

科學圖書大庫

少年科學叢書

數學的趣味

譯者 解萬臣 黎廣福



美國徐氏基金會科學圖書編譯委員會

科學圖書大庫

監修人 徐銘信 科學圖書編譯委員會主任委員
編輯人 林碧鏗 科學圖書編譯委員會編譯委員

版權所有
不許翻印

中華民國六十一年四月一日再版

最書 數學的趣味

定價 新台幣 十五元 港幣二元五角

譯者 解萬臣 東海大學副教授
黎廣福 東海大學數學系助教

內政部內版臺業字第1347號登記證

出版者 財團法人臺北市徐氏基金會出版部 臺北郵政信箱53002號 電話783686號
發行人 財團法人臺北市徐氏基金會出版部 林碧鏗 郵政劃撥帳戶第15795號
印刷者 燈台光隆印刷紙品有限公司

我們的一個目標

文明的進步，因素很多，而科學居其首。科學知識的傳播，是提高工業生產，改善生活環境的主動力，在整個社會長期發展上，乃人類對未來世代的投資。科學宗旨，固在充實人類生活的幸福也。

近三十年來，科學發展速率急增，其成就超越既往之累積，昔之認為絕難若幻想者，今多已成事實。際茲太空時代，人類一再親履月球，這偉大的綜合貢獻，出諸各種科學建樹與科學家精誠合作，誠令人有無限興奮！

時代日新又新，如何推動科學教育，有效造就人才，促進科學研究與發展，允為社會、國家的急要責任，培養人才，起自中學階段，學生對普通科學，如生物、化學、物理、數學，漸作接觸，及至大專院校，便開始專科教育，均仰賴師資與圖書的啓發指導，不斷進行訓練。科學研究與教育的學者，志在將研究成果貢獻於世與啓導後學。旨趣崇高，立德立言，也是立功，至足欽佩。

科學本是互相啓發作用，富有國際合作性質，歷經長久的交互影響與演變，遂產生可喜的意外收穫。

我國國民中學一年級，便以英語作主科之一，然欲其直接閱讀外文圖書，而能深切瞭解，並非數年之間，所可苛求者。因此，從各種文字的科學圖書中，精選最新的基本或實用科學名著，譯成中文，依類順目，及時出版，分別充作大專課本、參考書，中學補充讀物，就業青年進修工具，合之則成宏大科學文庫，悉以精美形式，低廉價格，普遍供應，實深具積極意義。

本基金會為促進科學發展，過去八年，曾資助大學理工科畢業學生，前往國外深造，贈送一部份學校科學儀器設備，同時選譯出版世界著名科學技術圖書，供給在校學生及社會大眾閱讀，今後當本初衷，繼續邁進，謹祈：

自由中國大專院校教授，研究機構專家、學者；

旅居海外從事教育與研究學人、留學生；

大專院校及研究機構退休教授、專家、學者；

主動地精選最新、最佳外文學科學技術名著，從事翻譯，以便青年閱讀，或就多年研究成果，撰著成書，公之於世，助益學者。本基金會樂於運用基金，並藉優良出版系統，善任傳播科學種子之媒介。掬誠奉陳，願學人們，惠然贊助，共襄盛舉，是禱。

徐氏基金會敬啓

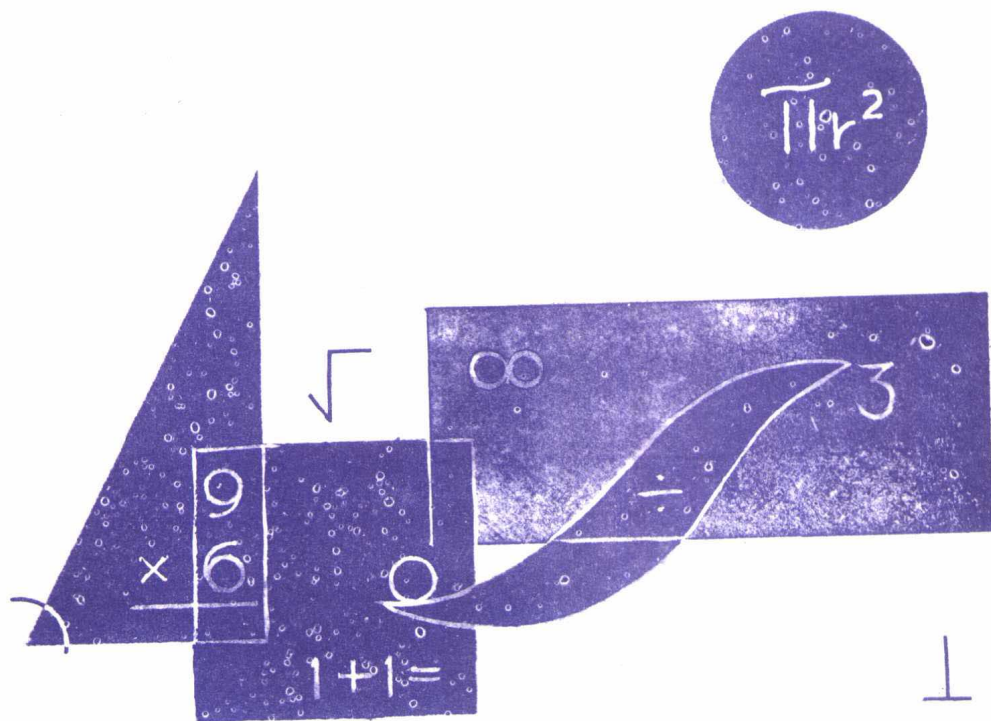
Aug 31 / 18

科學圖書大庫

少年科學叢書

數學的趣味

譯者 解萬臣 黎廣福

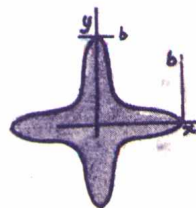
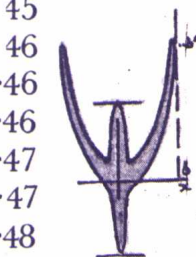
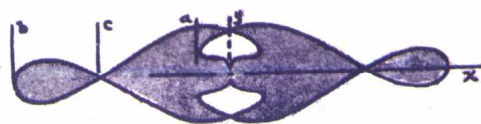


徐氏基金會出版

15

目錄

數學語言	4	畢達哥拉氏定理是什麼？	26
數學家們如何傳達思想？	4	第一次如何測量了地球的大小？	26
googol 是什麼？	4	人類何時測出地球至月球的距離？	27
質數是什麼？	6	三角數是什麼？	27
代數與算術有何不同？	6	平方數是什麼？	28
平面幾何是什麼？	7	完全數是什麼？	28
多邊形是什麼？	7	從羅馬數字到阿拉伯數字	29
四邊形是什麼？	9	「手指乘法」是什麼？	29
圓是什麼？	10	算盤如何使用？	30
立體幾何是什麼？	10	羅馬人如何計算乘法？	31
數學記號，符號和定義	11	印度人最大的貢獻是什麼？	32
乘法的語言是什麼？	11	密碼和謎	33
除法的語言是什麼？	11	Yotcx xsxxx nxese auvid	
分數的語言是什麼？	12	colho是什麼？	33
平方根，根號和指數是什麼？	12	「方陣碼」的做法如何？	34
數和數字	12	隱算法是什麼？	34
「數」是什麼？	13	「魔陣」是什麼？	35
原始人類如何計數？	14	「魔陣」如何作法？	36
人類何時開始使用數字？	14	暗碼標價的秘密如何解開？	36
古人如何寫字？	14	用計算機計算	37
數字一百萬需寫多久？	15	類比和數位是什麼意思？	38
古人如何記寫大數？	15	計算機如何工作？	38
數字為何重要？	17	二進位體系是什麼？	38
早期的數學史	17	太空時代的數學	39
人類最初如何判定方向？	17	數學上的太空問題是什麼？	39
古人如何測度時間？	17	地心引力如何影響火箭的飛行？	41
日晷儀是什麼？	18	衛星為何能在空中運行？	42
誰是最初的實用數學家？	18	圖表是什麼？	44
一腕尺有多長？	18	你的機運如何？	45
「直角隅」是如何做法？	19	或然率是什麼？	45
面積如何測量？	20	你的預感是否很好？	45
誰是美索不達米亞的數學家？	20	巴斯卡三角形是什麼？	45
十進法始於何時？	21	新數學	46
誰先啟用零？	21	拓樸學是什麼？	46
六十分制是什麼？	22	摩爾畢斯環是什麼？	46
水手，太陽和星辰	22	一直線何時不成為一直線？	47
腓尼基人如何航行？	23	不可能的事如何去做？	47
地平線的距離如何求法？	23	地圖着色需要幾種顏料？	48
手錶如何當做羅盤用？	24	數學向何方向前進？	48
希臘人的貢獻	25		
任意高度如何測量？	25		





數 學 語 言

當你打開這本書的時候，你已開始遊歷數學領域的旅程。在漫長的數學史上，數學從沒有像今日這樣使人興奮。一些革命性的發現及顯著的改變都較以往更豐富更迅速。

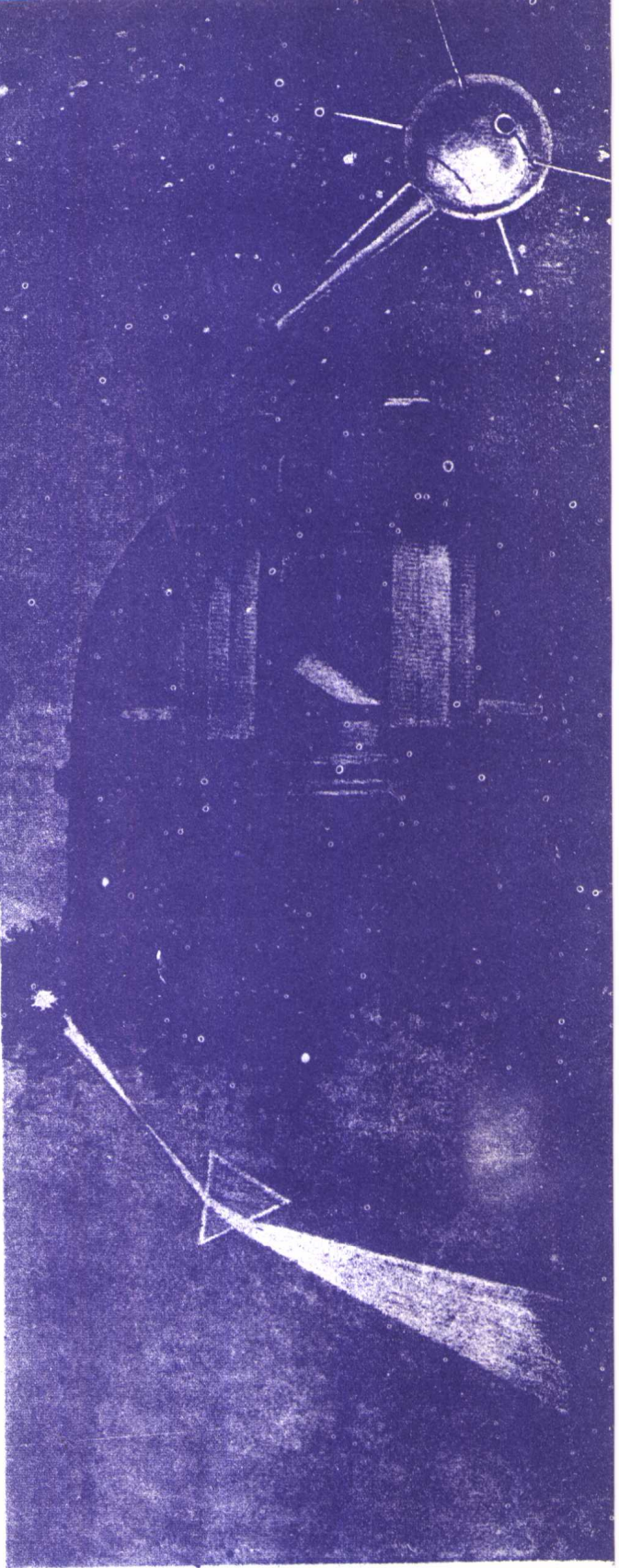
數學家們如何傳達思想？

你初到一個陌生的地方，如果沒有足夠的語言去瞭解當地的情形，你就會失去許多旅遊的樂趣。即使數學家們，在傳達他們彼此間的數學觀念時，也曾一度遭遇到語言上的困擾。但是數學家們發展了一套特殊語言解決了這個問題。爲了能夠完全欣賞這本書，你必須知道一些數學上的記號

、符號及文字。下面幾頁將會告訴你它們所代表的意義。其中大部份你可能早已知道，你祇須讀而不必牢記它們。以後如果遇到不熟悉的符號或文字時，再回頭查閱一下。不久你就會發現勿須常常如此。數學語言對讀者來講可能很不習慣，可是它們却很簡單而易瞭解。

googol 是什麼？

如果你走在路上拾到一張紙片，上面寫著： $\text{googol} < \infty$ ，你會不會想到這是數學上的速記法？利用速記法和符號以代替語言的觀念，在很早以前就被廣泛的使用。五千多年以前

[illegible]

5

1 之後有一百個零。它是一個數，大到超過一百年以上在紐約，洛杉磯和芝加哥等地方共落雨滴的總和數。但是，它仍然小於「無窮大」。記號和符號僅是數學語言的一部份。基本術語的定義則是另一部份。兩者即構成一種世界性的語言；用這個方法，數學家不論他是法國人、蘇俄人、英國人或美國人都能很精確的傳達思想。 $\text{googol} < \infty$ 這個符號對加拿大人與對挪威人其意義是相同的。

質數是什麼？

數是數學的基本工具，如果我們將兩個數或兩個以上的數相乘，我們可以得到一個新數。例如： $2 \times 7 \times 11 \times 13 = 2,002$ 。我們稱 2、7、11 和 13 這幾個數為 2,002 之因數。但是，並非每一個數都是這樣。讓我們拿 13 這個數來看，僅有 1 和 13 這兩個因數相乘可以得到 13。因此除了 1 和它本身之外而無其它的因數，像這類的數就稱為「質數」。那麼 11 及 37 又如何呢？它們也都是質數。9 是否為質數？不，因為 9 可以因數分解為 3×3 和 9×1 。

代數與算術有何不同？

曾有人這麼說，科學的語言是數

學，而代數却是數學的文法。代數這個名詞是從阿拉伯字 al-jabr 而來，它的意義是簡化，或者是將已分離部份重新組合。沒有代數，那麼數學上許多的發展幾乎是不可能的。代數就如同穿山的隧道——一條捷徑或者說是最實用的通路。

在代數裡我們用數和字母，這是與算術所不同的。在代數裡，我們可以說 50 個一箱裝的蘋果 = a 。如果某人有 10 箱，我們就寫成 $10a$ 。注意我們把數和字母間的乘號省略了。通常我們用 a 、 b 、 c 、等來代替已知量；而用 x 、 y 或 z 代替未知量。代數就是幫助我們利用已知量去求得未知量的值。

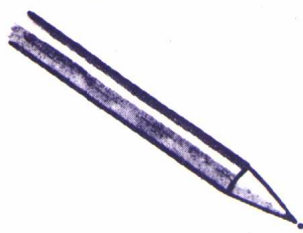
代數與算術在基本上另一差異是基本程序演算的不同。在算術裡，我們用加，乘，減和除。在代數裡，除了這四種運算之外，還要用指數和根數。

此外在算術裡，通常我們祇用到大於零的數，但在代數裡我們用大於零或小於零的數（或字母代替數）。大於零的數稱為「正數」，小於零的數稱為「負數」。後者在前面加一負號，如： $-x$ 或 $-43b$ 。



平面幾何是什麼？

「平面幾何」是研究環繞我們周圍的世界。它出自希臘字的意義是「測量土地」。沒有平面幾何，建築物將會參差不均，牆壁也不會筆直站立。我們也無法在空中或海上航行。但你熟悉了幾何的基本語言，你就會知道每件東西都能各得其所。

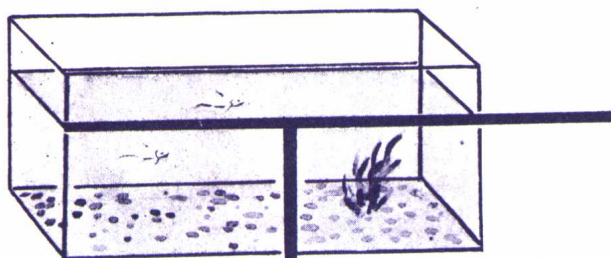


讓我們從「點」開始。點代表空間的位置。它無寬度、厚度或長度。一

移動即成線，線可分下列數種：吻合靜水表面的直線



稱為「水平線」。與水平線垂直或成



直角的直線稱為「鉛垂線」。既不是水平線又非鉛垂線的直線稱為「斜線」

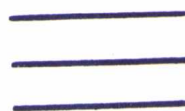
。「曲線」則經常改變方向。兩條以



上的直線向兩方無限延伸，而永不相交，稱為「平行線」



。共端點的兩直線形成「角」。此兩直線稱為此角之



「邊」。其共同端點稱為角之「頂」。圓的四分之一稱為直角。即 360° 之 $\frac{1}{4}$ ，或為 90° 。小於直角或 90° 之

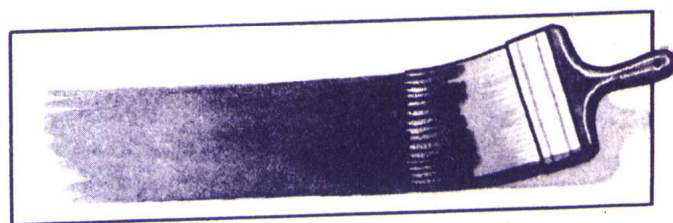


角，稱為「銳角」。大於 90° 而小於 180° 之角，稱為

「鈍角」。一直線移動則成「面」。面有長度和寬度，但

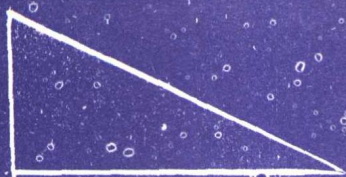


沒有深度或厚度。一平坦的表面，像桌面，稱為「平面」。



多邊形是什麼？

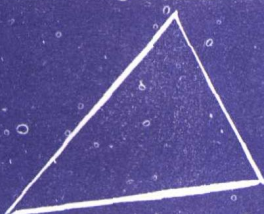
一部份平面圖形稱為「多邊形」，它的每一邊均為直線。如果每一邊



直角三角形



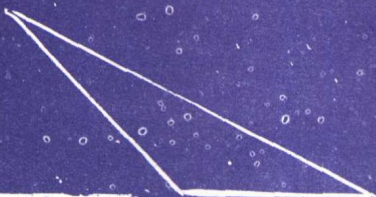
等腰三角形



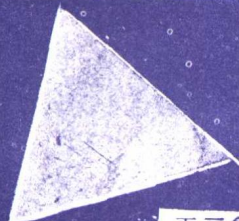
銳角三角形



不等邊三角形



鈍角三角形



正三角形

都相等，則此多邊形稱為「正多邊形」。邊數最少的多邊形稱為「三角形」，僅有三個邊。數學家發現應用在三角形上的兩個主要原理：

三角形三內角之和等於 180° 。

三角形每邊的長度隨著對角的大小而改變，最大邊對最大角。三角形主要有下列六種：

「直角三角形」有一角為直角或 90° 。直角所對的邊最長。

「等腰三角形」有兩邊相等。對此兩相等邊的角相等。

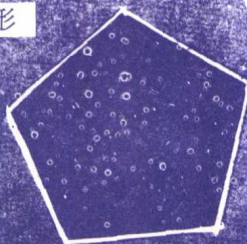
「銳角三角形」之三個內角均小於 90° 。

「不等邊三角形」之三個邊不相等。

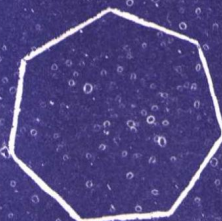
「鈍角三角形」之三內角中有一角大於 90° 。

「正三角形」之三邊相等，三內角相等。

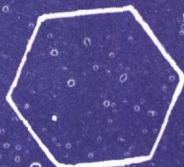
正五邊形



正八邊形



正六邊形



四邊形是什麼？

另一種多邊形有四個邊稱為「四邊形」。四邊形的四內角之和為 360° 。它的四邊長度的和稱為「周長」。

以下是六種不同的四邊形：

「平行四邊形」的兩對邊互相平行。

「正方形」的四個邊相等，每一內角均為 90° 。

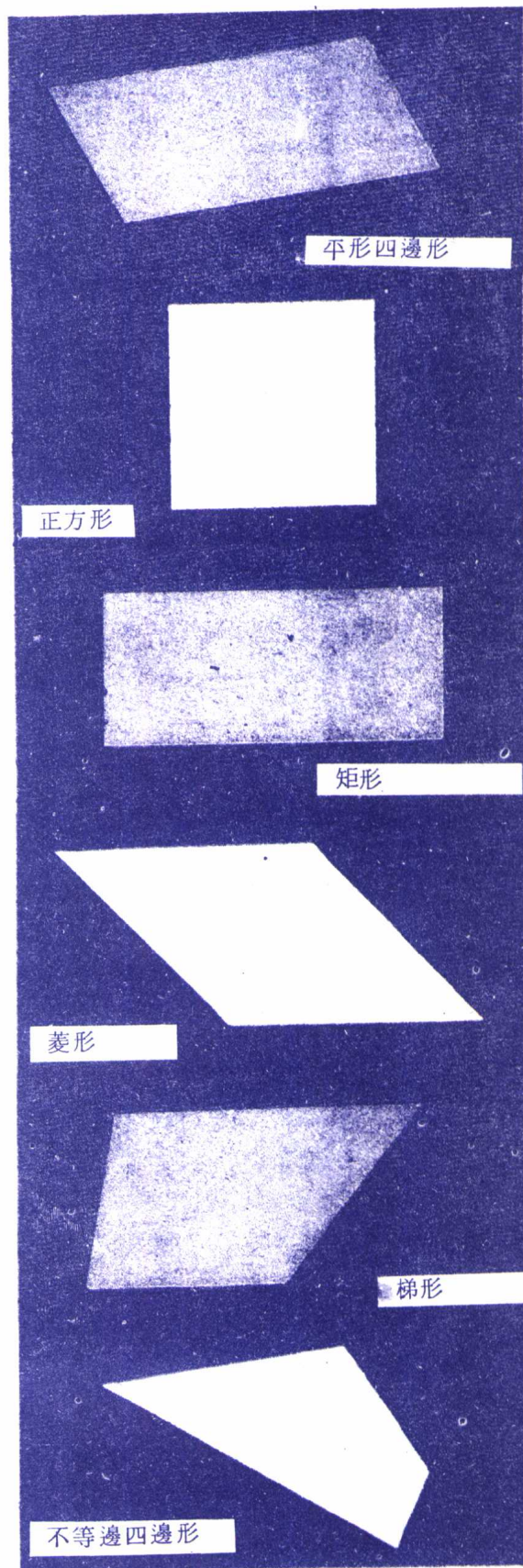
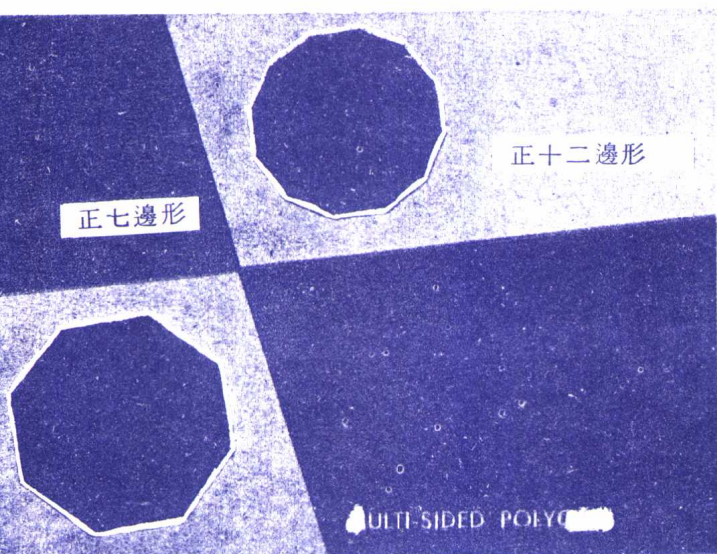
「矩形」為一平行四邊形，且其四內角均為 90° 。

「菱形」的四邊相等，有兩個內角為鈍角，即大於 90° 之角。

「梯形」僅有兩邊互相平行。

「不等邊四邊形」沒有相互平行的邊。

多邊形不止僅有三個邊或四個邊。例如：五邊形有五個邊。六邊形有六個邊；七邊形有七個；八邊形有八個和十二邊形有十二個。



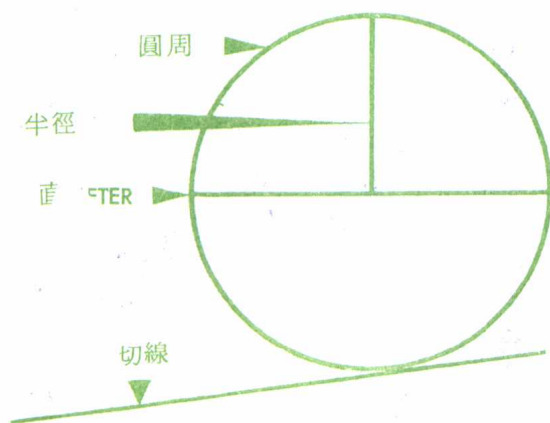
圓是什麼？

當正多邊形的邊無窮增加，則多邊形逐漸變成新的形狀稱為「圓」。圓為一封閉的曲線，曲線上每一點與圓心等距。每一圓均為 360° 。

「圓周」為曲線所圍成的周界。

「半徑」為圓周上的點與圓心所連的直線。

「切線」為圓外之直線而僅與圓周交於一點。



立體幾何是什麼？

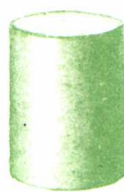
當平面有了厚度，我們就脫離了平面幾何的領域，而進入立體幾何的範疇。在這一章數學裡，我們討論四種主要的形狀：球、圓錐、圓柱及多面體。



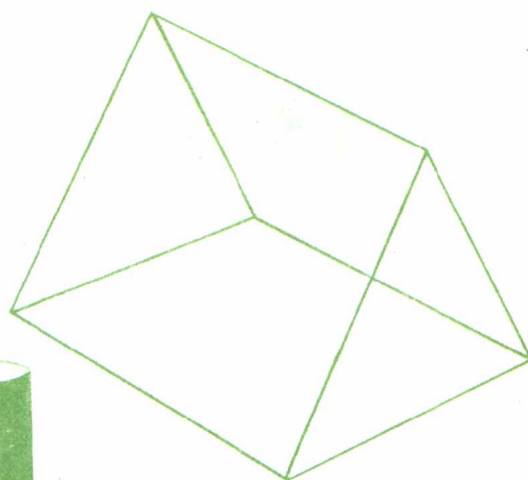
球



圓錐

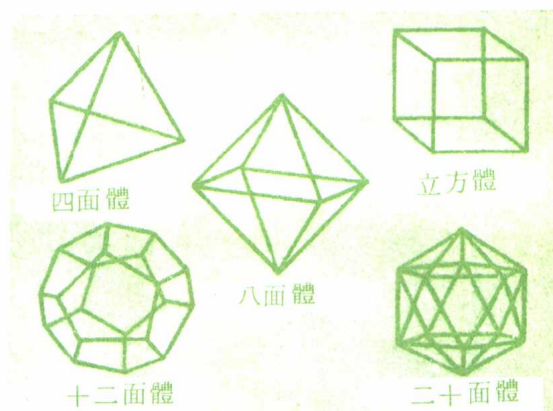


圓柱



多面體

「多面體」有長度、寬度和厚度。多面體的每一面均為多邊形。僅有下列五種「正多面體」：



「四面體」或稱「角錐體」有四個面，每一面均為正三角形。

「立方體」有六個面，每一面均為正方形。

「八面體」有八個面，每一面均為正三角形。

「十二面體」有十二個面，每一面均為正五邊形。

「二十面體」有二十個面，每一面均為正三角形。

數學記號，符號和定義

＋ 加號： $3 + 4$

積； $\pi = 3.14159$

－ 減號： $4 - 2$

， 英尺：測量距離的單位

$\times$ 或 $\cdot$ 乘號： 4×2 或 $4 \cdot 2$

" 英寸：測量距離的單位

$\div$ 除號： $8 \div 2$

' 分：用來測量「度」的一部分

= 等號： $2 + 3 = 9 - 4$

份所使用的單位； $60'$

$\neq$ 不等號： $3 + 4 \neq 4 - 2$

$= 1^\circ$ 。

$>$ 大於： $8 > 4$ 或 8 大於 4

" 秒：用來測量「分」的一部分

$<$ 小於： $4 < 8$ 或 4 小於 8

份所使用的單位； $60''$

∞ 無窮大：大於任何我們所能

$= 1$ 。

寫、說和想的數。

$\perp$ 鉛直：與水平線成直角。

$^\circ$ 度：角度的測量單位；一個

$\parallel$ 平行：平面上兩條直線永不

圓有 360° 。

相交。

π 帕：用來計算圓之周長和面

乘法的語言是什麼？

3×2 被乘數：被「乘數」所乘的數。

$\times 14$ 乘數：乘「被乘數」的數。

$\begin{array}{r} 128 \\ 32 \\ \hline 448 \end{array}$

448 積：乘法所得的結果。

除法的語言是什麼？

除數：.....8 $\overline{153}$ 商：除法所得的結果。
被除數：被「除數」所除的數。

除「被除數」的數。

$\begin{array}{r} 8 \\ 73 \\ 72 \\ \hline 1 \end{array}$

1 餘數：如果「被除數」不能被「除數」整除，則除至最後所剩下的數為餘數。

分數的語言是什麼？

$\frac{4}{9}$ ……分子：整體被分後所取用的部份數。

9……分母：整體被分的部份數。

$\frac{6}{7}$ 真分數：分子小於分母的數。

$\frac{13}{4}$ 假分數：分子大於分母的數。

$2\frac{1}{4}$ 帶分數：一個整數加上一個真分數。

平方根，根號和指數是什麼？

根號 $\sqrt{\quad}$ 是表示一數的根。通常我們稱它為平方根。例如： $\sqrt{4} = 2$ 。一數的平方根是另一新數，將此新數再乘其本身又得到原來的數。這裡再舉例說明： $\sqrt{16} = ?$ 換句話說，什麼數乘其本身可得到 16？答案是 4，因為 $4 \times 4 = 16$ 。

$\sqrt[3]{\quad}$ 當根號的左上角附有一個小體數字 3，則其表示某數的三次方根。例如： $\sqrt[3]{27} = 3$ ，因為 $3 \times 3 \times 3$

$= 27$ 。同理， $\sqrt[4]{256}$ 表示 256 的四次方根，或將一數乘其本身四次等於 256。答案是 4，因為 $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ 。

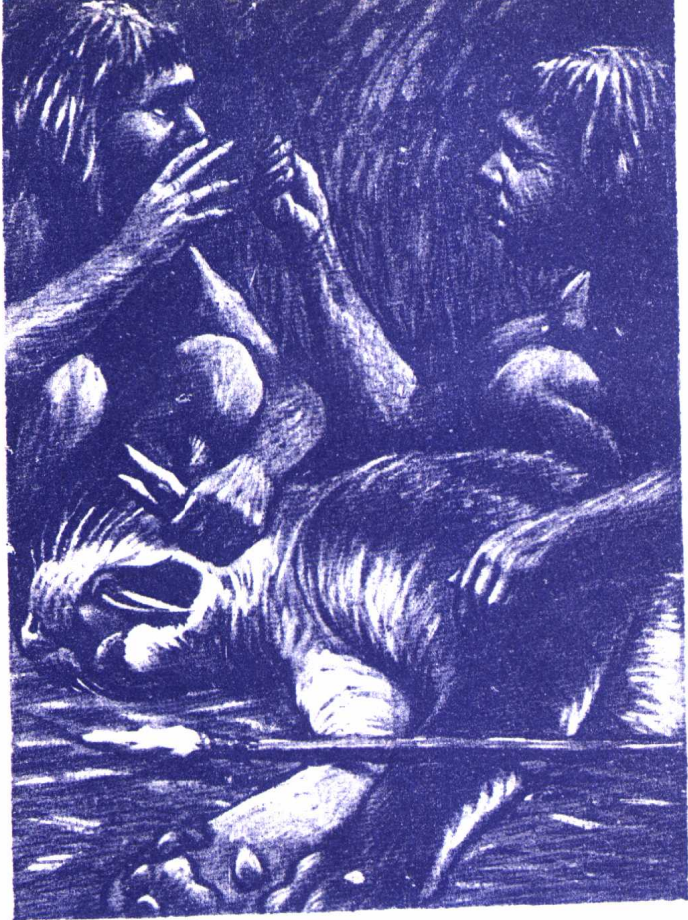
一小體數字附於一數的右上角稱為「指數」。此為數學上的速記法，表示將某一數乘其本身的次數。例： $2^2 = 2 \times 2$ 或 4。如果我們寫 3^4 ，那麼它表示 $3 \times 3 \times 3 \times 3$ ，或者將 3 乘其本身四次。

數 和 數 字

我們不知道原始人類從什麼時候開始用說話代替手勢以與家人和鄰居溝通思想，但我們確知道人類會使用話語交談後數千年之久，才學習如何將它們記示出來。同樣的，人類能用

記號表示「數」以前數千年，早已學會如何命名這些「數」。例如：用數字二代表兩個。

人類需要數，並且更要學會如何計數。這個可能始於穴居人類用獵得的劍



古人知道「1」和「2」。有些原始人（圖左）用「許多」表示3。

許多原始人用卵石計數。秘魯的印加族用繩結計數。



刻痕在木棒上是早期歷史中計數的工具。每一刻痕代表一個數學單位。



齒虎換取鄰居的三隻長矛。抑或可能始於當一個十二歲的小孩想要將他狩獵時所看到的四頭長毛巨象告訴他的兄弟姊妹。

「數」是什麼？

起初，原始人類用手勢去表示他所想用的數。他可能用腳指向鄰居洞穴內的三隻矛或獵取來的劍齒虎。也可能用手指頭表示數。不管他是說兩

隻矛、兩隻虎、兩個洞穴或兩個箭頭，都舉出兩個手指表示「二」。

在日常生活當中，我們知道「數」是文字或是一種符號。它表示一特指定的量，並不需要特別指明用在什麼地方。例如：3 可用來說明三架飛機、三枝筆或三本教科書。

原始人類如何計數？

有些原始人類祇用到一、二這兩個數。僅在一世紀前，探險家發現中非的土人祇用三個數：「一」、「二」和「許多」。如果有一個土人有三隻或更多的牛，即使他有79隻或2000隻，他祇用「許多」來表示這個數。大多數的原始人類祇能計數到10，即是他全部手指的個數。有些祇能計數到20，也就是手指和腳趾的總數。當我們用手指計數的時候，從姆指或小指開始都沒關係。但原始民族却有定規。新墨西哥的印地安人從左手的小指開始，南美洲的食土野人則從姆指開始。

當人類逐漸開化時，他們使用卵石、木棒和貝殼來記數。他們將三隻木棒或三個卵石排成一行表示三的意思。有些則在棒上刻痕或在繩上打結做為記數的方法。

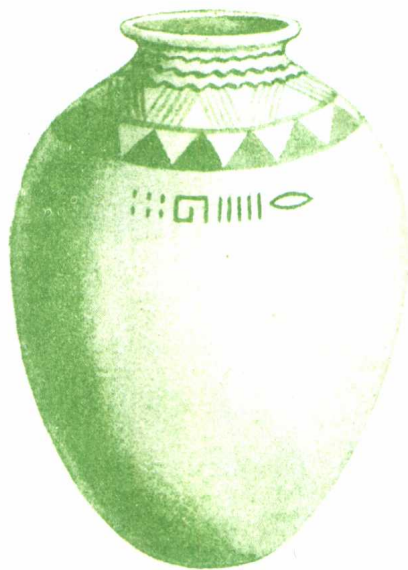
人類何時開始使用數字？

到目前為止，被發現最古老的數字是紀元前3000年左右在古埃及和美索不達米亞所使用的。這些人彼此居住相隔數哩，因此各自發展一組數字。簡單的數字1、2、3是模仿穴居民族的木棒或繩結的形狀。最有趣的事是我們在世界各處所發現到的數字系統中，「一」字大都被寫成一畫（如一木棒）或寫成一點（如一卵石）。

埃及人		巴比倫人	∨
古羅馬人		中國人	一
古印度人	१	馬雅人	•

古人如何寫字？

古埃及人將數字寫在蘆葦製的紙上，畫在陶器上，刻在廟宇及金字塔



埃及的水甕上的數字表示它的容量。