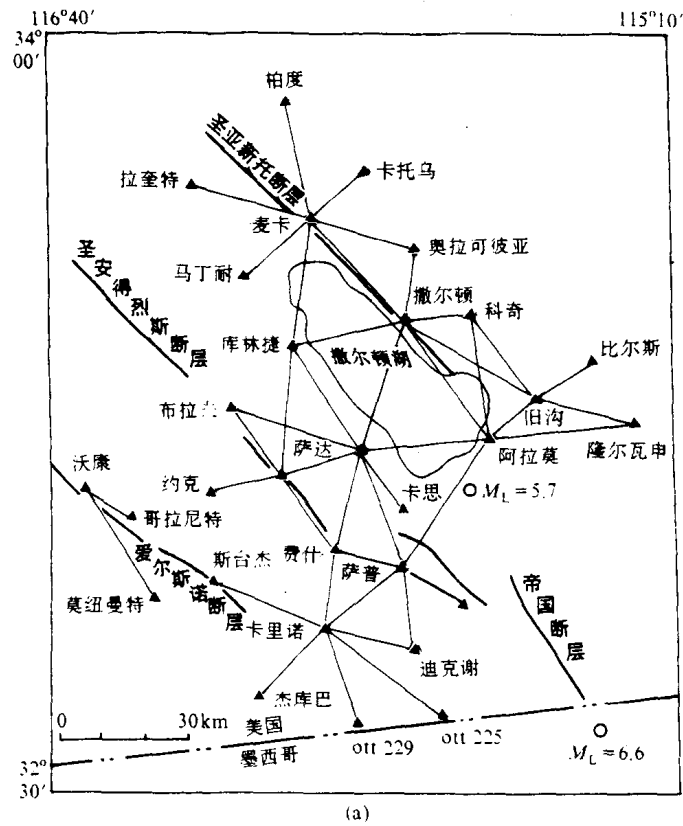


图 1.4 1979 年美国 and 墨西哥边境帝王谷 6.6 级地震的形变前兆

索。尽管解释工作困难而纷繁，并且很有益，但问题并没有圆满解决。

## 2. 原地重复发生地震的“前兆”差异也极大

1978年5月19日海城6.0级地震是1975年2月4日7.3级地震的晚期强余震。刘宝恒等(1990)指出：“其小震活动的趋势异常、金县短水准长趋势变化及盘山水氡、深井水位的异常同7.3级地震前相仿佛，短临阶段也出现井水上升、发浑冒泡，水温变化，人感地动、地光、火球、动物习性异常等宏观异常，与7.3级地震前相似。但是两者有明显不同，没有出现明显前震异常或前兆震群，前兆异常幅度小，数量少，种类配套差，分布范围有限，时间短，阶段性不明显，特别是临震前宏观异常很少。”

1989年10月18日和1991年3月26日山西大同阳高发生6.1级和5.8级中强震。这两次地震同出一源，属同一震群。王川华等(1993)总结形变异常指出：“地震发生前无论是源兆还是场兆其表现形式是复杂多样的。同一震源发生的地震其前兆异常在空间分布上总有差异，且同一台站对同源地震不一定均有反映(如阳原台)，即使都有异常，其形态也不尽相同(如赤城台)。”

最有说服力的是江苏溧阳两次地震：1974年4月22日5.5级和1979年7月9日6.0级地震。两者震级相当，但前兆差异极大，贺楚儒等(1990)指出：“1979年7月9日6.0级地震是在1974年溧阳5.5级地震的原地重复。这两次地震的震源机制解大体一致，时间间隔仅5年。前次地震时在震中区观测到了一定数量的水化和水位(宏观)异常，震后这些点一直未停止观测。但这次地震前上述观测点都未出现异常。表明在同一地区重复发生地震却不一定能观测到具有重复性的异常。”

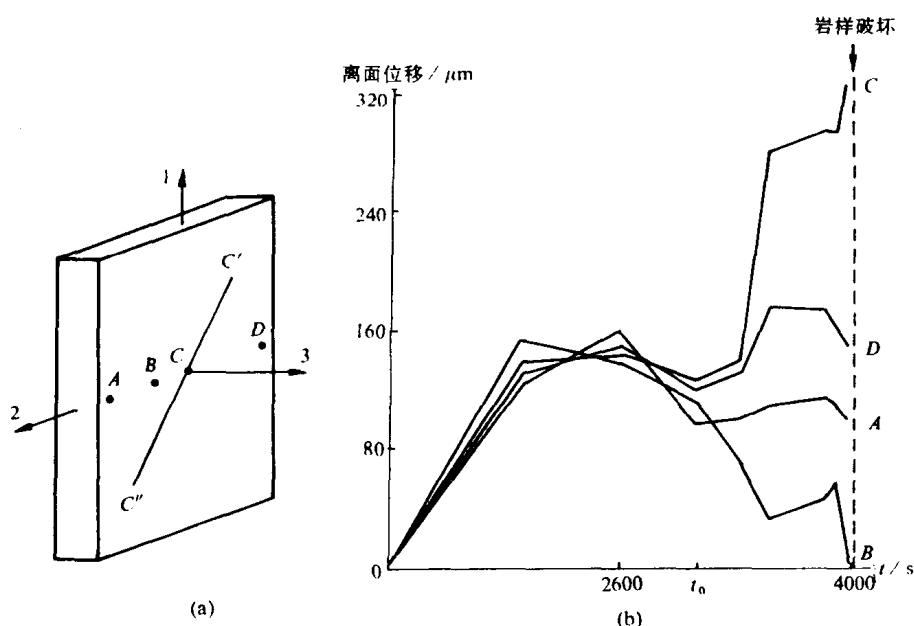


图 1.5 (a) 用激光全息方法观测岩石变形时的离面位移  
(b) A、B、C、D 四个点离面位移

### 3. 岩石破裂实验研究的事实

图 1.5 为大理岩单轴压缩实验, (a) 用激光全息方法观测岩石变形的离面位移,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  为岩样表面的四个点,  $C'C''$  为最终断裂面; (b) 表示  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四个点离面位移随时间  $t$  的变化。分析此图, 可以看到在低应力阶段, 各点的变化是同步的, 但当临近破坏时, 各点的变化表现出极大的差异, 有的变形加速, 有的减速, 有的则不变。这个结果具有普遍意义, 不仅岩石形变的结果是这样, 而且对于弹性波速度, 岩石衰减系数等实验, 也有类似的结果(陆阳泉, 1998)。

图 1.6 是大理岩变形实验的一组激光干涉照片, 按应力增加的次序排序, 图中干涉条纹代表离面位移的等值线, 犹如地形图上的等高线。由图可以看出, 在变形早期阶段, 干涉条纹很少, 整个样品均匀变形, 随着应力的增加, 变形集中于一个局部地区的过程启动, 不但

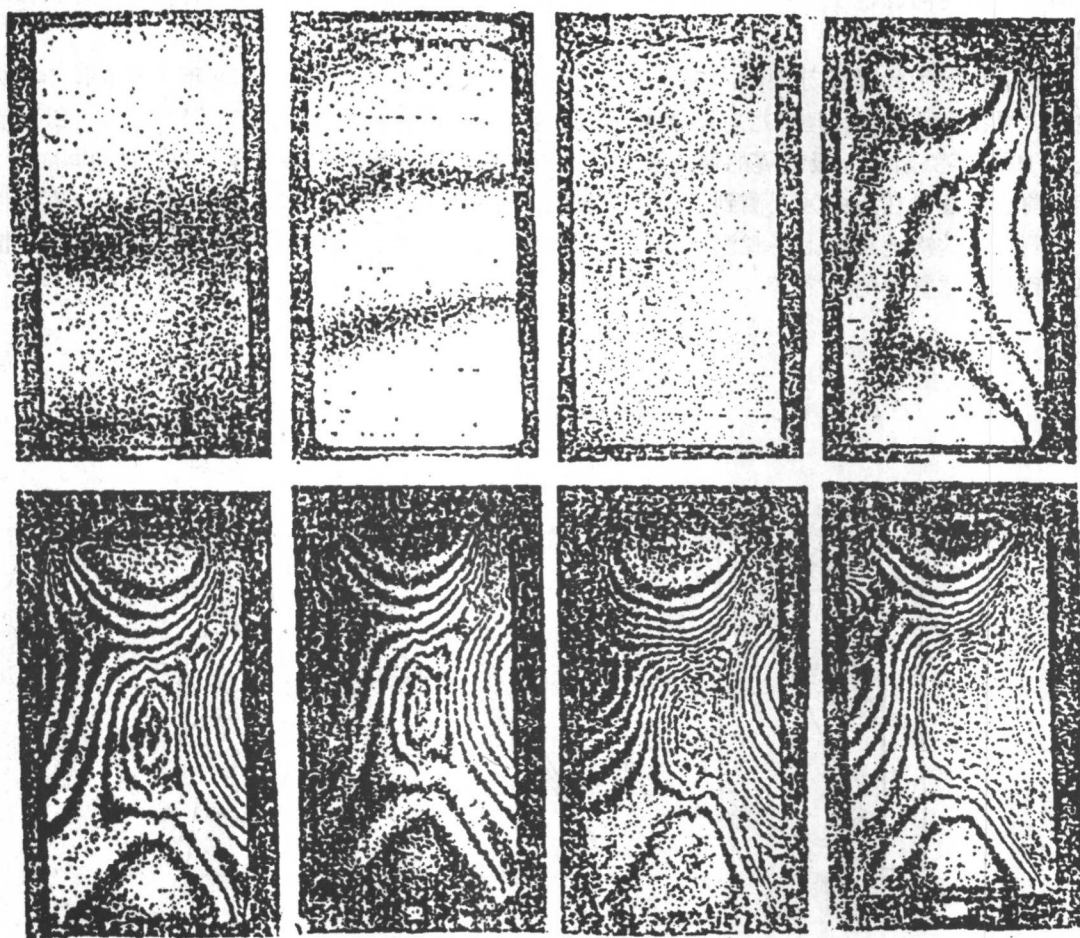


图 1.6 大理岩样品变形过程的激光全息照片

干涉条纹增多而且条纹形状变化,岩石面上的变形图像变得愈来愈复杂。陈颢(1989)形象地借用京剧中的“白脸”(简单图像)→“花脸”(复杂图像)的过程来描述岩石变形过程中各种物理性质空间分布的变化。

必须指出的是,不同岩样的破坏实验,不管如何精心安排,破坏前的变形图案都是不可重复的,但由简单到复杂,即由“白”变“花”是共同的。

#### 4. 地震孕育的非线性过程和复杂性前兆

大量震例表明,在地震孕育初期,地震应变能积累-释放曲线是线性的,而在孕震后期,则表现出偏离线性趋势的非线性变化。伴随这种非稳态非线性变化出现的是各种复杂的“前兆”。这些前兆形态各异,重复性差。

岩石破裂实验也表现出类似的特性。岩样多个观测点(小区)的声发射或变形观测表明,在早期低应力阶段,各测点的变化是同步的、线性的,当应力不断增加,应力-应变本构关系进入非线性阶段,尤其是临近大破裂时,各测点的变化出现很大的差异,或加速,或减速,或波动,表现出千姿百态的复杂形态,没有一致同步的变化规律可循。

地震的发生是一种失稳和自组织临界现象。这类现象只可能发生在非线性系统中,因之,有人称地震为“固体的湍流”。地震前兆的复杂性是地震孕育的非线性动力行为在时间和空间域上的表现。由于非线性行为对初条件的敏感性,致使不同的初条件(结构、介质、裂隙、环境、应力状态……)下,同一物理量的时空演化状态有很大的差异,“前兆”的不同步性、不重复性是必然的。

总之,在地震孕育的非线性过程——大破裂发生前,近震源区不同观测点的变化是不确定的,不重复的。看来,把某些物理-化学量的某种定式的异常或变化作为地震前兆是过于简单了,它不具备普遍意义。

让我们换一个角度来考察问题。如果我们不是从一个点(台)来考察,而是从整体图像上来看,可以发现声发射(小震活动)和形变场(某种物理量的空间分布)随着应力的增加(即地震的孕育)存在由简单变为复杂,由“白脸”变为“花脸”,由无序变为有序的过程则是确定的,可重复的。——要注意,这种重复不是微观细结构意义上的重复,而是宏观图像复杂性增加的重复——这种变化或异常是具有普遍意义的。我们称之为地震复杂性前兆。

显然,这种复杂性前兆不同于通常意义上的前兆——某种物理量某种定式的变化——它是以地震孕育的非线性过程为物理-力学背景的,是根植于地震活动及其相关地球物理现象复杂性的理解的土壤之上的。

探索、寻找描述、刻画地震复杂性前兆演化特征的方法和指标是地震预报研究的新方向、新课题。

## 第二章 地震活动的自相似分形

自相似分形理论作为一种描述复杂现象和复杂过程的有效手段已广泛地应用于地震及相关地球物理学之中,并取得了令人瞩目的成果。最早也是最普遍的应用是关于地震结构的容量维  $D_0$  的计算和分析(李海华,1987;朱传镇,1989;安镇文,1989;朱令人,1990;彭成斌等,1990;韩渭宾,1991),继之发展的是关于地震结构多重分形谱的研究(洪时中,1991;朱令人,1992,1993;汪秉宏,1992)。

随着研究的深入,人们发现由于地震时空结构具有有限、离散、点集的特点,因而与一般分形的计算相比有一系列特殊的问题。解决这些问题,对自相似分形理论正确应用于地震学及其他科学之中和正确认识客观自然有着重要的意义。这些问题主要有:分维计算的尺度效应、起点效应、边界效应;不同分维计算方法有不同的结果——分维值(或分形谱)对方法的依赖性,这使所得结果的客观性及可比性大大降低;地震观测资料的有限性和分形计算对样本容量要求之间的差距,以及分维计算值的精度和误差问题;自然分形的无标度区的确定;强震前地震及相关地球物理资料的分形异常特征及其物理意义等等。

拟通过理论分析、理论模型数值模拟和实际地震资料的计算来系统地解决上述问题。

### 2.1 分形计算方法的理论分析

分形可分两大类。一是几何自相似或均匀分形,二是统计自相似或非均匀分形——又称多重分形、复分形。自然界中的分形体一般不是几何自相似而是统计自相似的。地震分形就是如此。

均匀分形通常用简单分维  $D$ (容量维)就可以充分描述其特性。对非均匀分形来说则需要用分形谱  $D_q$ - $q$  或  $f(\alpha)$ - $\alpha$  来描述。

#### 1. Renyi 多重分维 $D_q$ 或标度指数谱 $f(\alpha)$

##### (1) 广义信息维 $D_q$ - $q$

对  $m$  维相空间分形集  $A$  划分成尺度为  $\epsilon$  的一个一个的  $m$  维方盒,其容量维  $D_0$  定义为

$$D_0 = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\lg N(\epsilon)}{\lg \epsilon} \quad (2.1)$$

式中  $N(\epsilon)$  为至少含有一个点的盒子数。

$D_0$  不能反映各元胞盒中点数多少(即概率大小)的差异性,因而不能很好地描述分形集这种非均匀的奇异性,为此,有信息维  $D_1$

$$D_1 = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{I_1(\epsilon)}{\lg \epsilon} = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} P_i(\epsilon) \lg P_i(\epsilon)}{\lg \epsilon} \quad (2.2)$$

式中  $P_i(\epsilon)$  为分形集访问  $i$  元胞盒的访问概率。

显然, 如果

$$P_1(\epsilon) = P_2(\epsilon) = \dots = P_i(\epsilon)$$

则

$$D_1 = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\lg N(\epsilon)}{\lg \epsilon} = D_0 \quad (2.3)$$

将(2.2)式中一阶熵(Shannon)

$$I_1(\epsilon) = - \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} P_i(\epsilon) \lg P_i(\epsilon) \quad (2.4)$$

进一步推广到任意  $q$  阶 Renyi 熵

$$I(q) = \frac{1}{1-q} \lg \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} P_i^q(\epsilon) \quad (2.5)$$

则可以定义  $q$  阶信息维

$$D_q = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{I_q(\epsilon)}{\lg \epsilon} = \frac{1}{q-1} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\lg \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} P_i^q(\epsilon)}{\lg \epsilon} \quad q \neq 1$$

$$D_q = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} P_i(\epsilon) \lg P_i(\epsilon)}{\lg \epsilon} \quad q = 1 \quad (2.6)$$

这就是由容量维推广导出的 Renyi 多重分维的一般式。可见  $D_0, D_1$  是  $D_q$  在  $q=0, 1$  时的特例。

可以证明,  $D_q$  是  $q$  的递减函数, 但  $D_q$  在  $q \rightarrow \pm \infty$  时仍然是有限值, 即多重分维数  $D_q$  对于  $q$  的谱是有界的。一般地说

$$m(\text{相空间维数}) \geq D_{-\infty} \geq \dots \geq D_{-1} \geq D_0 \geq D_1 \geq D_2 \geq \dots \geq D_{\infty} \geq d(\text{相空间拓扑维})。$$

(2) 分形的奇异性谱  $f(\alpha)-\alpha$

若分形集  $A$  在尺度为  $\epsilon$  的元胞方盒中存在的概率是

$$P \propto \epsilon^\alpha$$

则称  $A$  在此小盒中的子集合具有以  $\alpha$  为标志的奇异性。 $\alpha$  称为奇异性强度。那么多重分维

(2.6)式中的求  $\sum P_i^q(\epsilon)$  可变为求

$$\sum_{\alpha} N_{\alpha}(\epsilon) \cdot (\epsilon^\alpha)^q \quad (2.7)$$

式中  $N_{\alpha}(\epsilon)$  为分形集  $A$  的奇异性强度为  $\alpha$  的子集所占据均匀分割相空间的元胞方盒  $\epsilon^m$  的数目。

如果  $\alpha$  是连续变化的, 则  $A$  对  $\alpha$  的分布密度为  $P(\alpha)$ , 则有

$$\sum_{\alpha} \rightarrow \int d\alpha P(\alpha) = 1 \quad (2.8)$$

设奇异性强度为  $\alpha$  的子集的分形维数是  $f(\alpha)$ , 则

$$N_{\alpha} \propto \epsilon^{-f(\alpha)} \quad (2.9)$$

于是有

$$\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} P_i^q(\epsilon) = \int d\alpha P(\alpha) \cdot \epsilon^{q\alpha - f(\alpha)} \quad (2.10)$$

$f(\alpha)$ 称为分形集  $A$  的奇异性谱。

当  $\epsilon \rightarrow 0$  时, 求  $q\alpha - f(\alpha)$  极小时的  $\alpha$ , 其解为

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\alpha}(q\alpha - f(\alpha)) &= 0 \\ \frac{d^2}{d\alpha^2}(q\alpha - f(\alpha)) &> 0\end{aligned}\quad (2.11)$$

即

$$\begin{aligned}q &= \frac{df(\alpha)}{d\alpha} \\ \frac{d^2 f(\alpha)}{d\alpha^2} &< 0\end{aligned}\quad (2.12)$$

可得

$$D_q = \frac{1}{q-1} [q\alpha(q) - f(\alpha(q))] \quad (2.13)$$

这就是说, 若知道  $f(\alpha)-\alpha$  就可以由 (2.12) 式求出  $q$ , 从而由 (2.13) 式求得  $q$  阶信息维  $D_q$ 。反之, 知道了  $D_q-q$  也可求得  $f(\alpha)-\alpha$ 。

引进

$$\tau(q) = (q-1)D_q = q\alpha(q) - f(\alpha(q)) \quad (2.14)$$

有

$$\begin{aligned}\frac{d\tau(q)}{dq} &= \alpha(q) + \left( q - \frac{df(\alpha)}{d\alpha} \right) \frac{d\alpha}{dq} = \alpha(q) \\ f(\alpha(q)) &= q\alpha(q) - \tau(q) = q\alpha - (q-1)D_q\end{aligned}\quad (2.15)$$

这就是勒让德(Legendre)变换。

由此可见,  $D_q-q$  与  $f(\alpha)-\alpha$  是描述多重分形两套等价的语言。

## 2. 多重分形的计算方法

计算多重分形的方法有很多, 但主要有数盒子法即标度变换法(直接算法)、固定半径法、推广 G-P 法、固定质量法以及最小生成树法等。下面我们分别分析这几种算法及其优缺点。

### (1) 数盒子法(box-counting method)

数盒子法是直接以  $D_q$  的定义式 (2.3) 为基础, 用尺度  $\epsilon$  的  $m$  维元胞盒对分形集进行划分, 所得非空盒子数为  $N(\epsilon)$ , 每个非空盒子的概率为  $P_i(\epsilon)$ , 由  $P_i(\epsilon)$  和  $\epsilon$  及给定的参数  $q$ , 可以计算出 Renyi 信息量  $I_q(\epsilon)$ 。改变  $\epsilon$  的大小, 计算一系列  $I_q(\epsilon)$ , 在  $\lg \epsilon^{-1}-I_q(\epsilon)$  曲线图上, 找出无标度区, 求出斜率即为  $D_q$ 。

$P_i(\epsilon)$  的计算是关键, 一般用频率来近似

$$P_i(\epsilon) = \frac{n_i}{\sum n_i} \quad (2.16)$$

其中  $n_i$  为第  $i$  号盒子的点数,  $\sum n_i$  为点子总数。必须指出, 盒子的划分对同一尺度来说, 盒子间不重叠, 而且要覆盖整个分形集。

当把地震集合作为点事件集时可直接使用此式。

克哈伯诺(A. Chabra)等提出直接计算  $f(\alpha)$  的方法,其基本思想是用尺度  $\epsilon$  的盒子去覆盖被研究的多重分形集,点子落入第  $i$  个盒子的概率为  $P_i(\epsilon)$ ,构造一个概率测度族  $\mu_i(q, \epsilon)$

$$\mu_i(q, \epsilon) = \frac{[P_i(\epsilon)]^q}{\sum (P_i(\epsilon))^q} \quad (2.17)$$

该测度支集的豪斯道夫维数为

$$f(q) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \sum \mu_i(q, \epsilon) \lg[\mu_i(q, \epsilon)] / \lg \epsilon \quad (2.18)$$

由标度关系

$$\alpha_i = \lg P_i(q, \epsilon) / \lg \epsilon \quad (2.19)$$

可求得  $\alpha_i$  的“平均值”

$$\alpha(q) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \sum \mu_i(q, \epsilon) \lg[P_i(\epsilon)] / \lg \epsilon \quad (2.20)$$

对每一个给定  $q$  值都可算出相应的  $f(\alpha)$  和  $\alpha$ , 得  $f(\alpha)$ - $\alpha$  曲线。

这一方法与数盒子法本质是一致的、等价的。

我们再进一步分析一下实际应用数盒子法计算地震分形存在的一些问题。

首先, 概率  $P_i(\epsilon)$  是用点事件(如地震)的频率来近似代替的。当  $\epsilon$  较小时, 就必须有足够样本量, 才能得到较准确的  $P_i(\epsilon)$ 。所以数盒子法对样本容量要求较高, 一般难以满足。当数据点较少时, 精度就很低, 特别是  $|q|$  比较大时, 误差就更大。

其次, 数盒子法对尺度  $\epsilon$  选择有很强要求, 否则就会出现不合理的情况。

(a) 当  $\epsilon^{-1}$  依次取 1, 2, 3, 4, 5... 时, 在  $I_q$ - $\lg \epsilon^{-1}$  图(图 2.1)上就会出现“平台”、“阶梯”甚至“掉点”、“锯齿”现象。由此, 用最小二乘法回归直线求  $D_q$  就不合适了。

(b) 当  $\epsilon^{-1}$  取值依次为  $K^n$  时,  $I_q$ - $\lg \epsilon^{-1}$  图不出现“平台”、“阶梯”、“掉点”、“锯齿”现象, 但理论上说  $K$  可以取多种数值, 所以采样点可以有无数个, 因而实际操作时有人为性。

第三, 当  $q > 0$  时,  $D_q$  主要反映密集区的性质。当  $q < 0$  时,  $D_q$  主要反映稀疏区的性质。如前所述  $P_i(\epsilon)$  是用频率代替概率, 稀疏区的误差很大, 所以数盒子法对  $q < 0$  区计算多重分形维数是不适宜的。

综上所述, 数盒子法缺点甚多, 我们认为不宜推广。

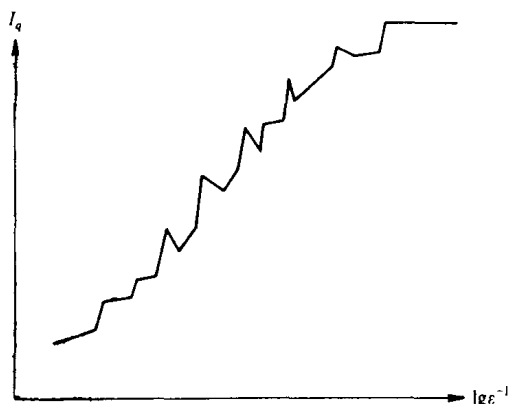


图 2.1 数盒子法  $I_q$ - $\lg \epsilon^{-1}$  示意图

## (2) 固定半径法(fixed-radius method)

公式(2.10)中非空盒概率求和  $\sum P_i^q(\epsilon)$  可以用分形集中基准点  $X_i$  为中心、 $\epsilon$  为半径的  $m$  维球出现其他点的概率  $\tilde{P}_j(\epsilon)$  表示为

$$\sum_{i=1}^{N(\epsilon)} P_i^q(\epsilon) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [\tilde{P}_j(\epsilon)]^{q-1} \quad (2.21)$$

求和概率的指数从  $q$  变为  $q-1$  是因为从均匀分布于相空间中的元胞方盒转变为非均匀分布的以基准点为中心的球。 $N$  是球的总数, 这  $N$  个基准点应当按自然概率测度在相空间中随机选取, 即按分形集点据本身的概率分布来选取。