

同离子效应和温度场 对裂缝中酸液有效作用距离的影响

任书泉 熊宏杰

(西南石油学院)

摘 要

酸液有效作用距离是酸压设计的重要参数,也是影响酸压效果的重要因素。酸液中的反应产物(同离子)和裂缝中温度分布对酸液沿裂缝流动时的有效作用距离影响很大。

本文从酸压设计计算的实际需要出发,考虑影响酸液有效作用距离的主要因素,建立裂缝中酸岩流动反应数学模型,并将该模型与裂缝中温度分布模型、温度场模型和表面反应动力学模型联立求解,编制电算程序,进行系统计算。分析对比,给出了同离子效应、酸液浓度、地层温度、反应生成热等因素对酸液有效作用距离影响的对比数据和图表。

本文所编制的计算机程序和得到的结论可供酸压施工和设计计算使用。

引 言

酸沿裂缝流动反应时的有效作用距离(简称Lef)是影响酸压增产效果的重要因素,也是酸压设计计算的重要参数。国外从六十年代开始研究酸液的Lef。美国Dowell等石油公司,以物理模拟试验为基础,测定出各种流动反应条件下酸液活性的消耗时间,从而算出酸液在裂缝中流动反应时的作用距离^[7]。Halliburton石油公司和ESSO石油开采研究公司等使用数学物理模拟法,研究计算酸液的Lef^{[2][1]}。所有这些研究计算都没有考虑同离子效应和裂缝温度场的影响。七十年代末期,M.Hlee和L.D.Roberts^[3]研究了地层温度和反应生成热对酸液Lef的影响,任书泉,季联奎等^[4]研究了同离子效应对酸压时Lef的影响。目前,研究求解酸液沿裂缝流动反应数学模型的方法有二。一是差分法^{[1][5]},二是Lumping法^[3]。差分法是直接用数值差分电算求解数学模型。Lumping法是将偏微分方程先用Lumping法化为常微分方程然后再电算求解。

本文是在上述研究的基础上,考虑同离子效应、裂缝温度场和反应生成热对酸液Lef的综合影响,计算出前置液酸压时酸液的Lef值。并给出同离子效应、酸液浓度、地层温度、反应生成热、变缝宽等因素的单独影响。分析对比表明,计算前置液酸压时酸液的Lef,一般要考虑同离子效应、反应生成热、裂缝温度分布的影响,并用变缝宽进行计算。

数 学 模 型

1. 缝中酸岩流动反应模型

酸压时，酸沿垂直裂缝流动反应，假设：

- (1) 酸沿裂缝呈稳定层流流动；
- (2) 酸液为不可压缩液体；
- (3) 酸液密度均一，忽略自然对流传质的影响；
- (4) 缝高、缝宽为定值，酸液在缝高方向不发生强迫对流，不产生浓度差。

我们建立的考虑同离子效应和温度影响的酸岩流动反应数学模型为

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} (De \frac{\partial C}{\partial y}) \\ x=0 & \quad C=C_0 \\ y=0 & \quad \frac{\partial C}{\partial y}=0 \\ y=\pm W/2 & \quad -De \frac{\partial C}{\partial y} = kC_w^m (1-\phi) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

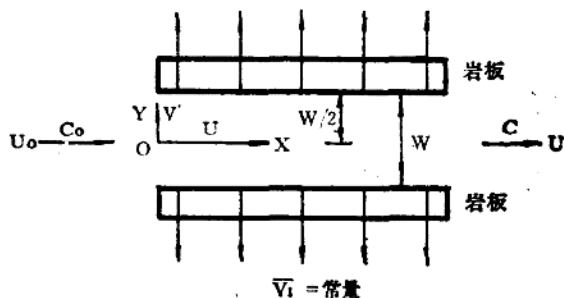


图1 酸在裂缝中流动反应模式

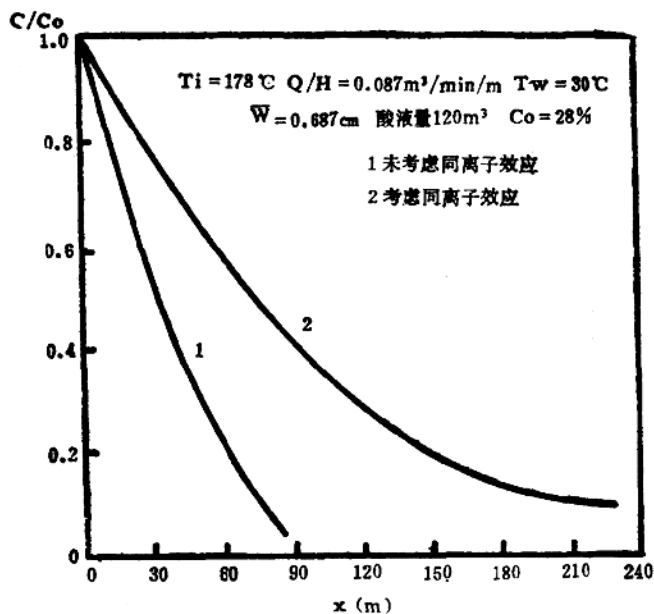


图 2

(1) 式中, $D_0 = D_0(C, T)$ 由试验确定^[9],

$$D_0 = D_{00} a C_D^b e^{\frac{E_1(T-T_0)}{RTT_0}}$$

$$k = k_0 e^{\frac{E_2(T-T_0)}{RTT_0}}$$

速度分量 u 、 U 由 Berman^[6] 流函数确定:

$$u = \frac{2}{\bar{W}} \left(\frac{\bar{W}}{2} U_0 - U_1 x \right) f_1'(\eta)$$

$$U = U_1 f_1(\eta)$$

$$f_1(\eta) = \frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3 \quad (\eta = y/\bar{W}/2)$$

2. 缝中温度模型

(1) 模型 I

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{KT}{\rho_f C_f} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ x=0, \quad T &= T_w \\ y=0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} &= 0 \\ y = \pm \bar{W}/2, \quad k_T \frac{\partial T}{\partial y} &= k C_w^m (\Delta H) + q_n(t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中热流函数^[4]由下式表示

$$q_h(t) = \sqrt{\frac{\rho_m C_m K_m}{\pi t}} (T_0 - T_{wf}) [e^{-\xi^2} - \sqrt{\pi} \xi \operatorname{erfc}(\xi)]$$

$$\xi = \frac{V_1 \rho_1 C_f}{2(1-\phi)} \sqrt{\frac{t}{\rho_m C_m K_m}}$$

(2) 模型 II

在 Whistitt^[4] 缝中温度场模型的基础上, 当缝壁漏失速度为常值时, 我们导出缝中温度场模型为

$$\frac{T - T_w}{T_i - T_w} = 1 - \left(1 - \frac{2V_1 H x}{q_0} \right) \frac{\psi(\xi)}{2\sqrt{\pi} \xi (1-\phi)} \quad (3)$$

其中,

$$\xi = \frac{V_1 C_f \rho_f}{2(1-\phi)} \sqrt{\frac{t}{K_m C_m \rho_m}}$$

式 (3) 为只考虑缝中酸液与缝壁间的换热而导出的缝中温度场计算公式。如考虑酸岩反应生成热的影响, 则根据式 (3) 和缝中酸液浓度分布, 用数值计算法计算出缝中各点的温度值 (参见附录一)。

3. 不可压缩性液体的连续性方程

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

计算方法

我们求解数学模型使用的方法:

1. 差分方法

将方程(1)无因次化,按差分理论(差分格式见附录二)离散化,计算出缝中各点的浓度 $\bar{C}$,缝中各点的温度用温度模型II(见附录一)计算。

2. Lumping方法

将对流扩散偏微分方程(1)、温度场模型II、不可压缩液体的连续性方程,引入平均值:

$$\bar{C} = \frac{\int_0^{\bar{W}} UCdy}{\frac{\bar{W}}{2} \bar{u}}, \quad \bar{T} = \frac{\int_0^{\bar{W}} TUdy}{\frac{\bar{W}}{2} \bar{u}}$$

简化为一组常微分方程和超越代数方程,然后求解。此方程组为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{W}}{2} \frac{d\bar{u}}{dx} + V_1 &= 0 \\ \frac{\bar{W}\bar{u}}{2} \frac{d\bar{C}}{dx} &= (V_1 - kg)(\bar{C} - C_w) \\ \frac{\bar{W}\bar{u}}{2} \frac{d\bar{T}}{dx} &= \left(V_1 - \frac{hT}{P_f C_f} \right) (\bar{T} - T_{WF}) \\ kg(\bar{C} - C_w) &= kC_w^m \\ h_T(T_{WF} - T) &= kC_w^m(\Delta H) + q_h(t) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

计算成果

1. 同离子效应的影响

同离子效应使氢离子有效传质系数降低,导致酸岩反应速度大幅度减慢,因而 Lef 值增大。图2、3给出同一组计算参数下,同离子效应对酸浓度剖面影响计算曲线。由曲线看出,随着余酸浓度的降低,同离子效应影响加剧。

表1给出同离子效应对 Lef 影响的计算数据。由表1可以看出,(1)考虑和不考虑同离

表1 同离子效应对 Lef 影响对比表

C (%)	T (°C)	Lef(m)		相对偏差 (%)
		不考虑同离子效应	考虑同离子效应	
15	78	91.0	190.45	109.3
	178	68.63	124.31	81.1
28	78	115	373	224.3
	178	76.32	229	200.1

计算参数: 酸量 $120M^3$ $T_w=30^\circ C$ $Q/H=0.087m^3/min \cdot m$ $\bar{W}=0.63 \sim 0.7cm$

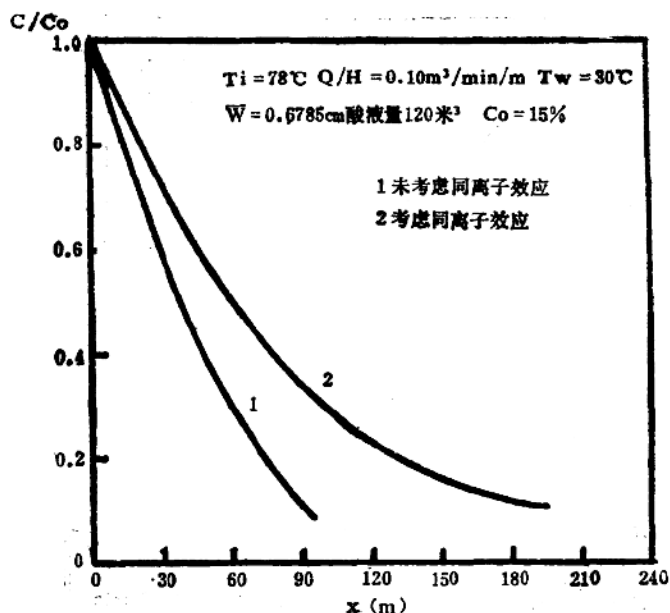


图3

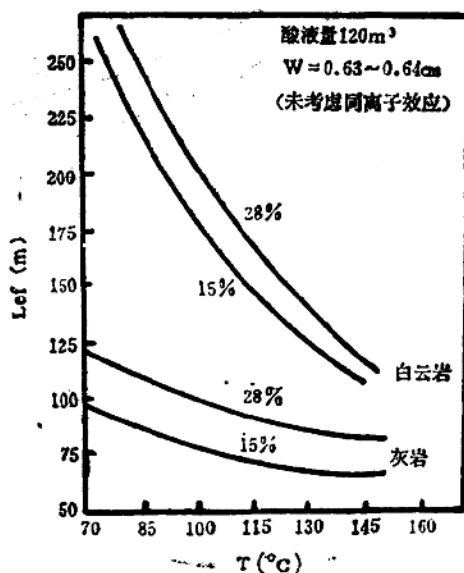


图4

子效应, L_{ef} 的计算值相差1~2倍;(2) 高浓度、低温下同离子效应对 L_{ef} 影响最大;(3) 低浓度高温下同离子效应对 L_{ef} 的影响减弱。

2. 温度影响

温度升高, 反应速度常数变大, 反应速度加快, L_{ef} 降低。计算表明, 白云岩的 L_{ef} 随温度升高、下降较快。见图4。

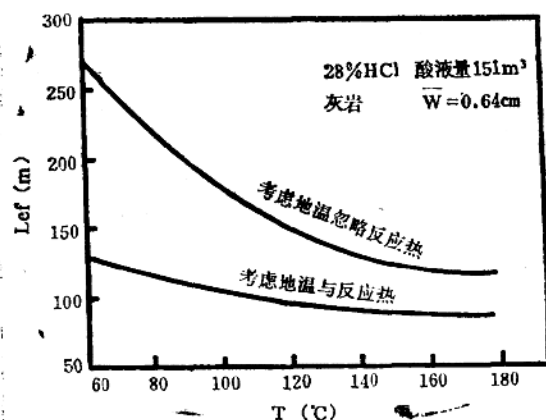


图5 反应热对Lef的影响

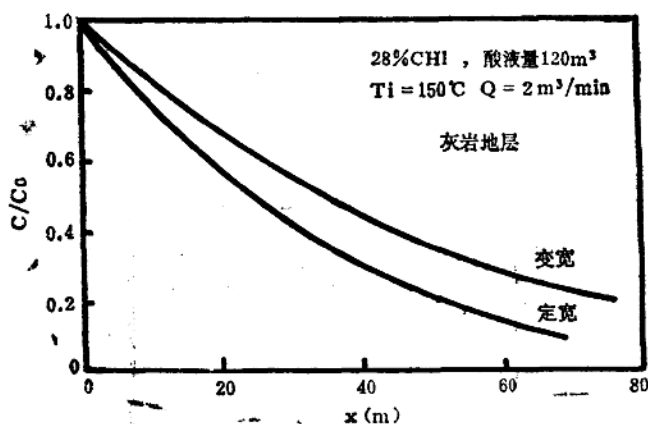


图6

酸岩反应过程中要释放热量，使缝内酸液温度升高。因而反应热也对 Lef 产生影响。如图 5 所示。

表 2 温度计算方法对 Lef 影响对比表

C (%)	Lef(m)		相对偏差
	用实际温度场计算	用平均温度计算	
15	91	89.8	1.32%
28	115	110.8	3.85%

计算参数: $T_1=78^\circ\text{C}$, 酸液 120M^3 $\bar{W}=0.63\text{cm}$, 灰岩

浅井、低温灰岩油气层，用井底温度与地层温度的算术平均值代替缝中实际温度场计算 Lef，在所给示例中，其结果偏差小于 5%（见表 2）。但高温灰岩地层，白云岩地层，最好用实际温度场计算 Lef。

3. 定宽与变宽对计算结果的影响

从表3看出, 用变缝宽计算的 L_{ef} 值大于用定缝宽计算的 L_{ef} 值, 其偏差为15%~25%。由于实际裂缝在水平面呈椭圆形, 井壁处的缝宽比平均宽度大, 而缝宽增大会使酸岩反应速度变慢, 使 L_{ef} 增长。因此, 无论酸液浓度大小、地温高低均应采用符合实际状况的变缝宽计算酸液的 L_{ef} 值。图6是变宽与定宽对浓度剖面影响的对比曲线。

表 3

C %	T °C	L_{ef} (m)		相对偏差 %	备 注
		用定缝宽 $\bar{W}$ 计算	用变缝宽 $W(x)$ 计算		
28	78	97.18	115.63	16.00	灰 岩
	130	73.28	96.86	24.40	灰 岩
15	70	74.29	93.00	20.10	灰 岩
	130	56.45	68.65	17.77	灰 岩
	130	125.11	167.17	25.20	白云岩

计算参数: 酸量 120M^3 , $Q/H=0.087\text{m}^3/\text{min}\cdot\text{in}$

$$T_w=30^\circ\text{C}, \quad \bar{W}=\frac{\pi}{4}w(o)=0.633\text{cm}$$

$$W(x)=w(o)\left[\arcsin\frac{x}{L}+\sqrt{1-\frac{x^2}{L^2}}-\frac{\pi}{2}\frac{x}{L}\right]$$

$$L=256\text{m}$$

结 论

总结上述成果, 可以得到以下结论:

1. 为了更符合实际情况, 在计算酸液的有效作用距离时, 需要考虑同离子效应、缝中温度场的综合影响, 并用变缝宽进行计算。
2. 同离子效应对酸液有效作用距离影响很大。在各种地质施工条件下, 计算酸液 L_{ef} 都要考虑同离子效应的影响。高温低浓度下同离子效应影响较小, 低温高浓度下同离子效应影响最强烈。
3. 酸岩反应生成热对 L_{ef} 影响显著, 在计算实际温度场时, 必须考虑反应生成热的影响。
4. 浅井低温灰岩地层(地层温度 $<80\sim90^\circ\text{C}$), 可用井底温度与地层温度的算术平均值代替缝中实际温度场计算 L_{ef} 。对高温灰岩、白云岩油气层, 最好使用缝中实际温度场计算。
5. 用变宽计算的 L_{ef} 值比用定宽的计算值大15~25%。在酸压设计计算 L_{ef} 中, 需用符合实际情况的变缝宽进行计算。

文中符号意义

C —— 酸液浓度

C_o —— 初始浓度

C_{of} ——压裂液综合滤失系数
 C_f ——流体比热
 C_w ——表面酸液浓度
 C_m ——岩石比热
 D_0 ——氢离子有效传质系数
 E_1 —— D_0 的活化能
 E_2 ——反应活化能
 H ——裂缝高度
 h_T ——热传递系数
 k ——表面反应速度常数
 k_g ——质量传质系数
 k_m ——岩石导热系数
 k_T ——流体导热系数
 L_{ef} ——酸液有效作用距离
 L ——动态裂缝长度
 m ——表面反应级数
 ρ ——无因次反应速度常数
 q ——缝内流体流量
 t ——时间
 T ——温度
 T_i ——地层温度
 T_w ——井底温度
 T_{wf} ——缝壁温度
 V_1 ——液体漏失速度
 $\bar{W}$ ——裂缝宽度
 $w(o)$ ——井壁处缝宽
 ρ_m ——岩石密度
 ΔH ——反应生成热
 ρ_f ——流体密度
 ϕ ——地层孔隙度

参 考 文 献

- [1] D. E. Niemi and B. B. Williams, "Characteristics of Acid Reaction in Limestone Formations"
Soc. Pet. Eng. J. (Dec. 1971) 406—468
- [2] L. D. Roberts and J. A. Guin, "The Effect of Surface Kinetics in Fracture Acidizing"
Soc. Pet. Eng. J. (May. 1975) 227—286
- [3] M. H. Lee and L. D. Roberts, "The Effect of Heat of Reaction on Temperature

Distribution and Acid Penetration in a Fracture" SPE—7893 Paper Presented at Annual Congress of The Petroleum Engineer, Oklahoma City, 1979

[4] N. F. Whistitt and G. R. Dysart, "The Effect of Temperature on Stimulation Design" J. Pet. Tech. (April 1971)

[5] R. D. Richtmyer, "Difference Methods for Initial-Value Problems", New York 1957

[6] A. S. Berman, "Laminar Flow in Channels with Pore Walls" J. of Appl. phys. 1953. Vol 24, No. 9

[7] V. C. Georje et al, "Oil and Gas production from Carbonate Rocks" 1972, New York.

[8] 任书泉: "对碳酸岩地层用酸液进行压裂酸化时酸与岩石反应的数学物理模拟研究" 《石油勘探与开发》1980.NO.3

[9] 任书泉等: "压裂酸化施工时氢离子有效传质系数变化规律的试验研究" 《西南石油学院学报》1982.NO.3

附录一

酸液在缝中流动时温度分布公式

在下列假设条件下推导裂缝内液体的温度。

- (1) 地层和流体两种介质的物理性质不随温度和时间发生变化;
- (2) 酸液沿缝壁向地层漏失速度 V_l 为一常量;
- (3) 缝内液体的温度只沿缝长方向变化;
- (4) 只考虑垂直缝壁方向上地层与流体之间热传导, 忽略缝长和缝高方向的热传导。

裂缝热传导物理模型见图7。据能量平衡方程:

$$q C_f \rho_f T + 2 V_n (\xi, t) H dx = 2 V_l C_f \rho_f T H dx + \left(q + \frac{dq}{dx} dx \right) \rho_f C_f \left(T + \frac{dT}{dx} dx \right) \quad (1-1)$$

单元体的连续方程

$$q = \left(q + \frac{dq}{dx} dx \right) + 2 V_l H dx \quad (1-2)$$

将 (1-2) 代入 (1-1) 得

$$\frac{dT}{dx} = \frac{2H}{q \rho_f C_f} V_n (\xi, t) \quad (1-3)$$

式中 $V_n (\xi, t)$ 是热流函数^[4]

$$V_n (\xi, t) = \sqrt{\frac{M_m k_m}{\pi t}} (T_i - T) \psi (\xi) \quad (1-4)$$

其中

$$\psi (\xi) = e^{-\xi^2} - \sqrt{\pi} \xi \operatorname{erfc} (\xi)$$

$$\xi = \frac{\rho_f C_f V_l}{2(1-\phi)} \sqrt{\frac{t}{C_m K_m \rho_m}}$$

由连续性方程

$$\frac{dq}{dx} = -2V_1 H \quad (1-5)$$

边界条件

$$x = 0, \quad q = q_0 \quad (1-6)$$

积分 (1-5) 式, 并结合式 (1-6)

$$q = q_0 - 2V_1 Hx$$

所以

$$\frac{dT}{dx} = \frac{2H}{(q_0 - 2V_1 Hx)C_f \rho_f} \sqrt{\frac{C_m \rho_m k_m}{\pi t}} (T_v - T) \psi(\xi) \quad (1-7)$$

$$x = 0, \quad T = T_w$$

积分上式, 得

$$\frac{T - T_w}{T_i - T_w} = 1 - \left(1 - \frac{2V_1 Hx}{q_0}\right) \frac{\psi(\xi)}{2\sqrt{\pi \xi(1-\phi)}} \quad (1-8)$$

方程 (1-8) 未考虑酸岩反应生成热的影响。我们采用了一种近似的方法考虑此影响。由于 $\Delta\xi$ (见附录二) 一般很小, 我们近似认为在 $\Delta\xi_k$ 内反应生成热等于 $\Delta\xi_{k+1}$ 内的反应生成热, 即

$$\Delta T_{k+1} = \Delta H (C_{Dk} - C_{Dk-1}) \Delta\xi_k \bar{W}_k / C_f \rho_f \Delta\xi_{k+1} \bar{W}_{k+1} \quad (1-9)$$

所以缝内某点液体的温度

$$T_{k+1} = T + \Delta T_{k+1} \quad (1-10)$$

其中 T 由 (1-8) 式求出。

附 录 二

差分方法的差分格式

引入无因次量

$$\xi = x/\bar{W}/2, \quad \eta = y/\bar{W}/2, \quad C_D = C/C_0, \quad D_0^* = D_e/D_{e0}$$

方程 (1) 无因次化后变为:

$$\left. \begin{aligned} (1 - \frac{R_1'}{R^*} \xi) f_1'(\eta) \frac{\partial C_D}{\partial \xi} + \frac{R_1'}{R^*} f_1(\eta) \frac{\partial C_D}{\partial \eta} &= \frac{1}{R^* S_C} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(D_0^* \frac{\partial C_D}{\partial \eta} \right) \\ \xi = 0, \quad C_D &= 1 \\ \eta = 0, \quad \frac{\partial C_D}{\partial \eta} &= 0 \\ \eta = \pm 1, \quad \frac{\partial C_D}{\partial \eta} &= P C_D^m \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

其中,

$$R^* = \frac{u_0 \bar{W}}{2V}, \quad \frac{R_1'}{R^*} \xi = \frac{2V_1 x}{\bar{W} u_0}$$

$$S_C = V/D_{e0}, \quad P = k \bar{W} C_0^{m-1} (1-\phi)/2D_0$$

方程 (2-1) 的显式差分方程是:

$$\left. \begin{aligned} C_{D_1}^{k+1} &= (E' - A')C_{D_{i+1}}^k + (1 - E' + A' - Z')C_{D_i}^k + Z' C_{D_{i-1}}^k \\ (i &= 2, \dots, N, \quad K = 0, 1, 2, \dots) \\ C_{D_1}^0 &= 1, \quad i = 1, 2, \dots, N+1 \\ C_{D_1}^k &= C_{D_2}^k, \quad K = 0, 1, 2, \dots \\ \rho \Delta \eta \cdot (C_{D_{N+1}}^k)^m - C_{D_{N+1}}^k + C_{D_N}^k &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

其中,

$$A' = \Delta \xi \beta_1 N / \alpha_1$$

$$E' = \Delta \xi r_1 f_{i+\frac{1}{2}}^k N^2 / \alpha_1$$

$$Z' = \Delta \xi r_1 f_{i-\frac{1}{2}}^k N^2 / \alpha_1$$

$$f = a C_D^b \quad (a, b \text{ 为试验常数}^{[9]})$$

$$\alpha = (1 - \frac{R_1'}{R^*} \xi) f_1'(\eta)$$

$$\beta = \frac{R_1'}{R^*} f_1(\eta)$$

$$r = \frac{2}{R^* S_0} e^{\frac{E_1(T-T_0)}{RT_0 T}}$$

如果在 η 向分为 N 等分, 即 $\Delta \eta = 1/N$, 据 John 公式^[9], 我们导出方程 (2-2) 的稳定步长公式为

$$\Delta \xi \leq \frac{3}{4} \cdot C_f \cdot \frac{(1 - R_1 \xi) Pe (N^2 - (N-1)^2)}{R_1 e^{\tau(t)} N^4} \quad (C \xi < 1) \quad (2-3)$$

其中,

$$R_1 = R_1' / R^*, \quad Pe = V_1 \bar{W} / 2 D_{00}$$

方程 (2-1) 也有相应的隐式差分格式。

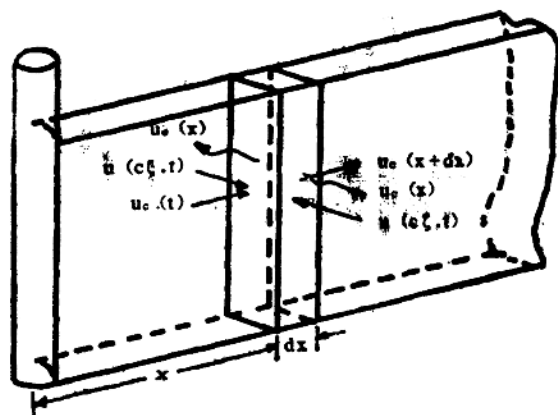


图7 缝中热交换模式