

· 高 考 标 准 化 丛 书 ·

数学测试训练



四川人民出版社

• 高考 标准化 丛书 •

数学测试训练

林和曾 陈云烽 吴召关

四川人民出版社

一九八九年·成都

特约编辑：邓育文

封面设计：邱云松

《高考标准化丛书》

数学测试训练

林和曾、陈云峰、吴召关 著

四川人民出版社出版（成都盐道街3号）

四川省新华书店发行

四川新华印刷厂印刷

开本 $787 \times 1092\text{mm}$ 1/32 印张9 字数175千

1988年1月第1版 1988年1月第1次印刷

ISBN7-220-00281-5/G·33 印数：1—125,000册

定价：1.55 元

编 者 的 话

为改革我国的传统考试制度，建立具有中国特色的考试制度。目前高考以及其他各类考试正在逐步实行标准化考试。这是教改的一项重要内容和发展的必然趋势，也是当前教育界，甚至整个社会十分关注的事情。为了向广大读者，特别是向社会青年，学生和成人高考应试者介绍有关标准化考试的内容（包括各科标准化考试大纲、各类客观性题型及解题要求和方法），我社决定出版一套（包括英语、语文、数学、物理、化学、政治、历史、地理）八种标准化考试的指导丛书，旨在扩大标准化考试宣传，提高读者应试能力。我们希望这套丛书的问世对我国考试制度的改革将起到一定的积极作用。

四川人民出版社

1987年10月

目 录

一、数学标准化考试简介	(1)
二、数学标准化考试试题的特点与解法	(7)
三、练习题	(33)
(一) 选择题	(33)
(二) 填充题	(165)
(三) 论说题	(177)
四、练习题的答案与解法提示	(186)
(一) 选择题	(186)
(二) 填充题	(208)
(三) 论说题	(215)
五、自我测验及其解答	(224)
(一) 理工农医类	(224)
(二) 文史类	(237)
附录一 1987年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学 试题(理工农医类)及解答	(249)
附录二 1987年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学 试题(文史类)及解答	(266)

一、数学标准化考试简介

考试，作为检测教育质量和选拔人才的一种手段，不仅为学校所广泛采用，也为社会上各种考核所广泛采用。在许多国家中，各种大规模的水平性和选拔性考试正日益制度化和标准化。现代的科学方法和电脑技术，在考试理论与考试实施中的应用，也得到了蓬勃的发展。在我国，像高考这样大规模的选拔性考试，也必然要走标准化考试的道路。

本章将结合3年来广东省高考数学标准化考试改革试验的情况，就广大考生对数学标准化考试所关心的问题，作一些简要的介绍。

（一）数学标准化考试是如何实施的？

所谓标准化考试，是指对考试制定出客观而规范性的标准，从命题到实考、阅卷、评分等各个环节都力求减少或避免各种误差，从而测出考生比较真实的成绩的过程。

与传统的的高考比较，广东省高考数学学科标准化考试改革着重进行了下列几项试验：

1. 编制并预先公布考试大纲, 对考试目标和要求, 考试方法和方式, 考试项目和内容, 以及考试成绩的评定, 都作出明确的规定, 以保证考试的有效性和稳定性。它比传统高考中只公布复习范围的做法, 能更有效地指导考生的复习备考, 也使试题的编拟有更为充分的依据, 减少命题人员的个人兴趣和好恶对试题的不利影响。

2. 根据标准化考试的要求, 结合数学学科的特点, 确定采用选择题、填充题和论说题(以分步设问的形式为主)三种题型为试题的命题形式。

选择题和填充题的答案单一确定, 评阅成绩时不受评卷人员主观因素的影响, 评判客观, 一般称这类试题为客观性试题。选择题成绩的评定常借助电脑进行, 经济快捷。这类题目的解答只需直接写出解答的结果, 因而可加大题量, 增加考查点, 有利于对考生进行比较全面的考核, 提高考试的有效性和可信性。此外, 这类试题还能较有效地考查机敏程度和决断能力, 因此成为潜力考核的一个重要内容。

当然, 选择题和填充题作为命题形式, 也是有局限性的。用这类客观性试题, 难以深入地考查逻辑推理能力, 思维表达能力和发明创造能力, 也难以深入考查计算能力。因而还必须设置一部分论说题对考生进行这些方面的深入考查。由于这类试题的答卷评判往往受评阅人员主观因素的影响, 一般称为主观性试题。为了减少这类试题答卷成绩评定的误差, 在试题的设计上, 常采用分步设问的方式。在广东省高考改革的试验中, 论说题多数是分步设问题(读者可参阅附录中的试题)。

3. 进行试题的预先测试, 取得试题的信度, 效度、难度

和区分度的统计数据，为提高高考试题的质量提供必要的基础和科学的依据，促进高考试题的稳定性。

4. 公布试题样本，使考生在高考前便能熟识试卷的结构，试题的形式和答题的方法，使赴考时心中有数，为考生真实水平的正常发挥创造有利条件。

5. 加强试题编拟技术的探讨与研究，改变经验性命题的传统做法。

在高考数学命题中，命题组都严格根据考试大纲的各项规定，先编制知识和能力的双向表，确定命题点，以及各命题点试题占分的多少，再构筑整份试题的蓝图。蓝图应反映出考查的重点。作为高考，应着重考查那些在大学学习中所必须具备的，而且又是在中学阶段所应当掌握的基础知识、基本方法和基本技能。

认真编制双向表蓝图，然后再编拟试题，与传统的经验性命题比较，有下面几个优点：

(1) 确保试题所考查的知识和能力的覆盖面足够大(广东省高考数学试题的知识覆盖面约在80%左右)，使试题达到一定的信度(即考试成绩的可信性)。

(2) 确保试题不偏离考试目标，可提高试题的效度(即考试成绩的有效性)。

(3) 使试题的主次搭配一目了然，对各个层次的考生得分也可作出比较切合实际的估计，可提高试题的区分度(即试题对考生不同的知识和能力水平的鉴别程度)。

(4) 以蓝图为依据组建试题，有助于命题人员集体智慧的发挥，减少个人志趣及个人好恶对命题的不利影响，保证试题的质量。

6. 考试之后, 对试题的质量进行定量分析, 为下一年度的试题编拟提供反馈信息。

为了保证试题的稳定和高质量, 对每一次考试结果除进行定性分析外, 还必须按统计学的原理和教育测量学的方法, 搜集各种有关的数据, 进行统计分析和研究, 对试题质量和考试效果作出科学的评价, 积累资料, 指导以后的考试。

7. 在标准化考试中, 题库的建立, 评卷的电脑化, 标准分的运用, 以及考试手册的编制和使用, 也都是重要的环节。在这些方面, 广东省也已开始并进行了实验性的探索。

(二) 数学标准化考试的试卷结构和 答案要求有何特点?

在广东省高考标准化考试试验中, 各科的试题都分成两卷。第一卷由选择题构成, 其答题卷用统一规格的样式, 考生应在限定的时间内, 在答题卷上用划线的方法标示出自己对各题所选的答案。第二卷由填充题和论说题组成, 考生把自己的解答写在题卷上各题所留空的指定位置。填充题的答案只要求写出结果, 尽量简明扼要。论说题则要求写出解题过程, 包括演算、推理和讨论的各个具体步骤。要求推理严谨, 层次分明, 计算准确、步骤合理、完整。

在广东省高考中, 数学科的考试时间为150分钟。第一卷由25道选择题组成, 要求考生在70分钟内完成该卷解答(若时间有盈余, 可用于第二卷的解答)。这一卷在比较大的范围内考查中学课程的基础知识和基本技能。从难易度看, 多数题目属中档题, 较容易的题目和较难的题目只占少数, 并

要求考生有较快的解题速度。第二卷由5道填充题和4道论说题组成，每道论说题一般设有两问，第一问属基本问题，第二问有一定深度。这样做，可把难点分散，有利于对考生作比较深入的多方面的考查。这一卷除考查基础知识外，主要着重进行能力考查，考生答题时，应先易后难，不应盲目追求每题满分，而应充分反映自己的水平，争取每道题都能取得应有的分数。如果对前面的一些难点，花费了太多的时间，就会造成对后面试题中较为容易的问题没有时间去解答。所以，考生在接到试卷后，应先阅读一遍试题，然后结合自己的实际，安排答题的次序，力求取得好成绩。

(三) 考生应考前如何进行适应性训练？

作为复习备考，对数学学科来说，考生一般必须在知识、解题能力和身心状态三个方面作好充分的准备。同时还应培养考试时的应变能力，以提高考试时的适应性。

1.知识的准备应力求全面。对基础部分应尽量牢固掌握，应尽量弄清自己的优势和薄弱环节的所在，在时间允许的限度内，尽量减少薄弱环节。

2.解题能力的提高离不开多解一些练习题，但是，解题能力的提高与解题数量的多少，并不成正比例关系。同样解一道题目，不同的人其收效不尽相同。为了提高解题效益，应提倡多思考。通过具体解题，积累对各类问题的解答技巧。这里要强调一点，解题练习切忌盲目性，过多地钻研难题，往往得不偿失。

3.考试时，如果没有健康的体质，充沛的精力，平和的

心理，是难以取得好成绩的。因此，备考时，不应只顾埋头读书，还必须加强身体锻炼和心理训练，排除干扰，放下的思想包袱和心理负担。

4.考前进行集体的模拟考试，或者模拟自测。在限定的时间内，完成一定数量的各种形式的试题，也是进行适应性训练的一种较好的做法。但不宜过多，并且测试的时间和测试用的试题也应合理选择，最好不应太临近考试。试题的份量和难易程度也应合适，否则可能会增加考生的心理负担，影响考试时能力的正常发挥。

5.对考试时可能遇到的各种障碍，例如环境变化的影响，身体上一些预先意想不到的毛病，临场时碰上形式新颖的试题等等，可能出现的不利因素，考生应有一定的思想准备和应变能力，使之在遇到障碍时，能在尽量短的时间内克服障碍，保持良好的竞技状态。

二、数学标准化考试试题的特点与解法

在数学标准化考试中，为了能全面地考查学生的知识与能力，一般采用选择题、填空题和论说题三种题型。这里仅对这三种题型谈谈它们的特点和解法等问题。

（一）选择题的特点与解法

1. 选择题的结构。

选择题是标准化考试中最常采用的一种题型。它在结构上包含两部分：一部分叫题干，由直接问句或陈述句（完整的或不完整的陈述）组成；另一部分叫选择项（或叫备选答案），其中包含一个正确答案和几个错误答案。

选择题有好几种形式，通常采用的是一元选择题（或叫最佳选择题），这种题目形式是在题干后有四五个选择项，这四五个选择项中有一个而且只有一个是正确的（即符合题设条件的）。本书所说的选择题都是指一元选择题。通常，人们把不符合题设条件的选择项叫做迷惑项。

在选择题的题目前面，都应该有一段“指导性语言”

(或称解题指令)，目的是告诉考生正确答案的数目、如何答题和如何计分等。

2. 选择题的特点。

选择题有如下一些重要特点：

(1) 小巧灵活。选择题一般题目很小，只考查两三个知识点，要求考生在一二分钟内找到答案，因此可以在较短的考试时间内，解答较多的题目，从而可以扩大考查的知识面，对促进考生全面复习，重视基础知识和基本技能的熟练掌握，提高反应的能力和思维的敏捷等都有好处。

(2) 解答简单。考生只需指出所选的是哪一个选择项，不要求写出计算过程与推理判断过程。因此可使考生充分利用其灵活性与直观能力和发挥其思维简缩能力。又可引导学生学习观察、比较、分析、综合、归纳、判断推理等思维方法。

(3) 评分客观、准确，而且可以使用电子计算机评卷，从而节省大量的人力、物力和时间。

3. 选择题的优缺点。

从选择题的特点可以知道，在考试中采用选择题有多方面的优点，主要是能较好地考查学生全面掌握知识和具有的观察能力、理解能力与思维能力等情况，促进学生培养多方面的能力，以及评分准确快捷。另一方面，选择题也存在一定的缺点，主要是由于解答选择题不必写出计算与推理的过程，而无法从卷面了解考生的思维过程，不能很好考查考生的逻辑推理能力、计算能力与表达能力，也不能确切地了解考生的出错原因、知识上的缺陷与薄弱环节。又由于答案固定，也难以考查以发散思维为主要特征的创造能力与组织材

料的能力。此外，由于题量大，也加重了编拟试题的工作量及增加了命题的困难。

4. 选择题的编拟。

编拟选择题一般要注意如下几个方面：

(1) 根据考试的目的要求和考试的内容进行编拟，每个题目应能测量一个重要的学习结果。试题的难易程度要适中。

(2) 试题的题干仅提出一个明确的问题，题干要简明，题目的要求要明确无误。所有选择项在逻辑上、语法上都要与题干相接。要把必要的叙述和相同的修饰语全部放在题干中，以使选择项的文字尽量简短。数字也要尽量简单。

(3) 迷惑项要富有似真性和迷惑性，要使没有真正掌握该知识的考生感到似是而非。还要有针对性，要根据学生常犯的错误，常有的误解和容易忽视的地方编拟选择题，以引导学生克服存在的缺点和毛病。

(4) 以随机方式来安排正确答案的位置。正确答案在各选择项位置（如A、B、C、D）上出现的次数应大致相等，其配置不能有明显的趋势。

(5) 不要在题干中对正确的答案有任何暗示。

(6) 叙述准确，语意清楚，文字通顺易懂。

5. 选择题的解法。

解选择题就是要从所提供的几个选择项中选取正确的答案。为了能正确而且快速地作出解答，最根本的就是考生要全面熟练地掌握基础知识与基本技能。在解题前，必须认真阅读试题前的解题指令，了解所要解的选择题属何种类型、要求用何种方式解答。解题时要仔细审题，考虑要周全，要认真分析题设条件，弄清题设条件与选择项之间的关系。

选择题可以运用常用的解常规题的方法，但是，由于选择题有其自身的特点，解题又有时间的限制，因此，还需要掌握相应的一些特殊的解题方法和解题技巧。下面介绍几种常见的方法。

(1) 直接法 根据题干所给的条件，通过推理或计算得到正确结论后，对照选择项而作出判断。这是一个基本的方法，几乎所有选择题都可以用这个方法去解，但要注意，这个方法往往不是最简便的。

例1 设 $(1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots + (1+x)^{50} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{50}x^{50}$ ，则 $a_3 =$

(A) C_{50}^3 . (B) C_{51}^4 . (C) $2C_{50}^3$. (D) C_{50}^4 .

$$\begin{aligned} \text{解: } & (1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots + (1+x)^{50} \\ &= 1 + (1+x) + (1+x)^2 + (1+x)^3 + (1+x)^4 + \cdots \\ & \quad + (1+x)^{50} - 1 - (1+x) - (1+x)^2 \\ &= \frac{1 - (1+x)^{51}}{1 - (1+x)} - 1 - (1+x) - (1+x)^2 \\ &= \frac{1 - (1+x)^{51}}{-x} - 1 - (1+x) - (1+x)^2. \end{aligned}$$

因为 $(1+x)^{51}$ 的展开式中，常数项为 1， x^4 的系数为 $-C_{51}^4$ ，所以，上式右边的展开式中的 x^3 的系数为 C_{51}^4 ，即有 $a_3 = C_{51}^4$ 。故应取 (B)。

例2 若复数 $(\sqrt{3} - i)^n$ 是一个纯虚数，则 n 的一个可能的值是

(A) 6. (B) 8. (C) 9. (D) 12.

解：由于一个复数是纯虚数的条件是它的实部为零而且虚部不为零，因此，可以把幂 $(\sqrt{3}-i)^n$ 的实部与虚部计算出来看看。求复数的幂时，往往采用复数的三角形式比用代数形式计算要简单得多（因为这时可用棣莫佛公式）。

$$\text{由于 } \sqrt{3}-i = 2\left(\cos\frac{-\pi}{6} + i\sin\frac{-\pi}{6}\right),$$

$$\begin{aligned}\text{于是 } (\sqrt{3}-i)^n &= 2^n \left[\cos\frac{-\pi}{6} + i\sin\frac{-\pi}{6} \right]^n \\ &= 2^n \left(\cos\frac{-n\pi}{6} + i\sin\frac{-n\pi}{6} \right).\end{aligned}$$

$$\text{而当 } \frac{n}{6} = \frac{1}{2} + k (k \in \mathbb{Z}) \text{ 即 } n = 3 + 6k \text{ 时, } \cos\frac{-n\pi}{6} = 0,$$

$$\sin\frac{-n\pi}{6} \neq 0, \text{ 故应选(C).}$$

例3 在复平面内，椭圆 $|z+1+4i| + |z-3+i| = 7$ 的焦距等于

(A) 5. (B) 25. (C) 29. (D) $\sqrt{29}$.

解：因为两个复数之差的模等于该两复数对应的点之间的距离，根据椭圆的定义，方程 $|z+1+4i| + |z-3+i| = 7$ 表示以复数 $-1-4i$ 和 $3-i$ 对应的点为焦点的椭圆，因此其焦距等于

$$|(3-i) - (-1-4i)| = \sqrt{16+9} = 5,$$

故应选(A)。

例4 若函数 $f(x) = \sin\left(\frac{4x}{3} + \frac{5\pi}{2}\right)$ ($x \in \mathbb{R}$) 和 $g(x) =$

$\sin(\arccos x) (x \in [-1, 1])$, 则

(A) $f(x)$ 是偶函数而 $g(x)$ 是奇函数。

(B) $f(x)$ 是奇函数而 $g(x)$ 是偶函数。

(C) $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是奇函数。

(D) $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是偶函数。

解: 从函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 原来的表达式不容易看到其奇偶性, 因此, 先利用公式把它化简。

$$\text{因 } \sin\left(\frac{4x}{3} + \frac{5\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{4x}{3}\right) = \cos \frac{4x}{3}.$$

$$\begin{aligned}\sin(\arccos x) &= \sqrt{1 - \cos^2(\arccos x)} \\ &= \sqrt{1 - x^2}\end{aligned}$$

显然 $\cos \frac{4x}{3}$ 与 $\sqrt{1 - x^2}$ 都是偶函数, 故应选 (D)。

例 5 函数 $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x+3}$ 的值域是

(A) $[0, +\infty)$. (B) $[, +\infty)$.

(C) $[0, \frac{1}{2}]$ (D) $[0, \frac{1}{4}]$.

解: 求函数的值域首先要确定函数的定义域。显然, 该函数的定义域为 $[1, +\infty)$ 。而当 $x \in [1, +\infty)$ 时, 易知有 $y \geq 0$ 。又因当 $x > 1$ 时,

$$y = \frac{\sqrt{x-1}}{x+3} = \frac{\sqrt{x-1}}{x-1+4} = \frac{1}{\sqrt{x-1} + \frac{4}{\sqrt{x-1}}}.$$

由于正数的算术平均数大于或等于它的几何平均数, 即有