

DIANDONGLIXUE
JIANMING JIAOCHENG

电动力学简明教程

仁毅志 编著

$$W = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} c^2$$

南开大学出版社

电动力学简明教程

仁毅志 编著

南开大学出版社

天 津

图书在版编目(CIP)数据

电动力学简明教程 / 仁毅志编著. —天津: 南开大学出版社, 2003. 11

ISBN 7-310-01973-3

I. 电... II. 仁... III. 电动力学—高等学校—教材 IV. 0442

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 067678 号

出版发行 南开大学出版社

地址: 天津市南开区卫津路 94 号 邮编: 300071

营销部电话: (022)23508339 23500755

营销部传真: (022)23508542

邮购部电话: (022)23502200

出版人 肖占鹏

承印 南开大学印刷厂印刷

经销 全国各地新华书店

版次 2003 年 11 月第 1 版

印次 2003 年 11 月第 1 次印刷

开本 880mm×1230mm 1/32

印张 8.5

字数 244 千字

印数 1—2000

定价 16.00 元

内 容 简 介

本教程包括电磁现象的普遍规律，静电场及稳恒电流的磁场，电磁波的传播，电磁波的辐射，狭义相对论等五章。讲授大约需要 56~72 学时。全书简练、易学，也有一些实例和前沿科技的介绍，使读者不会因大量的演算而感到枯燥。

此教材适用于综合大学的理科、工科院校、师范院校的物理专业以及其他相关专业。

前 言

电动力学这门课，被称为“四大力学”之一，是物理学中一门重要基础理论课。一般认为，“四大力学”是进入物理学殿堂的敲门砖。过去的教学中对“四大力学”很偏重，课时多，教材厚，习题多，消耗了学生很大的精力，对学生的压力也颇大；当然也取得了很大的成功，学生在分析问题的能力和知识面上都有长足进步，使物理专业的毕业生在工作中占有较大的优势。但随着科学技术的发展，需要学习更多的新知识，因此相继对基础课程作出一些调整，首先是削减了基础理论课的课时。

如何在有限的时间内教会学生最有用的东西，一直是任课教师思考的问题。本着这种想法，我们出版了《电动力学简明教程》，意在收集主要的基本内容，以浅显的方式编写，并根据课时，将非主要的内容删去。该教材以作者多年在南开大学物理学院讲授电动力学课程讲义为基础，参考了郭硕鸿先生的《电动力学》、蔡圣善先生的《经典电动力学》以及梁绍荣、吴寿鏗等人的相关教材。在此感谢南开大学物理学院区镜添教授，是他细致审阅了本教材的手稿，提出很多有益的意见。感谢莫珍基女士为手稿的打印工作而付出的努力。也感谢南开大学出版社的工作人员为本书出版而付出的辛苦。由于作者水平有限，缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正。

作者

2003年5月

目 录

第 1 章 电磁现象的普遍规律	1
§1.1 麦克斯韦方程组.....	2
1.1.1 真空中的麦克斯韦方程组.....	2
1.1.2 介质中的麦克斯韦方程组.....	6
§1.2 由毕奥-萨伐尔定律证明磁场的散度和旋度公式.....	9
1.2.1 毕奥-萨伐尔定律.....	9
1.2.2 稳恒磁场的散度和旋度.....	11
1.2.3 用毕奥-萨伐尔定律证明磁场的散度和旋度公式.....	11
§1.3 电磁场的边界条件.....	12
1.3.1 法向分量的跃变.....	13
1.3.2 切向分量的跃变.....	14
1.3.3 常用边值关系.....	15
§1.4 电磁场的能量和能流.....	16
1.4.1 场和电荷系统能量守恒定律的一般形式.....	17
1.4.2 电磁场能量密度和能流密度矢量的表示式.....	18
1.4.3 电磁场能量的传输.....	19
习题.....	21
第 2 章 静电场和稳恒电磁场	24
§2.1 静电场和静电势.....	24
2.1.1 普通物理已学过的内容.....	24
2.1.2 静电场的基本方程.....	26
2.1.3 静电场的标势.....	26
2.1.4 标势的微分方程和边值关系.....	27

2.1.5	静电场的能量	28
§2.2	惟一性定理	30
2.2.1	没有导体时的惟一性定理	30
2.2.2	有导体存在时的惟一性定理	32
§2.3	几种常规解法	36
2.3.1	拉普拉斯方程的分离变量法	37
2.3.2	特解法	41
2.3.3	电像法	44
§2.4	格林(Green)函数法	52
2.4.1	静电边值问题的分类	52
2.4.2	格林公式	53
2.4.3	第一类边值问题的格林函数法	53
2.4.4	第二类边值问题的格林函数法	55
§2.5	稳恒电流磁场 矢势	59
2.5.1	磁场的矢势	60
2.5.2	矢势的微分方程及边值关系	61
2.5.3	求解矢势 A	63
2.5.4	用矢势表示的磁场能量	68
§2.6	磁标势	69
2.6.1	磁标势 ϕ_m 的引入条件	69
2.6.2	磁标势的方程和边值关系	70
§2.7	多极展开法	75
2.7.1	电多极矩, 多极势	76
2.7.2	磁多极矩	83
§2.8	超导电性	86
2.8.1	超导体的基本性质	86
2.8.2	超导电动力学	92
	习题	96
第 3 章	电磁波的传播	101
§3.1	平面电磁波	101

	3.1.1	波方程	101
	3.1.2	平面电磁波	104
	3.1.3	平面波的能量和能流	108
§3.2		电磁波在介质界面上的反射和折射	111
	3.2.1	反射和折射定律	112
	3.2.2	菲涅耳(Fresnel)公式 振幅关系	113
	3.2.3	全内反射	118
§3.3		导电介质中的电磁波	122
	3.3.1	导体内电磁波的波方程	122
	3.3.2	趋肤效应和穿透深度	128
	3.3.3	导体中的磁场	129
	3.3.4	导体表面上的反射系数	130
§3.4		电离层等离子体对电磁波传播的影响	132
	3.4.1	等离子体简介	132
	3.4.2	电离层等离子体的电磁性质	133
§3.5		谐振腔和波导管	138
	3.5.1	谐振腔	139
	3.5.2	波导管	144
	3.5.3	相速度与群速度	151
		习题	153
第 4 章		电磁波的辐射	155
§4.1		电磁场的矢势和标势	155
	4.1.1	用势描述电磁场	155
	4.1.2	规范变换和规范不变性	156
	4.1.3	A 和 ϕ 满足的方程	157
§4.2		推迟势	158
§4.3		谐振荡电流的辐射	161
	4.3.1	定态辐射	161
	4.3.2	矢势的展开	162
	4.3.3	电偶极辐射	164

	4.3.4	短天线辐射	168
§4.4		磁偶极辐射和电四极辐射	170
	4.4.1	小区域电流系统多极势的高次项	170
	4.4.2	磁偶极辐射	171
	4.4.3	电四极辐射	174
§4.5		天线辐射	176
	4.5.1	半波天线	176
	4.5.2	天线阵	179
§4.6		电磁场动量	183
	4.6.1	电磁场动量守恒定律	183
	4.6.2	电磁场动量和动量流密度	185
	4.6.3	辐射压力	187
		习题	189
第 5 章		狭义相对论	192
§5.1		相对论时空	195
	5.1.1	洛伦兹变换	195
	5.1.2	相对论时空结构	198
	5.1.3	洛伦兹变换的直接结果	204
	5.1.4	时钟佯谬	213
	5.1.5	运动尺度缩短	214
	5.1.6	速度变换公式	217
§5.2		四维时空(闵可夫斯基空间)的表示	218
	5.2.1	三维坐标架的旋转变换	218
	5.2.2	闵可夫斯基空间的洛伦兹变换	220
	5.2.3	物理量在闵可夫斯基空间的分类	221
	5.2.4	物理规律协变性的数学表示	223
§5.3		相对论力学	223
	5.3.1	四维动量能量矢量(四动量)	224
	5.3.2	力学规律的协变形式	234
	5.3.3	电磁场中带电粒子的拉格朗日函数	235

§5.4 相对论电动力学·····	238
5.4.1 四维空间的微分运算·····	238
5.4.2 四电流及电荷守恒的协变方程·····	239
5.4.3 电磁场张量和麦氏方程的协变形式·····	241
习题·····	248
附录 1 矢量分析·····	251
附录 2 国际单位制和高斯单位制中主要公式对照表·····	256
附录 3 有关物理常数·····	258
附录 4 国际单位制中量的名称、单位和符号·····	259

第 1 章 电磁现象的普遍规律

电动力学在物理学中的地位.

物理学是研究物质结构和相互作用及物质运动规律的科学.

按物质结构的尺度可分为：微观、宏观及宇观领域；

按物质的表现形式可分为：实物和场；

按物质的运动形式，又可分为：机械运动、热运动、电磁运动及粒子运动；

以上就是物理学的研究对象和内容.

目前科学界公认，物理学比较成熟的基本理论(基础)是：经典力学(力学、理论力学)、热力学和统计物理；经典电磁场理论、相对论、量子力学；而人们往往把经典电磁场理论和狭义相对论看成一门基础理论课，这就是电动力学. 从而形成了所谓的“四大力学”. 它是物理学的基础和理论支柱.

电动力学的适用范围.

我们下面要研究的电动力学，又称为经典电动力学或宏观电动力学，它是研究物质的宏观电磁相互作用及宏观电磁场运动规律的一门学科，物理量都是统计平均意义下的物理量. 经典动力学的适用范围从理论上大致可以表示为

$$r \gg r_e, \quad \lambda \gg r_e, \quad B \ll \frac{6\pi\epsilon_0 m^2 c^3}{e^3}$$

其中： r_e 是电子的经典半径，是基本物理常数； m 是电子的静止质量，是基本物理常数；

e 是电子的电量，是基本物理常数； r 是经典电动力学研究范围的线度；

λ 是经典电动力学电磁波长范围； B 是经典电动力学电磁场场强的范围.

不等式说明：经典电动力学研究范围的线度远大于电子的经典半径。即是说，小于 r_e 的范围，电动力学的研究方法和研究结论已不适用，等等。

三个不等式是根据电动力学在研究过程中，引入点源模型而遇到发散困难时导出来的式子（参见蔡圣善等编著“电动力学”）。一般来说，在工程技术方面，凡是波长从 $10\mu\text{m} \sim 1\text{km}$ 的各种射线和电磁波都属于经典电动力学的研究范围。

§1.1 麦克斯韦方程组

电动力学的理论基础是麦克斯韦方程组和洛伦兹力，它们分别描述了电荷、电流激发场的规律；场相互激发的规律以及场对电荷、电流作用的规律。

1.1.1 真空中的麦克斯韦方程组

真空中麦克斯韦方程组的微分形式是

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

积分形式是 $\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$, $\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} + \epsilon_0 \mu_0 \int_S \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV, \quad \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (1.2)$$

其中 \mathbf{j} 是传导电流体密度， ρ 是自由电荷体密度。方程组(1.1)式称为真空中的麦克斯韦方程组的微分形式(简称真空中的麦氏方程组)，它分别由电场和磁场的旋度和散度组成。可以证明：一个矢量场的性质可以由它的旋度和散度完全决定。

洛伦兹力密度

$$\mathbf{f} = \rho \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (1.3)$$

上式描述了场对电荷、电流的作用规律. 下面我们就麦氏方程(组)作一些说明.

1. 已有的实验规律

麦氏方程组由麦克斯韦于 1862 年提出. 在麦氏方程组建立之前, 人们把电磁现象区分为电场和磁场. 关于静电场, 有静电场的高斯定理及静电场的环路定理

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV \quad (1.4)$$

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1.5)$$

(1.4)式中闭合曲面 S 称为高斯面, V 是高斯面 S 所包围的体积. (1.4)式是高斯定理的积分形式, 利用数学上的高斯公式即可得到高斯定理的微分形式

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.6)$$

形式上与麦克斯韦方程组的第三个方程相同.

关于稳恒磁场, 有磁高斯定理

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0, \text{ (积分形式)} \quad (1.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \text{ (微分形式)} \quad (1.8)$$

及安培环路定理

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I = \mu_0 \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.9)$$

其中 S 是以 L 为边界的任一曲面, I 是通过曲面的电流. 相应的微分形式是

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (1.10)$$

法拉第定律

$$\epsilon = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.11)$$

2. 麦克斯韦对麦氏方程组的独特贡献

麦克斯韦独特贡献表现在下面三个方面:

- 1) 将(1.6),(1.8)两式直接推广到交变情况.
- 2) 改写法拉第定律

利用 $\varepsilon = \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$, 将法拉第定律(1.11)式改写为

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.12)$$

同样利用积分变换式即可得到微分形式

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.13)$$

上式揭示了一种新的电磁现象——电磁感应, 即变化的磁场可以激发电场. 普通物理课程把上式左边的电场称为涡旋电场, 它的性质与静电场完全不同.

一般说来, 空间任意一点的电场 \mathbf{E} 总可以分成两部分, 即 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_V$. 其中 \mathbf{E}_0 满足

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_0 = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.14)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_0 = 0 \quad (1.15)$$

这是由电荷激发的纵场. 所谓纵场是指散度不为零而旋度为零的场. 而 \mathbf{E}_V 满足

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_V = 0 \quad (1.16)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_V = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.17)$$

这是由变化着的磁场激发的横场. 所谓横场是指散度为零而旋度不为零的场. 一般情况下场 \mathbf{E} 由纵场和横场叠加而成. 即 \mathbf{E} 应满足

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.18)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.19)$$

3) 引进位移电流概念

$$j_D = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.20)$$

使得(1.10)式成为

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{j} + \mathbf{j}_D) = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.21)$$

引进位移电流后,稳恒条件下的安培环路定理成功地推广到交变情况,由原来的变化磁场产生电场,发展成为不仅变化的磁场可以产生电场,而且变化的电场也可以产生磁场.

一般认为,位移电流的引入与电流连续性方程

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1.22)$$

有关. 方程(1.22)是电磁学中的一个基本方程,实际上它是电荷守恒定律的微分形式. 相应的积分形式是

$$\oint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (1.23)$$

电荷守恒定律是自然界为数不多的严格成立的守恒定律,电磁现象的其他实验定律只能与其一致,不能与其矛盾. 如果我们对(1.10)式两边取散度

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0 \nabla \cdot \mathbf{j} \quad (1.24)$$

由矢量分析可知,上式左边为零,即 $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = 0$. 这就必须要求

$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$. 但是由(1.22)式看出: 在非稳恒情况下, $\nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$. 因此,

在非稳恒情况下(1.10)式与电荷守恒矛盾,这是不能把(1.10)式直接推广到交变情况的重要原因. 为了解决这个矛盾,麦克斯韦引入位移电流 \mathbf{j}_D , 得(1.21)式 $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{j} + \mathbf{j}_D)$, 再两边取散度,得

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0 \nabla \cdot (\mathbf{j} + \mathbf{j}_D) = 0 \quad (1.25)$$

上式与(1.22)式比较,并利用(1.6)式,即可得到(1.20)式.

由麦氏方程组可以直接看出: 电荷激发电场, 电流激发磁场, 以及

变化的电场、磁场互相激发的规律. 当方程中 $\rho=0, j=0$ 时, E 和 B 也可以存在, 也就是说: 只要某处有电磁扰动, 场就会在自由空间 ($\rho=0, j=0$ 的空间) 传播开, 这个场的特征由 E 和 B 共同描述, 我们把这个场称为电磁场. 在自由空间, 麦氏方程组(1.1)有波动形式的解答, 因此, 麦克斯韦预言: 自由空间有电磁波存在. 此预言后来被德国科学家赫兹用实验证实.

3. 关于磁单极

麦克斯韦提出位移电流 $j_D = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$, 揭示了变化的电场能产生一个变化的磁场, 从而使方程组比原来对称一些. 有些科学家认为: 方程的对称性, 实际上反映了物理过程的对称性, 是客观存在的规律. 因此还可以把麦克斯韦方程组写得更对称一些

$$\begin{aligned} \nabla \times E &= j_m - \frac{\partial B}{\partial t}, & \nabla \times B &= \mu_0 j + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \\ \nabla \cdot E &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, & \nabla \cdot B &= \mu_0 \rho_m \end{aligned} \quad (1.26)$$

引入的物理量为: ρ_m ——自由磁荷密度(即磁单极); j_m ——磁流密度(磁单极流动形成). 究竟麦氏方程组能否写成这种更加对称的形式, 关键是看磁单极是否存在. 现在有些理论支持磁单极的存在, 但是直到今天还没有找到磁单极. 一旦找到磁单极, 麦氏方程组就应该修改成(1.26)的形式.

1.1.2 介质中的麦克斯韦方程组

1. 介质的电磁性质

介质是一个带电粒子系统, 在无外场时, 组成介质的分子是电中性的, 因此一般不出现宏观的电荷电流分布, 内部的宏观电磁场亦为零. 有外场时, 介质中的带电粒子在外的作用下, 正负电荷发生相对位移, 原来的无极分子成为有极分子, 原来的有极分子的取向以及分子电流的取向出现一定的规律性, 这就是介质的极化和磁化现象.

描写介质的极化和磁化程度的物理量主要有: 电极化强度矢量

$$\mathbf{P} = \frac{\sum \mathbf{p}_i}{\Delta V} \quad (1.27)$$

式中 \mathbf{p}_i 是第 i 个分子的电偶极矩, ΔV 是介质内任意一个小体积, 求和号在 ΔV 体积内进行.

磁极化强度矢量

$$\mathbf{M} = \frac{\sum \mathbf{m}_i}{\Delta V} \quad (1.28)$$

式中 \mathbf{m}_i 是第 i 个分子磁矩, 它由环状分子电流形成.

当外场非稳恒时, 介质的极化和磁化还会产生极化电流和磁化电流. 极化电流密度矢量

$$\mathbf{j}_p = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \frac{\sum e_i \mathbf{v}_i}{\Delta V} \quad (1.29)$$

磁化电流密度矢量

$$\mathbf{j}_m = \nabla \times \mathbf{M} \quad (1.30)$$

($\mathbf{j}_m + \mathbf{j}_p$) 称为介质中的诱导电流. 与通常的传导电流一样, 诱导电流也能激发磁场.

2. 介质中的麦氏方程组

从真空中的麦氏方程组, 过渡到介质中去, 要作如下修改

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{j} + \mathbf{j}_p + \mathbf{j}_m + \mathbf{j}_D \quad (1.31)$$

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho + \rho_p \quad (1.32)$$

式中

$$\rho_p = -\nabla \cdot \mathbf{P} \quad (1.33)$$

是介质中的极化电荷密度. 引入辅助量电位移矢量和磁场强度矢量

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1.34)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (1.35)$$

将上面两式分别代入(1.31)和(1.32), 即可得到介质中的麦氏方程组

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho, & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \quad (1.36)$$