

数学课外阅读丛书

数的世界

SHUDESHIJIE

〔美〕艾·阿西莫夫 著

彭 嘉 林 译

广西人民出版社

数学课外阅读丛书



数的世界

〔美〕艾·阿西莫夫 著
彭 嘉 林 译



广西人民出版社

数的世界

〔美〕艾·阿西莫夫 著
彭嘉林译



广西人民出版社出版

(南宁市河堤路14号)

广西新华书店发行 桂林市印刷厂印刷

*

787×1092 1/44 4.5印张 插页2 93千字
1982年10月第1版 1982年10月第1次印刷
印数：1—10,500册

书号：7113·441 定价：0.40元

译序

我们每天都在运用一些简单的数学知识，但恐怕只有在读完这本小册子后，许多人才知其所以然，才知道它们原来还有这么动听的历史故事。

谁也不会否认数学的重要性。但许多学生却认为它枯燥无味、深奥难懂，因而影响了学习数学的兴趣和信心。在大科普作家阿西莫夫教授的引导下，到数的世界参观访问一番之后，这些人原来的看法肯定会有所改变。

作者从最原始的数手指记数讲起，介绍了一种重要的计算工具——算盘；又谈到如何从算盘上把数目移到纸上，用各种形式的数字来表示它们。接着又生动地逐步引进了整数、负数、分数、小数、实数和虚数；他从最简单的加法谈起，直谈到对数计算的原理；最后，还接触了数

高深的数学——讨论无穷的无穷！

本书最大的特点是，不是简单地罗列课本上的数学知识，而是着重生动地介绍、阐述这些知识的来历和原理。

这本小册子不但适于中学生阅读，就是对成年人也不无裨益，特别是中、小学数学教师，更可从中得到启发。

译者

1982年元月

目 录

第一章	数字种种	(1)
第二章	比“没有”还要少	(18)
第三章	绕过加法	(35)
第四章	化整为零	(56)
第五章	用10来除	(71)
第六章	数的“形状”	(88)
第七章	挖根	(105)
第八章	非常大与非常小	(124)
第九章	从数轴到数平面	(155)
第十章	无穷	(173)

第一章

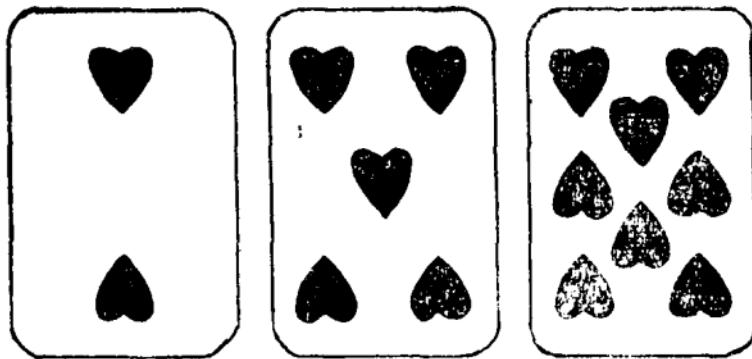
数 字 种 种

替 数 命 名

不只是人类才有数的概念，许多动物经过训练，也能区分物体数目的多少。当然，人们并不认为它们能够有意识地去数点物体，但显然它们能根据样子的差别来识别物体是多还是少。

正如大多数人那样，只要稍微熟悉一下扑克牌，就可以凭样子的差异来识别它们。不错，每张牌的左上角都有一个小小的数字，但通常玩扑克的人却并不需要看它。下面画的几张扑克就没有数字。难道它们会叫你玩起来觉得不方便？其实，你只要扫上一眼，而不必“一、二、三”地去数，就能认出每张牌是什么了。

原始人扫一眼就知道自己的两个孩子是不是



不标数字的扑克牌

都在洞穴里，或者四把备用的石斧是否全在架子上。但他也会碰上一些情况，光用这种凭样子差异来区分大小的方法是应付不了的。这时，人类数学史上的决定性时刻就来临了。

在某些时候，人们觉得有必要向别人表达数的大小。比方说他想去问一个邻居：“我说，老兄，上次你到我洞里的时候，没把我的石斧拿走了一把吧？”如果邻居这样回答：“天啊，你怎么会这么想？”这时你如果能这样说：“你瞧，老兄，你来之前我还有四把，但你一走就只剩下三把了。”那就表达得很清楚了。

简而言之，给不同的数起名字，是很有必要

的。

毫无疑问，在开头的时候，人们只给很少的几个数造出名字，求其能应付过去就行了。甚至到今天，有些原始部落还没有给比二或三大的数起名字。（当然，这并不意味他们不懂得还有较大的数。他们只不过没有给它们起专用的名字。我们称之为四的数，他们可能会把它叫成“三再加一”）

在大多数情况下，不同种族的人们都给开头的十个数取上互不关联的名字。在英语里，这十个名字就是one, two, three, four, five, six, seven, eight, nine及ten。

你还可以为比十大的任何数创造出新的叫法来，但这样做却是很不实用的。如果“四十三”，“七十九”等等都另有叫法，一个人怎么能都记得住？再说这也没必要。咱们只要记牢十个数的名称，就可以建立起一套完备的、易于记忆的记数系统。

如果说“四”，就伸出四个手指，说“六”，就伸出六个手指，那末，听你说话的人，哪怕忘了“四”和“六”这两个名称代表多少，只要看你的手指，他也会明白你的意思①。

①以下几段（直至下节开始），不懂英文数字的读者可略过不读。——译注

拉丁文的“手指”是“*digitus*”。在英文中，“手指”(fingers)有时也称“*digits*”，而开头的十个数字也叫“*digits*”，这并不是巧合，而是当时的手指和数实际上是一码事。

也许在你看来，英文中比十大的数也有另起了名字的，但这只是表面现象。语言的演变歪曲了一些数名的本来面目，使我们弄不清它们原来的意思。英语的“eleven”，并非是一个与从一到十都没有关联的数字名称，它是从原始的条顿语演变来的，原意是“还剩下一个”。换言之，我们可以想象，有一个人伸出了十个手指，并且说“还剩下一个”。

同样，“twelve”最初的意思是“还剩下两个”。

从“thirteen”起，事情就很清楚了。“thirteen”显然是把“three”和“ten”含糊地连在一起读；“fourteen”与“four”和“ten”的连读更为接近，直到“nineteen”等其它几个数也都是如此。至于“twenty”，其实是“two tens”的讹用，所以“twenty three”的意思就是“two tens 加上 three”。“thirty”、“forty”、“fifty”等也都是这种情况。我们可以一直数到“九十九”。

手 指 数 码

当我们要表示超过十的数时，手指是否就无能为力了呢？例如，你怎么用你的手指来表示五十四这样一个数呢？我们曾经看见过孩子们是这样表示的：连续把双手张开五次，表示五十，接着又伸出四根手指。这种方法很好，只是对方得聚精会神地瞧，还得小心翼翼地数双手张开的次数。通常，为了不出差错，到末了，他还得问：“是五十四吗？”这就使得手指的这一番表演失去了意义。

当然，我们用不着去想出一套更好的办法来用手指去表达十以上的数，因为我们在学校里已经学会了其他更好的方法。但假设我们不知道还有其他的办法，也许我们会发明这么一套法子：我们约定手心朝内时，伸出的手指数目代表十位数。当手心朝外时，伸出的手指代表个位数。

于是，你就可以这样表示54，即手心朝内伸出五根手指，手心向外伸出四根手指。用这种办法，做两个手势就能表示一直到99的两位数。

99的下一个数是“十个十”，我们可以手心朝内伸出十根手指来表示，可是“十一个十”又

该怎么办呢？

没问题，我们表示到“十”时，就可以采用一套新法子。用“十”来记数，即把“十”来当“一”。当我们达到“十个十”时，又可以开始用“十个十”来记数。英语的“十个十”叫“hundred”，这是个很古老的词，原意是什么已无法考证了。

于是，数到一百以后，我们又可从头来，把比一百多一的数叫“一百多一”。（还能有什么比它更清楚的叫法呢？）我们就这么叫下去。

“一百二十三”，“一百七十九”，直到“一百九十九”，接着当然是“二百”。以此类推，我们可以一直叫到“九百九十九”和它后面的“十个一百”。

到现在，我们已摸出了规律，每逢数到“十”就给数起个名字。“十个一百”英语叫“thousand”，这也是个非常非常古老的词。

基于每数够十就起个新名字的原则，我们可以继续用手指来表示大的数。例如，我们可以规定，手指朝下，手心朝内时，手指代表的是千位数，而手心向外时则代表百位数。

因此，如果我们想用手指表示七千五百二十四，我们就可以用四个动作来完成：手心朝内，



用手指表示7524

向下伸七根手指，手心朝外，向下伸五根手指，手心朝内，向上伸两根手指，最后是手心朝外，向上伸四根手指。

在原始的环境下，实际上是用不着比几千还大的数的，我们的记数系统也表明了这点。到了“十个一千”，就不再有新的叫法了①，而干脆叫“十干”，“十一千”，“二十千”等等。

希腊的数学家为“十干”也取了个名，叫“myrias”（英语因之有“myriad”一词），但这叫法只在一个很小的范围内使用，平常人是从来不用的。英语中象“million”（百万），及“billion”（亿万），这样的词，是在中世纪末

①英语里没有相当于“万”的叫法，“一万”在英语里用“十干”表示。——译注

期才创造出来的。

在占人类的历史绝大部分的时间里，光用四个手势就足以表达几乎一切能用得着的数了。

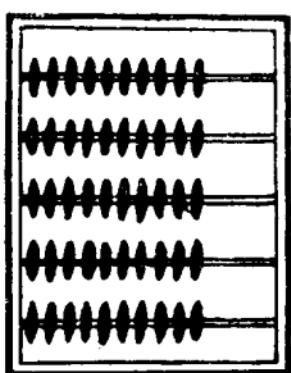
算 珠 数 码

上述这种用手指表示数的方法实际上并没有被人们采用过。在需要与几百、几千的大数打交道时，人们发明了一种能代替手指的工具，我们叫它“算盘”。

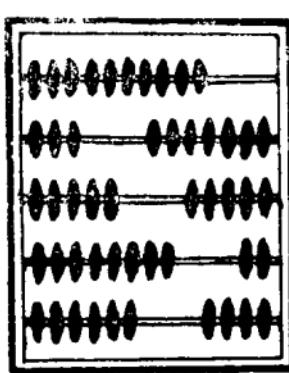
形式最简单的算盘只有一个木框，框里有些绳子。每根绳子上串着十个算珠。（在古代希腊和罗马的算盘上，没有绳子和算珠，只有槽，每条槽里放着圆圆的卵石。拉丁文中的卵石是“*calculus*”，人们用卵石来记了这么久的数，以至直到今天，英文里“计算”还叫“*calculating*”。而算珠——甚至另作别用的与算珠形状相类的东西——都还叫做“*counter*”）

每一根串着十颗算珠的绳子都代表着长着十个手指的一双手。每一根绳子上都有一段短短的空隙，这样，如果开始记数前算珠都在左边，你就可以把一颗或者更多的算珠移到右边，就等于伸出一根或者更多根手指。

假设算盘最下面一根绳子代表“个位”，它上面一根代表“十位”，再上来一根代表“百位”，又上来一根代表“千位”。那么，要表示七千五百二十四，只需把最下面一根绳子上的算珠移四个到右边，再由下至上把上面三根绳子上的算珠分别移二、五、七个到右边。



1. 算 盘



2. 7524的表示法

这种记数法与手指记数法相比有几点好处：首先，你用不着去记手指朝上还是朝下，掌心向内还是向外。这就使人少费了许多心机。其次，使用手指数码时，你得一次接一次地表示数。对方在你表示到五百或者二十和四时，还非得记住前面的是七千不可。而用算盘记数时，每根绳子的情况你都可以同时看见，而且还可以让它们保持

不变，要看多久就看多久。这一点又可以使你少费许多精神。第三，只要给算盘添上足够的绳子，随便多大的数都能表示，而且没有其他的麻烦。最后，使用算盘还可以把两个数很方便地合起来，得出两个数相加的结果。

拨珠算数

还在远古的时候，人类就有了把几个数合起来，或者说“加”起来的需要。比方说你偷来了别人的几把石斧（如果你不高兴这样说，就说你是老老实实地向斧子主人要来的吧），或者如果你的母羊生了几头羊羔，你就想知道你总共有了多少把石斧或多少头羊羔。

最简单的办法就是数一下。你原来有五把，再添上两把，你把所有的石斧数上一遍，就会发现你现在有了七把。遇上几次这样的事后，你就不再需要把五和二凑在一起来数了。你不用数就会知道结果是七。

然而，记忆当然是有限度的。如果有必要知道二十三加上五十四是多少，你就可能会不知道答案了。数嘛，数字这么大，可是够麻烦，甚至够讨厌的。一个原始牧人，如果想数出二十三头

羊加上五十四头是多少，要是数了两次还数不清的话，就很可能会暴跳如雷了。你最好还是离他远一些好。

算盘却给这样的问题提供了解决的办法，你只要稍加练习，就可以使用这件工具来替你加数。你甚至不用靠近这些叫人恼火的羊儿，呆在家里就能把问题解决。

如果你想用算盘来加二十三和五十四，只需要在“个位档”上拨过去三颗算珠，在“十位档”上拨过两颗。接着再在“个位档”上向原来的三颗算珠再拨过去四颗，在“十位档”上又拨过五颗。如果你数一下你拨过的算珠，就会发现在“个位档”上有七颗，在“十位档”上也有七颗。二十三加五十四得七十七。在整个过程中，你没有一步是要数超过十的数的。

事实上，只要你高兴，你可以丝毫不觉得困难地加很大很大的数。例如，二十五万三千一百一十二加上十二万六千八百三十一，用算盘一算，很快就可以得出答案三十七万九千九百四十三。不论在相加过程中的哪一步，你都用不着去数十以上的数。

现在假设你遇上了八和七相加的情况。说来也够奇怪的，问题可就比刚才所举的几十万大的