

现代测绘科技丛书

# GPS 相对定位的数学模型

魏子卿 葛茂荣 编著



543

测绘出版社

现代测绘科技丛书

# GPS 相对定位的数学模型

魏子卿 葛茂荣 编著

测 绘 出 版 社

· 北 京 ·

## 内 容 简 介

本书以介绍基本的 GPS 相对定位的数学模型和常用的数据处理方法为准则,以满足大地测量应用和一般 GPS 定位工作的需要为目标。内容包括时间和坐标系统、GPS 信号和观测量、观测模型、定位误差源、相对定位模式、模糊度分解、周跳修正和参数估计,最后简述了软件设计,并附有部分源程序。

本书可作为测绘专业和相关专业的工作者进一步学习了解 GPS 定位技术的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

GPS 相对定位的数学模型/魏子卿,葛茂荣编著. —北京:测绘出版社,1997.12

(现代测绘科技丛书/陈俊勇主编)

ISBN 7-5030-0909-8

I. G… II. ①魏…②葛… III. 全球定位系统(GPS)-数学模型 IV. P228

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 19990 号

### 测绘出版社出版发行

(100054 北京市宣武区白纸坊西街3号 (010)63510007)

北京怀柔新华印刷厂印刷·新华书店总店北京发行所经销

1998年2月第一版·1998年2月第一次印刷

开本:850×1168 1/32·印张:6

字数:156千字·印数:0 001—3 000册

定价:14.00元

## 前 言

全球定位系统 (GPS) 是美国国防部研制的导航定位授时系统, 由 24 颗等间隔分布在 6 个轨道面上大约 20 000km 高度的卫星组成。星座已于 1993 年底布署完毕, 系统业已投入全面运行。GPS 卫星以 L 波段频率 (1.2276GHz 和 1.57542GHz) 向地球发射调制有伪随机噪声码和广播星历的载波信号。GPS 用户从接收的 GPS 信号可以得到足够的信息进行精密定位和定时。

测地型 GPS 接收机可以得到伪距测量和测量分辨率为毫米级的载波相位测量。载波相位测量是对 GPS 精密定位最有用的测量。GPS 定位可以概括为两类, 即单点定位和相对定位。单点定位利用一点采集的观测数据和广播星历确定点的坐标。单点定位的精度受到广播星历误差和钟信息 (包括选择可用性误差) 的限制。相对定位利用多点采集的观测数据确定未知点相对已知点的坐标。相对定位由于抵消了钟误差和部分星历误差及大气折射误差的影响而得到更好的定位精度, 在实践中更为使用。实际上, 相对定位不只可以给出很好的相对精度, 在已知点为高精度基准点的情况下, 还可以给出很好的绝对 (地心) 精度。早在 80 年代初期 GPS 系统试验阶段, 相对定位精度已达到厘米级。现在 GPS 相对定位的相对精度已好于  $1 \times 10^{-8}$ , 业已接近甚长基线干涉测量 (VLBI) 和卫星激光测距 (SLR) 的精度, 进一步拓宽了 GPS 的应用领域。毫不夸张地说, GPS 定位业已引起大地测量发生了革命性变化, 也极大地推动了地球动力学、地球物理学和地震学的发展。GPS 定位技术的惊人进展及其重大影响大概也是出乎 GPS 设计者的最初预料的。

随着 GPS 定位技术在测绘中应用日益广泛, 广大测绘工作者

希望对 GPS 定位有更多的了解。本书正是适应这种需要,为介绍 GPS 相对定位的数学模型而编写的。作者深切认识到, GPS 定位数学模型和数据处理方法因不同应用和不同要求而多种多样,一本小册子全面而详尽地介绍各种模型和方法是不可能的。本书有意以介绍基本的数学模型和常用的数据处理方法为准则,以满足大地测量应用和一般 GPS 定位工作的需要为目标。本书不着意原理的阐述和公式的推演,而侧重模型和方法的研究。内容包括时间和坐标系统、GPS 信号和观测量、观测模型、定位误差源、相对定位模式、模糊度分解、周跳修正和参数估计,最后简述了软件设计,作为附录还给出了一些有用的源程序,供软件研制人员参考。

作者希望本书能够对于测绘专业和相关专业的工作者进一步学习了解 GPS 定位技术有一定帮助。读者通过阅读本书可望得到 GPS 定位的基本数学模型,掌握 GPS 定位的主要数据处理方法,有助于更好地使用商用定位软件,以及开发自己的定位软件。

由于作者的知识范围和业务水平所限,书中一定会有不妥甚至谬误之处,恳切希望读者批评指正。

作 者

1996 年 4 月于北京

## 《现代测绘科技丛书》

### 编委会委员名单

**主任委员：**陈俊勇

**副主任委员：**宁津生 高俊 张祖勋  
楚良才 陈永奇 华彬文

**委员：**(以姓氏笔划为序)

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 于来法 | 方恒  | 田应中 |
| 朱华统 | 李德仁 | 陈绍光 |
| 张清浦 | 林宗坚 | 陶本藻 |
| 钱曾波 | 黄杏元 | 梁宜希 |
| 喻永昌 | 廖克  | 潘正风 |

## 出 版 说 明

《现代测绘科技丛书》是经国家测绘局批准列入我社“八五”重点出书规划的选题之一。其编写宗旨是对 80 年代以来测绘科技领域在新理论、新技术、新工艺等方面所取得的成果进行总结，整理成册，以期对改造传统测绘生产技术，提高劳动生产率 and 产品质量，形成我国现代测绘技术体系，发挥科技图书应有的作用；同时也为反映我国测绘科学研究水平，丰富我国测绘学术专著宝库服务。出版本套丛书也是为适应加速测绘科技成果转化为实现生产力的需要。

本套丛书按专题成册。专题有两种类型：一类偏重学术性，主要反映我国测绘各专业近十年来在理论研究方面所取得的、能代表我国先进水平的新成就和某些老专家毕生研究成果的专著，以及测绘前沿填补国内空白的著作；另一类偏重应用技术，是本丛书的主体，其内容是在理论指导下以新技术、新工艺、新材料、新产品研究成果的推广应用为主，个别的配有实用软件。

由于 GPS（全球定位系统）涉及测量界多方面的应用，内容较多，丛书中将分册配套编写，各册主题明确，内容相辅相成，组合起来 GPS 测量内容就显得比较完整，又发挥了各作者的专长。

丛书编委会于 1992 年 1 月成立，全体编委对丛书出版意图、读者对象，乃至每个选题及其内容都作了充分研究和讨论，在全国测绘界选择了有代表性的专家参加各个分册的撰写和审稿工作。按照计划，这套丛书的各分册将根据撰写完成情况先后定稿出版，陆续与读者见面。

# 目 录

|                             |        |
|-----------------------------|--------|
| <b>第一章 时间和坐标系</b> .....     | ( 1 )  |
| § 1.1 地球空间运动 .....          | ( 1 )  |
| § 1.2 时间系统 .....            | ( 4 )  |
| § 1.3 坐标系统 .....            | ( 9 )  |
| § 1.4 卫星星历 .....            | ( 13 ) |
| <b>第二章 GPS 信号和观测量</b> ..... | ( 22 ) |
| § 2.1 GPS 信号 .....          | ( 22 ) |
| § 2.2 GPS 观测量 .....         | ( 31 ) |
| § 2.3 观测量的线性组合 .....        | ( 34 ) |
| <b>第三章 观测模型</b> .....       | ( 42 ) |
| § 3.1 概述 .....              | ( 42 ) |
| § 3.2 相位观测方程 .....          | ( 43 ) |
| § 3.3 观测方程的线性化 .....        | ( 46 ) |
| § 3.4 差分相位的观测方程 .....       | ( 52 ) |
| § 3.5 双频相位组合 .....          | ( 55 ) |
| <b>第四章 定位误差源和改正模型</b> ..... | ( 56 ) |
| § 4.1 对流层折射 .....           | ( 56 ) |
| § 4.2 电离层折射 .....           | ( 62 ) |
| § 4.3 多路径效应 .....           | ( 69 ) |
| § 4.4 相对论效应 .....           | ( 70 ) |
| § 4.5 钟差 .....              | ( 73 ) |
| § 4.6 SA 频率抖动 .....         | ( 75 ) |
| § 4.7 轨道误差 .....            | ( 77 ) |
| § 4.8 地球旋转改正 .....          | ( 78 ) |

|            |                         |              |
|------------|-------------------------|--------------|
| § 4.9      | 天线相位中心偏差改正 .....        | (80)         |
| § 4.10     | 地球固体潮改正 .....           | (82)         |
| <b>第五章</b> | <b>相对定位模式 .....</b>     | <b>(86)</b>  |
| § 5.1      | 概述 .....                | (86)         |
| § 5.2      | 非差模式 .....              | (88)         |
| § 5.3      | 单差模式 .....              | (93)         |
| § 5.4      | 双差模式 .....              | (93)         |
| § 5.5      | 三差模式 .....              | (95)         |
| § 5.6      | 差分算子与差分观测的权矩阵 .....     | (95)         |
| § 5.7      | 引入虚拟观测的双差算法 .....       | (100)        |
| <b>第六章</b> | <b>模糊度分解 .....</b>      | <b>(105)</b> |
| § 6.1      | 基本方法 .....              | (105)        |
| § 6.2      | 快速分解法 .....             | (108)        |
| § 6.3      | 模糊度函数法 .....            | (113)        |
| § 6.4      | 用双频 P 码伪距的 M-W 方法 ..... | (115)        |
| § 6.5      | 其他方法 .....              | (117)        |
| <b>第七章</b> | <b>周跳修正 .....</b>       | <b>(119)</b> |
| § 7.1      | 概述 .....                | (119)        |
| § 7.2      | 多项式拟合法 .....            | (120)        |
| § 7.3      | 线性拟合法 .....             | (124)        |
| § 7.4      | 用双频 P 码伪距修正周跳 .....     | (126)        |
| § 7.5      | 关于修正周跳的几点说明 .....       | (128)        |
| <b>第八章</b> | <b>参数估计 .....</b>       | <b>(130)</b> |
| § 8.1      | 最小二乘估计 .....            | (130)        |
| § 8.2      | 最小二乘应用中的个别问题 .....      | (133)        |
| § 8.3      | 卡尔曼滤波 .....             | (137)        |
| § 8.4      | 随机模型 .....              | (141)        |
| <b>第九章</b> | <b>相对定位软件设计 .....</b>   | <b>(145)</b> |
| § 9.1      | 概述 .....                | (145)        |

|                       |       |
|-----------------------|-------|
| § 9.2 软件结构 .....      | (146) |
| § 9.3 主要功能模块 .....    | (147) |
| § 9.4 程序示例 .....      | (148) |
| <b>附录 部分源程序</b> ..... | (152) |
| <b>参考文献</b> .....     | (179) |

# 第一章 时间和坐标系

坐标系对于模型化观测量和解释定位结果是必不可少的。在卫星定位中，至少用到两类坐标系，即相对空间固定的惯性系和相对地球固定的地固系。GPS 观测的高精度对坐标系的精度提出了很高的要求。因为观测量和位置随时间变化，时间记录和时间模型化同样起着重要作用。时间和坐标系是 GPS 定位的重要基础。本章将首先介绍地球在空间的运动，然后介绍时间和坐标系。

## § 1.1 地球空间运动

我们居住的行星——地球绕旋转轴自转，同时在以太阳为一焦点的椭圆轨道上绕太阳公转，公转轨道面称为黄道面。过地球质心垂直于黄道面的直线与天球的交点称为黄极。过地球质心垂直于旋转轴的平面称为赤道面。旋转轴与天球的交点称为天极。黄道与赤道的交点称为二分点，即春分点和秋分点。

太阳、月亮和太阳系的其他行星对地球非球形部分的引力作用总是使地球的自转轴方向趋于黄极方向，而地球自转的转动惯量又要保持自转轴方向不变。这样就使地球自转轴在空间绕黄极不断改变方向。这种现象称为地轴的进动。进动中周期约为 26 000 年的长周期项称为岁差，短周期项称为章动。

岁差和章动使地球自转轴方向、春分点和赤道面的位置不断变化。某一历元时刻  $t$  的瞬时天极定义为历元  $t$  的真天极，相应于真天极的赤道和春分点分别称为真赤道和真春分点。去掉章动影响得到历元  $t$  时的平天极、平赤道和平春分点。两个历元的平赤道之差即岁差改正。计算岁差和章动自 1984 年以来采用 IAU(国际

天文协会)的岁差常数和章动模型。任意历元  $t$  到历元 J2000.0 的岁差改正用三个岁差角  $\xi_a$ ,  $\zeta_a$ ,  $\theta_a$  表示, 相应的计算公式为:

$$\begin{aligned}\xi_a &= 2\,306.218\,1''T + 0.301\,88''T^2 + 0.017\,998''T^3 \\ \zeta_a &= 2\,306.218\,1''T + 1.094\,68''T^2 + 0.018\,203''T^3 \\ \theta_a &= 2\,004.310\,9''T - 0.426\,65''T^2 - 0.041\,833''T^3\end{aligned}\quad (1-1)$$

章动分解为黄经章动  $\delta\Psi$  和倾角章动  $\delta\epsilon = \epsilon - \epsilon_0$ , 这里  $\epsilon$  和  $\epsilon_0$  分别为真黄赤交角和平黄赤交角,  $\epsilon_0$  的表达式为:

$$\begin{aligned}\epsilon_0 &= 23^\circ 26' 21.448'' - 46.815\,0''T - 5.9'' \times 10^{-4}T^2 + \\ &\quad 1.813'' \times 10^{-3}T^3\end{aligned}\quad (1-2)$$

式中  $T$  为自 J2000.0 算起的儒略世纪数。

$\delta\Psi$ ,  $\delta\epsilon$  与太阳和月亮的位置有关。按照 1980 IAU 章动理论, 它们按太阳月亮位置引数展开为 106 项, 以表的形式列出。表中前 5 列为引数, 后 4 列依次为相应项的黄经章动及其变化率、倾角章动及其变化率。5 个引数分别为月亮平近点角  $l$ 、太阳平近点角  $l'$ 、月亮升交点角距  $F$ 、日月平角距  $D$  和月亮平轨道在黄道上升交点的黄经  $\Omega$ 。它们的计算公式为:

$$\left. \begin{aligned}l &= 134^\circ 57' 46.733'' + (1325'' + 198^\circ 52' 02.633'')T + \\ &\quad 31.310''T^2 + 0.064''T^3 \\ l' &= 357^\circ 31' 39.840'' + (99'' + 359^\circ 03' 01.224'')T - \\ &\quad 0.577''T^2 - 0.012''T^3 \\ F &= 93^\circ 16' 18.877'' + (1342'' + 82^\circ 01' 03.137'')T - \\ &\quad 13.257''T^2 + 0.011''T^3 \\ D &= 297^\circ 51' 01.307'' + (1236'' + 307^\circ 06' 41.328'')T - \\ &\quad 6.891''T^2 + 0.019''T^3 \\ \Omega &= 125^\circ 02' 40.280'' - (5'' + 134^\circ 08' 10.539'')T + \\ &\quad 7.455''T^2 + 0.008''T^3\end{aligned}\right\}\quad (1-3)$$

其中  $r$  表示以圆周为单位,  $1'$  等于  $360^\circ$ 。令  $U = (l, l', F, D, \Omega)^T$ ;  $\alpha_{ij}$  为第  $i$  项的 5 个引数的系数;  $\delta\epsilon_i$  为交角章动;  $\dot{\delta\epsilon}_i$  交角章动变化率;  $\delta\Psi_i$  为黄经章动;  $\dot{\delta\Psi}_i$  为黄经章动变化率。这里下标变量  $i=1, 2, \dots, 106$ ,  $j=1, 2, \dots, 5$ , 则交角章动和黄经章动可表示为:

$$\delta\epsilon = \sum_{i=1}^{106} \left[ (\delta\epsilon_i + \dot{\delta\epsilon}_i \cdot T) \cos \left( \sum_{j=1}^5 \alpha_{ij} \cdot u_j \right) \right] \quad (1-4a)$$

$$\delta\Psi = \sum_{i=1}^{106} \left[ (\delta\Psi_i + \dot{\delta\Psi}_i \cdot T) \sin \left( \sum_{j=1}^5 \alpha_{ij} \cdot u_j \right) \right] \quad (1-4b)$$

以上各式中  $T = (\text{JD}_{\text{TDB}} - 2451545.0) / 36525$ ,  $\text{JD}_{\text{TDB}}$  为当时质心动力学时相应的儒略日。

地球旋转轴的位置相对固体地球的变化称为极移。在实践中, 极移定义为由 1980 IAU 章动理论定义的极即天球历书极 (CEP) 相对协议地球极 (CTP, 例如 IERS 参考极) 的运动。CEP 与瞬时旋转轴相差一振幅小于  $0.01'$  的准周日项。实际观测到的极移主要包含两个周期分量, 一个是平均摆动幅度约为  $0.15'$  和周期为 435 天的自由摆动, 即张德勒摆动; 另一个是平均摆动幅度为  $0.10'$  和周期为一年的受迫摆动, 主要由气象季节性变化引起的。此外还有其他周期的摆动和长期漂移。由于极移小于 30m, 常在一个平面直角坐标系内表示极位置。平面坐标系的原点在协议地球极, 正  $x$  轴向南在首子午线方向,  $y$  轴在西经  $90^\circ$  方向, 极坐标用极移分量对于地心的夹角表示。极移只能根据实际观测得到。近年来极移由甚长基线干涉测量 (VLBI), 卫星激光测距 (SLR), 月球激光测距 (LLR) 和全球定位系统 (GPS) 等空间技术确定, 由国际地球自转服务局 (IERS) 在 IERS 公报中公布。

地球自转角速度的变化引起日长变化或世界时 UT1 变化。地球自转受潮汐摩擦逐渐变慢, 地球大气分布变化造成自转速度季节性变化, 海洋潮汐还引起短周期变化。UT1 也由 IERS 实测, 在 IERS 公报中公布。

## § 1.2 时间系统

时间具有两个既有区别又有联系的作用，一是记录历元，即某一现象或观测发生的瞬间；二是计量间隔，即在某一时间尺度中度量的两历元之间消逝的时间。时间系统由时间原点和时间单位定义。时间系统可以有多种定义方式。然而只有根据某种可观测的规律性的物理现象定义的时间系统在实践中才便于维持。时间系统的科学性和实用性决定于它的连续性和均匀性。本节将着重介绍在 GPS 定位中常用的时间系统和它们之间的相互关系。

### 一、定义

#### 1. 国际原子时

原子核外的电子从一个轨道跃迁到另一个轨道要吸收或发射出一定频率的电磁波。原子时即是基于原子的量子跃迁产生的电磁振荡定义的时间。国际单位制(SI)的时间单位秒定义为铯 133 原子基态的两超精细级间跃迁辐射的  $9\,192\,631\,770$  周期所经历的时间。国际原子时(TAI)是前国际时间局(BIH)于 1972 年 1 月 1 日引入的，原点为 1958 年 1 月 1 日 0 时 UT1，即在这一瞬间国际原子时和世界时的时刻相同。单位间隔恰好为海平面处一 SI 秒。国际原子时通过全世界天文台的原子钟来维持，是一个连续而且均匀的时间尺度。TAI 的不稳定性比 UT1 的不稳定性小大约 6 个数量级。

#### 2. 恒星时

恒星时直接与地球旋转发生关系。地方恒星时是春分点相对于地方子午面的时角。对应于平春分点和真春分点，有地方平恒星时和地方视恒星时。格林尼治恒星时为春分点相对于格林尼治子午面的时角，有格林尼治平恒星时 GMST 和格林尼治真恒星时 GAST。GAST 和 GMST 之间的关系为：

$$\text{GAST} = \text{GMST} + \delta\psi \cos \epsilon \quad (1-5)$$

其中  $\delta\psi$  为黄经章动,  $\epsilon$  为所论时刻真赤道相对于黄道的夹角,  $\epsilon = \epsilon_0 + \delta\epsilon$ ,  $\epsilon_0$  为平赤道相对于黄道的夹角。式中第二项被视为分点差, 精度不足毫角秒。分点差更精确的表达式为  $\Delta\psi \cos \epsilon + 0.002\ 64'' \sin \Omega + 0.000\ 63'' \sin 2\Omega$ ,  $\Omega$  代表月亮升交点的平经度。格林尼治恒星时把春分点和地固系的起始子午面联系起来。格林尼治平恒星时, 根据 UT1 由下式计算:

$$\begin{aligned} \text{GMST} = & 67310.54841\text{s} + (8640184.812866\text{s} + 876600\text{h})T + \\ & 0.093104\text{s}T^2 - 0.62 \times 10^{-6}\text{s}T^3 \end{aligned} \quad (1-6)$$

式中  $T = (\text{JD}_{\text{UT1}} - 2451545.0) / 36525.0$ , JD 为儒略日。

恒星时的基本单位为平恒星日, 定义为平春分点相邻两次过当地子午圈上中天的间隔。恒星日习惯上又分成时(h)、分(min)、秒(s)。

恒星时由于其不均匀性和不规则性, 现代已不被当作时间尺度, 而是作为地球上一点相对空间固定参考系角位置的度量。

### 3. 世界时

世界时(UT)定义为平太阳(以太阳沿黄道周年运动的平均速度沿赤道作匀速运动的虚太阳)相对格林尼治子午面的时角加 12 小时。世界时区分为 UT0, UT1 和 UT2。UT0 是由观测直接得到的。在 UT0 上加上极移改正得到 UT1。在 UT1 上加上季节性变化改正得到 UT2。尽管 UT2 最接近于均匀的旋转时, 它仍受长期性和不规则性的变化的影响。在三种世界时中, UT1 由于代表地球的实际旋转, 所以最为重要。实际上, 它定义了格林尼治平均天文子午面相对于平春分点的定向。在卫星定位计算中, UT1 主要用来计算格林尼治恒星时(见 1-6 式), 建立地固系与惯性系之间的联系。

世界时和恒星时都是以地球旋转为基础, 两者紧密相关, 世界时可以看作恒星时的一种特殊形式。由于地球在其轨道上的周日运动达到  $360^\circ / 365 \approx 1^\circ$ , 两种时间尺度的日长之差大约 4 分钟,

即 1 平恒星日  $\approx$  1 平太阳日 - 3min55.909s。

#### 4. 协调世界时

由于世界时 UT1 有长期变慢的趋势。国际原子时与世界时的差会越来越大。为了避免由此造成的不方便, 1972 年引入了协调世界时(UTC)。UTC 的秒长与原子时相同。通过在 12 月 31 日或 6 月 30 日最后一秒在 UTC 中引入闰秒, 使 UT1-UTC 的绝对值小于 0.9s。闰秒由 IERS 决定并公布。UTC 是均匀但不连续的时间尺度。UTC 广泛地被国际科学和商业界采用为时间和频率的实用标准。UT1-UTC 或 TAI-UTC 用于地固系和惯性系之间的坐标转换中。

#### 5. GPS 时

GPS 时(GPST)是 GPS 系统专用时间, 原点为 1980 年 1 月 1 日 0 时 UTC, 单位为 SI 秒。GPST 由 GPS 系统主控站维持, 使其尽可能与 UTC 保持一致, 但不作闰秒改正。因此, 它与国际原子时的差为一常数, 即 19s。GPS 时间是连续且均匀的时间系统。GPS 接收机常用 GPST 记录观测时间。

#### 6. 地球动力学时

地球动力学时(TDT)用于解算相对于地心惯性系的动力学问题, 以取代过去的历书时。它与国际原子时相差 32.184s, 单位与原子时相同。它是连续且均匀的时间系统, 是卫星运动方程的时间引数。由于 TDT 的概念有些模糊, 自 1992 年 TDT 已为地球时 TT 所取代。TT 目前被定义为 TAI+32.184s。

#### 7. 质心动力学时

质心动力学时(TDB)是用作相对于太阳系质心运动的动力学问题的时间引数, 也用作岁差和章动模型的时间引数。TDB 与 TDT 之间相差一个周期性相对论效应项。

## 二、时间换算

下列一组公式表示不同时间系统之间的相互关系:

$$\text{TAI} = \text{GPST} + 19\text{s}$$

$$\text{TDT} = \text{TT} = \text{TAI} + 32.184\text{s}$$

$$\text{TDB} \approx \text{TDT} + 0.001\,658\text{s} \sin(g + 0.0167 \sin g) \quad (1-7)$$

$$\text{UT1} = \text{TAI} + (\text{UT1} - \text{TAI})$$

$$\text{UTC} = \text{TAI} - \text{LS}$$

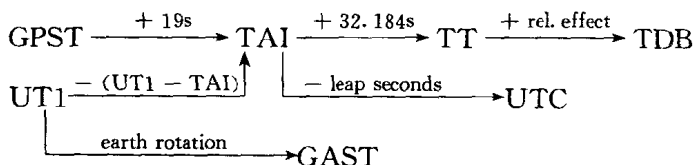
其中：

$$g = 2\pi(357.578^\circ + 35\,999.050^\circ T)/360^\circ$$

$$T = (\text{JD}_{\text{TDT}} - 2\,451\,545.0)/36\,525.0$$

式中 LS 为 UTC 的闰秒数，可根据 IERS 公布的闰秒资料获得。  
 UT1-TAI 由 IERS 公布。任意时刻的值可根据表列值内插得到。  
 UT1 在带谐潮汐影响下发生变动，为保证其内插精度，通常内插 UT1R-TAI，从 UT1 中除去 41 项周期 35 天以下的潮汐带谐短周期成分得到 UT1R。内插 UT1R-TAI 后加上改正数 UT1-UT1R 即得 UT1-TAI。UT1R-TAI 可从 IERS 的公报 B 得到，UT1-UT1R 可用公式直接计算。

上述几种时间系统的关系可以表示成以下图解：



### 三、历元表示

历元可以用民用日即年、月、日、时、分、秒表示，也可以用儒略日(JD)或简化儒略日(MJD)表示。儒略日定义为从公元前 4713 年 1 月 1 日世界时 12 时起算到所论历元时刻的平太阳日数。简化儒略日等于儒略日减去 2 400 000.5 天。例如：

$$2000 \text{ 年 } 1 \text{ 月 } 1 \text{ 日 } 12 \text{ 时} = \text{JD} 2\,451\,545.0 = \text{MJD} 51\,544.5$$

$$1980 \text{ 年 } 1 \text{ 月 } 6 \text{ 日 } 0 \text{ 时} = \text{JD} 2\,444\,244.5 = \text{MJD} 44\,244.0$$

在卫星定轨中，时间一般用 JD 或 MJD 表示。为了保证有效