



中国科学院研究生教学丛书



化学反应工程学基础

毛在砂 陈家镛 编著



科学出版社
www.sciencep.com

03
35

中国科学院研究生教学丛书

化学反应工程学基础

毛在砂 陈家镛 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是《中国科学院研究生教学丛书》之一。

本书论述了化学反应工程学的概念、原理、经典公式,体现了数学模型方法的应用,介绍了一些学科前沿的知识和发展状况。全书共12章,内容包括绪论、化学计量学、均相反应动力学、理想反应器、非理想流动模型、多相反应动力学、多相催化宏观动力学、非催化气-固相反应、气-固催化反应器、气-液反应和气-液反应器、气-液-固三相反应器和反应工程学中的数学模型方法。书后附有“拉普拉斯变换”供参考。

本书可供化工专业的硕士研究生及石油、冶金、材料、能源、环境、生化工程等行业的科研、技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

化学反应工程学基础/毛在砂,陈家镛编著. —北京:科学出版社, 2004

(中国科学院研究生教学丛书)

ISBN 7-03-011478-7

I. 化… II. ①毛… ②陈… III. 化学反应工程-研究生-教材 IV. TQ03

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第040926号

策划编辑:杨震 王志欣/文案编辑:吴伶伶/责任校对:宋玲玲

责任印制:安春生/封面设计:槐寿明

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

西源印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年2月第一版 开本:787×1092 1/16

2004年2月第一次印刷 印张:13 3/4

印数:1—3 000 字数:304 000

定价:25.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

《中国科学院研究生教学丛书》总编委会

主 任：白春礼

副主任：何 岩 师昌绪 杨 乐 汪尔康

沈允钢 黄荣辉 叶朝辉

委 员：朱清时 叶大年 王 水 施蕴瑜

余翔林 冯克勤 冯玉琳 高 文

洪友士 王东进 龚 立 吕晓澎

林 鹏

《中国科学院研究生教学丛书》化学学科编委会

主 编：汪尔康

副主编：朱清时

编 委：蒋耀忠 庞文琴 袁倬斌 张玉奎

于德泉

《中国科学院研究生教学丛书》序

在 21 世纪曙光初露，中国科技、教育面临重大改革和蓬勃发展之际，《中国科学院研究生教学丛书》——这套凝聚了中国科学院新老科学家、研究生导师们多年心血的研究生教材面世了。相信这套丛书的出版，会在一定程度上缓解研究生教材不足的困难，对提高研究生教育质量起着积极的推动作用。

21 世纪将是科学技术日新月异，迅猛发展的新世纪，科学技术将成为经济发展的最重要的资源和不竭的动力，成为经济和社会发展的首要推动力量。世界各国之间综合国力的竞争，实质上是科技实力的竞争。而一个国家科技实力的决定因素是它所拥有的科技人才的数量和质量。我国要想在 21 世纪顺利地实施“科教兴国”和“可持续发展”战略，实现邓小平同志规划的第三步战略目标——把我国建设成中等发达国家，关键在于培养造就一支数量宏大、素质优良、结构合理、有能力参与国际竞争与合作的科技大军。这是摆在我国高等教育面前的一项十分繁重而光荣的战略任务。

中国科学院作为我国自然科学与高新技术的综合研究与发展中心，在建院之初就明确了出成果出人才并举的办院宗旨，长期坚持走科研与教育相结合的道路，发挥了高级科技专家多、科研条件好、科研水平高的优势，结合科研工作，积极培养研究生；在出成果的同时，为国家培养了数以万计的研究生。当前，中国科学院正在按照江泽民同志关于中国科学院要努力建设好“三个基地”的指示，在建设具有国际先进水平的科学研究基地和促进高新技术产业发展基地的同时，加强研究生教育，努力建设好高级人才培养基地，在肩负起发展我国科学技术及促进高新技术产业发展重任的同时，为国家源源不断地培养输送大批高级科技人才。

质量是研究生教育的生命，全面提高研究生培养质量是当前我国研究生教育的首要任务。研究生教材建设是提高研究生培养质量的一项重要基础性工作。由于各种原因，目前我国研究生教材的建设滞后于研究生教育的发展。为了改变这种情况，中国科学院组织了一批在科学前沿工作，同时又具有相当教学经验的科学家撰写研究生教材，并以专项资金资助优秀的研究生教材的出版。希望通过数年努力，出版一套面向 21 世纪科技发展、体现中国科学院特色的高水平的研究生教学丛书。本丛书内容力求具有科学性、系统性和基础性，同时也兼顾前沿性，使阅读者不仅能获得相关学科的比较系统的科学基础知识，也能被引导进入当代科学研究的前沿。这套研究生教学丛书，不仅适合于在校研究生学习使用，也可以作为高校教师和专业研究人

员工作和学习的参考书。

“桃李不言，下自成蹊。”我相信，通过中国科学院一批科学家的辛勤耕耘，《中国科学院研究生教学丛书》将成为我国研究生教育园地的一丛鲜花，也将似润物春雨，滋养莘莘学子的心田，把他们引向科学的殿堂，不仅为科学院，也为全国研究生教育的发展作出重要贡献。

杨东祥

前 言

化学反应工程学的诞生已近半个世纪,随着相关工程科学和计算机技术的发展,化学反应工程学也得到了快速的发展。化学反应工程不仅在化学工业中显示出强大的生命力,而且在其他过程工业,如冶金、能源、环保、食品、生化等的生产过程中也得到越来越多的应用。在人类进入 21 世纪的时候,可持续发展、绿色化学、生态化工等新概念渗透到国民经济的各个领域,这对化学反应工程学的发展和应用提出了更多、更新和更高的要求。

由于化学反应工程研究的对象涉及化学反应器的操作、优化、设计、放大、控制和开发新型反应器,需要更多相关学科的最新知识,如传递原理、流体力学、化学动力学、非平衡态热力学、控制论、应用数学、数值计算方法等,用以丰富、强化和创新化学反应工程学的概念、原理和方法,因此化学反应工程学比 50 年前更接近于用机理性的数学模型方法处理化学反应器的目标。在包括化学工业在内的过程工业中从事生产、研究开发、教学工作的中高级技术人员,需要在学习化学反应工程的主要概念和方法后继续钻研,增强运用化学反应工程学原理和工具的能力,迎接发展和更新过程工业提出的挑战。

化学反应工程学是以数学模型方法为主要工具的学科。处理实际问题首先是对过程的物理及化学机理进行去粗取精的分析,然后以数学模型定量地表达过程的机理和规律。学习这门学科需要较多的工程数学知识,才能深刻理解化学反应工程的规律和正确应用这些知识。深厚的数学素养已成为当代化学工程师的一项基本素质。

本书是以中国科学院研究生院 1989 年《化学反应工程》课程的大纲为框架,在此后的教学过程中逐渐发展起来的。在研究生院听课的历届研究生对原《化学反应工程》讲义提出了许多中肯的意见。由于篇幅的限制,本书关于反应工程中的许多重要课题,如催化剂失活、反应器动态特性、各种反应器的宏观特性数据等未能涉及,但本书包含的反应工程学的基础知识可为化学工程师分析和处理新问题提供有力的工具。这次将原《化学反应工程》讲义编著成书时,对其中的章节安排、内容、文字、插图等做了增补和修订。

由于我们水平有限,错误之处在所难免,欢迎阅读、使用、参考本书的读者不吝赐教,谨在此预先表示感谢。

作 者

于北京中关村

2003 年 6 月

目 录

《中国科学院研究生教学丛书》序

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 化学反应工程学的任务和作用	1
1.2 化学反应工程学的内容	1
1.3 化学反应工程学的数学模型方法	2
1.4 化学反应工程学的学习方法	3
第 2 章 化学计量学	4
2.1 化学反应的一般表达式	4
2.2 转化率、收率和选择性	5
2.2.1 转化率	5
2.2.2 收率和选择性	5
2.3 反应体系的组成及在反应过程中的变化	6
2.3.1 组成的表示方法	6
2.3.2 简单反应体系	6
2.3.3 复杂反应体系	7
2.4 复杂反应体系的独立反应	8
2.4.1 独立反应和独立反应数	8
2.4.2 独立反应的求法	9
第 3 章 均相反应动力学	12
3.1 化学反应速率的表示方法	12
3.1.1 单一反应	12
3.1.2 复杂反应	13
3.2 化学反应速率方程	14
3.2.1 与浓度的关系	14
3.2.2 与温度的关系	15
3.2.3 速率方程的积分形式	16
3.2.4 复杂反应的动力学	18
3.3 反应动力学参数的确定	24
3.3.1 简单反应	24
3.3.2 复杂反应	26
第 4 章 理想反应器	28
4.1 间歇反应器	28
4.1.1 反应器体积的计算	28

4.1.2	间歇反应器的优化	29
4.2	活塞流反应器	30
4.2.1	基本假设	30
4.2.2	基本设计方程	30
4.3	全混流反应器	31
4.3.1	基本假设	31
4.3.2	基本设计方程	31
4.4	多级式全混流反应器	32
4.4.1	代数法	32
4.4.2	作图法	33
4.4.3	最佳设计	34
4.5	复杂反应的收率和选择性	36
4.5.1	平行反应	36
4.5.2	连串反应	38
4.5.3	平行-连串反应	39
4.6	其他型式的理想反应器	40
4.6.1	循环活塞流反应器	40
4.6.2	半连续全混流反应器	42
4.6.3	错流反应器	42
4.7	理想反应器的比较和组合	43
4.7.1	单一反应	43
4.7.2	自催化反应	44
4.7.3	复杂反应	44
4.8	理想反应器的能量方程	45
4.8.1	间歇反应器	46
4.8.2	活塞流反应器	46
4.8.3	全混流反应器	47
第5章	非理想流动模型	48
5.1	停留时间分布	49
5.1.1	停留时间分布的定义	49
5.1.2	停留时间分布的实验测定	50
5.1.3	年龄分布与寿命分布的关系	52
5.1.4	理想流动的停留时间分布	53
5.2	非理想流动模型	58
5.2.1	非理想流动在停留时间分布上的体现	58
5.2.2	多级式串联全混流反应器模型	59
5.2.3	轴向扩散模型的建立	60
5.2.4	轴向扩散模型的解	63
5.2.5	轴向扩散模型的结果和应用	68

5.3	组合模型	70
5.3.1	模型的并联	70
5.3.2	模型的串联	71
5.4	反应转化率的预测	73
5.4.1	用停留时间分布预测	73
5.4.2	用流动模型预测	74
5.4.3	开式轴向扩散模型一级反应的转化率	76
5.5	流动模型的参数估计	77
5.5.1	建立模型的步骤	77
5.5.2	参数估计的方法	77
5.5.3	停留时间分布用于反应器诊断	79
5.6	反应流体的混合	81
5.6.1	流体混合的特征	81
5.6.2	混合尺度对反应转化率的影响	81
5.7	流体的循环时间分布	84
第6章	多相反应动力学	86
6.1	吸附速率和吸附平衡	86
6.1.1	吸附类型	87
6.1.2	理想吸附的 Langmuir 等温式	87
6.1.3	真实吸附	89
6.2	理想表面的催化动力学模型	91
6.2.1	模型的一般推导	91
6.2.2	用速率控制步骤推导	91
6.3	真实表面的催化动力学模型	92
6.4	动力学模型的鉴别与参数估计	93
6.4.1	动力学实验	93
6.4.2	建立模型和检验模型	94
第7章	多相催化宏观动力学	96
7.1	多相催化反应的步骤和速率	96
7.2	流体与催化剂外表面间的传质与传热	98
7.2.1	外表面的传递速率	98
7.2.2	流体与催化剂表面的温差	99
7.2.3	外扩散对多相催化反应过程的影响	99
7.3	气体在多孔介质中的扩散	101
7.3.1	孔扩散	101
7.3.2	粒内扩散	103
7.3.3	有效扩散系数的测定	104
7.3.4	二元体系中的 Stefan-Maxwell 公式	105
7.3.5	尘气模型	105

7.4	等温催化剂的有效因子	106
7.4.1	一级反应的有效因子	106
7.4.2	普遍化的 Thiele 模数	109
7.5	非等温催化剂的有效因子	109
7.5.1	有效因子的多值性	109
7.5.2	催化剂活性的最佳分布	111
7.6	内扩散对反应的影响	115
7.6.1	外扩散的判定	115
7.6.2	内扩散的判定	115
7.6.3	内扩散严重性的一般判据	116
7.6.4	内扩散对动力学实验的影响	117
7.6.5	内扩散对复杂反应的影响	118
第 8 章	非催化气-固相反应	121
8.1	一般模型	121
8.2	未反应收缩核模型	122
8.2.1	气膜扩散控制	122
8.2.2	灰层扩散控制	123
8.2.3	化学反应控制	125
8.2.4	一般情况	125
8.2.5	控制步骤的判断	126
8.3	考虑固体结构的模型	127
8.3.1	微粒模型	127
8.3.2	孔隙模型	128
8.4	固体反应物转化率的计算	128
第 9 章	气-固催化反应器	130
9.1	固定床催化反应器的主要类型	130
9.1.1	绝热式反应器	130
9.1.2	换热式反应器	131
9.1.3	径向反应器	131
9.1.4	非稳态操作反应器	132
9.2	固定床反应器的压降	132
9.3	固定床绝热式催化反应器	133
9.3.1	催化剂用量	133
9.3.2	多段绝热式反应器的最佳温度设计	134
9.3.3	其他最佳操作参数	137
9.4	连续换热式催化反应器	137
9.4.1	一维拟均相模型	137
9.4.2	一维拟均相扩散模型	138
9.4.3	二维拟均相模型	139

9.5	固定床反应器的多相模型	140
9.5.1	一维多相模型	140
9.5.2	二维多相模型	141
9.6	气-固流化床催化反应器	141
9.6.1	气-固流化床的应用和结构	142
9.6.2	流化床反应器的数学模型	143
9.6.3	移动床反应器	145
第 10 章	气-液反应和气-液反应器	147
10.1	气-液反应过程	147
10.1.1	气-液相间传质模型	147
10.1.2	化学反应在吸收中的作用	149
10.2	气-液反应宏观动力学	150
10.2.1	扩散-反应微分方程	150
10.2.2	一级不可逆反应	151
10.2.3	不可逆瞬间反应	152
10.2.4	二级不可逆反应	153
10.3	气-液反应器	155
10.3.1	气-液反应器的类型和性质	155
10.3.2	鼓泡塔的数学模型	156
10.3.3	环流反应器的数学模型	158
第 11 章	气-液-固三相反应器	161
11.1	气-液-固三相反应器的用途	161
11.1.1	气-液-固三相反应器的主要类型	161
11.1.2	气-液-固三相体系中的传递过程	163
11.1.3	气-液-固三相反应器的数学模型	165
11.2	固定床三相反应器	167
11.2.1	滴流床反应器	167
11.2.2	气液并流鼓泡床反应器	170
11.2.3	气液逆流固定床反应器	170
11.3	固相运动的三相反应器	171
11.3.1	三相浆态鼓泡床反应器	171
11.3.2	三相搅拌槽浆态反应器	171
11.4	其他多相反应体系	174
第 12 章	反应工程学中的数学模型方法	175
12.1	数学模型方法和模型类型	175
12.2	建立复杂程度合适的反应器模型	176
12.2.1	整体(黑箱)模型	176
12.2.2	分区模型	177
12.2.3	微分方程(分布参数)模型	178

12.3 数学模型的物理化学基础.....	179
12.3.1 模型主框架的构成要素	179
12.3.2 滴流床中静滞液量的数学模型	180
12.3.3 滴流床中液体的径向分布	182
12.4 反应器模型化的工具.....	183
主要参考文献.....	184
习题.....	186
附录.....	195
附录 A 拉普拉斯变换.....	195
附录 B 符号说明	200

第1章 绪 论

1.1 化学反应工程学的任务和作用

从原料生产出有用的产品大多需要经过化学反应,这样化工、冶金、能源、环保工程 etc 过程工业能进行大规模的生产。所谓过程工业,就是依靠物理和化学加工工艺大规模生产新产品和使现有产品获得新特性的加工业。

这些加工过程大致分为两类:物理加工和化学加工。物理加工一般只改变物质的形态和物理性质,不改变物质的化学组成,如机械、建筑、纺织、交通等行业。在化学加工中一定改变了物质的化学成分或组成,从而获得具有新性质的产品。化工、冶金、医药、环保等行业是主要进行化学加工的行业。有时化学加工和物理加工还必须同时或耦合进行,其好处是用较低的成本得到产品。例如,纳米材料制备后多数需立即用物理加工制成产品。

反应器是以可控方式实现化学加工的装置。在化学反应器内进行化学反应时也同时涉及传递、相变、加热、冷却等物理过程。在反应器中,化学过程和物理过程之间有复杂的相互作用。例如,质量和热量的传递速率过程对化学反应速率有时起限制的作用;传热不良可导致反应器温度失控,甚至发生爆炸。在实验室的物理、化学研究中,或许可以忽略传递因素的影响,但在大规模的工业反应器中,这些因素不能忽略。操作和设计反应器,必须对反应器内发生的物理和化学过程的机理、规律有充分和定量的认识。

鉴于上述需要,自然而然地诞生了化学反应工程学,可以把它定义为旨在认识工业上采用的化学反应器内的物理及化学过程,以及它们相互的影响,最终达到成功操作和设计反应器的分支科学。1957年召开的第一届欧洲化学反应工程会议标志了这门科学的正式诞生。化学反应工程学可以帮助我们充分认识反应器中过程的规律;优化现有反应器的操作,提高生产能力;设计放大化学反应器,开发新型反应设备。

1.2 化学反应工程学的内容

化学反应工程的中心内容是认识有关操作和设计反应器的所必需的知识,大致分为两个方面:① 化学反应器的分析,即将反应器内的复杂过程分解为若干子过程,并对它们逐一加以研究;② 化学反应器的优化操作和设计放大,这需要将上述反应器内的子过程在空间和时间域上加以综合,得到对反应器的整体认识。

研究这些内容,涉及许多相关学科的知识和方法,包括以下四项。

(1) 传递过程原理。包括三传(动量传递、热传递和物质传递)与化学反应间的相互作用。作为传热和传质的基础,流体力学和多相流体力学起着很大的作用。

(2) 化学工艺学。从工艺流程的要求,决定反应器的选型和设计。

(3) 化学热力学。包括反应体系的物理性质、化学反应的平衡常数、反应的热效

应等。

(4) 化学动力学。包括简单和复杂体系的本征动力学、受传递过程影响的宏观动力学。

(5) 催化剂化学和工程。包括催化反应的反应动力学、催化剂的制备及有关工程问题。

(6) 工程控制。包括反应器的动态特性、反应器状态的测量与控制。

化学反应工程学内容与其他基础学科的关系如图 1.1 所示。

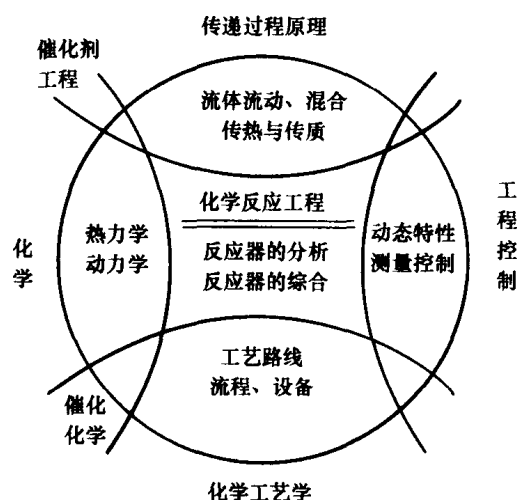


图 1.1 化学反应工程学内容
与其他基础学科的关系

图 1.1 中没有合适的地方来标出化工应用数学,因为当所有的交叉学科应用于化学反应工程学时,都需要用数学方法和数值计算技术来进行定量的分析计算。建立反应器和反应动力学的模型、优化反应器的设计和操作,都有赖于正确的数学方法和对其熟练的应用。

1.3 化学反应工程学的数学模型方法

早期研究化学工程(单元操作)的方法是经验归纳法,包括因次分析和相似分析。因次分析的科学依据是:物理量的相等,必须是在量纲、单位和数值三个层次上相等。为了得到最能反映过程本质的最好关联式,选择什么样的无因次准数和什么样的函数形式,有很大的经验性。

例如,描述管道中的单相流动涉及压力降 Δp 、直径 D 、黏度 μ 、长度 L 、密度 ρ 、平均线速度 U 等 6 个参数。若将实验数据整理成如式(1.1)的关联式

$$-\Delta p = f(D, L, U, \mu, \rho) \quad (1.1)$$

由式(1.1)可知,需要变化除 Δp 外的 5 个参数进行实验,才能得到一套完整的数据。但用因次分析的方法,可得 3 个无因次准数间的关联式

$$-\left(\frac{\Delta p}{\rho U^2}\right) = k \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{DU\rho}{\mu}\right)^{-1} \quad (1.2)$$

式(1.2)中,左边括弧里是 Euler 准数,右边第一个括弧是无因次长度,右边第二个括弧是 Reynolds 准数。这样,方程(1.1)简化到只含 3 个变量,可按 2 个独立自变量来安排实验,大大减少了实验工作量。事实上,若取 $k = 32$,则与已有的层流管道流动的解析解一致

$$-\Delta p = \frac{32U\mu L}{D^2} \quad (1.3)$$

取管长为特征尺寸构成雷诺数 Re ,则式(1.2)不能很好地关联实验数据。

化学反应器涉及的参数很多,交互作用更复杂,有必要采用更准确、灵活的数学模型方法来处理。目前数学模型方法已普遍用于以下模型。

- (1) 化学动力学模型(无传递过程影响的)和宏观动力学模型(受传递过程影响的)。
- (2) 流动模型。反应器中的理想和非理想流动。
- (3) 传递模型。传热和传质过程的模型。
- (4) 反应器总体模型。以上过程模型的综合。

视对过程了解的清楚程度和对过程数学描述的精确程度,数学模型的复杂程度有很大的差别,它可分为机理模型、半经验-半机理模型及经验模型。它们分别对应于通常所说的白箱模型、灰箱模型、黑箱模型。化学工程中所谓的放大效应,就是用经验模型(包括经验关联式)不能解决设备放大设计而产生的难题。若对反应器和其中进行的化学反应动力学有清楚的了解,则可以利用机理性的模型来做放大设计,将不存在放大效应的问题。工业生产实践中已有用数学模型将反应器直接放大上万倍的成功范例。

建立数学模型的主要物理化学依据都是在物理和化学等学科中已经建立的规律,下面列出一些常用的重要定律:① 化学动力学;② 守恒律(积累量 = 输入 - 输出),包括质量守恒,能量守恒,动量守恒;③ 物性参数的估算。

1.4 化学反应工程学的学习方法

既然化学反应工程学的主要方法是数学模型方法,而数学模型的建立是先分析反应器或其中过程的物理化学机理,建立经过必要的简化的物理化学模型,然后将其转化为恰当的数学表达式,最后得出其解析解或数值解整个过程。学习化学反应工程的第一要点是清晰地了解概念和方法的物理、化学内涵,然后给出恰当和简明的物理化学模型,最后才是灵活、准确地应用必要的数学工具表达这个物理化学模型。第一、二点保证数学模型在原理上是正确的,第三点保证数学模型在放大和优化上是定量和有效率的。

第2章 化学计量学

化学计量学是定量地考察化学反应器中进行的过程需要的基本工具之一。化学计量学的基础是以化学反应式形式表达的质量守恒定律,主要用于计算反应器中某一时刻的化学组成和各组分的数量变化。

2.1 化学反应的一般表达式

化学反应式表达了反应物和生成物间的定量关系,即化学计量关系。例如,二氧化硫被氧气氧化为三氧化硫的反应可写成



用符号 A 加下标表示不同组分的量,于是有



或



更一般的形式是

$$\sum_i \nu_i A_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.4)$$

式中: n ——组分数;

ν_i ——组分 i 的化学反应计量系数。

式(2.4)中,若 $\nu_i > 0$, 表示组分 i 为产物; $\nu_i < 0$, 表示 i 为被消耗的反应物。

体系中只有一个化学反应进行时,称此体系为简单反应体系。复杂反应时指有多个反应同时进行的体系。若体系的组分数为 n , 化学反应数为 m , 则复杂反应可表示为

$$\sum_{i=1}^n \nu_{ij} A_i = 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2.5)$$

式中, ν_{ij} 为组分 A_i 在第 j 个反应中的化学计量系数。

式(2.5)实际是下列两种表示方法的简写

$$\left. \begin{array}{ccccccc} \nu_{11}A_1 & + & \nu_{21}A_2 & + & \cdots & + & \nu_{n1}A_n & = & 0 \\ \nu_{12}A_1 & + & \nu_{22}A_2 & + & \cdots & + & \nu_{n2}A_n & = & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \ddots & & \vdots & & \\ \nu_{1m}A_1 & + & \nu_{2m}A_2 & + & \cdots & + & \nu_{nm}A_n & = & 0 \end{array} \right\} \quad (2.6)$$

$$\begin{bmatrix} \nu_{11} & \nu_{21} & \cdots & \nu_{n1} \\ \nu_{12} & \nu_{22} & \cdots & \nu_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \nu_{1m} & \nu_{2m} & \cdots & \nu_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

式(2.6)和式(2.7)很像是代数方程组,但实际上不是,因为 A_i 不是变量。其中的系