普通物理学辅导

电磁学

第三分册

西南师范大学出版社

电大　职大　夜大　函大

普通物理学辅导（三）

电磁学

哈骥骏　编著

西南师范大学出版社
重庆　北碚

哈骥骏 编著

普通物理学辅导（三）

西南师范大学出版社出版
（重庆 北碚）
新华书店重庆发行所发行
西南师范大学出版社印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：13.125 字数：281千
1987年5月第一版 1987年3月第一次印刷
印数：1—5,000

ISBN 7—5621—0004—X

O・2

统一书号：13405・3 定价：2.34元

前　　言

本书是供电大、职大、夜大、函大一年级学员学习普通物理学的一本辅导读物，共分五册出版。第三册是电磁学部分，包括静电场、静电场中的导体和电介质、稳恒电流、稳恒磁场、磁场对电流和运动电荷的作用、电磁感应、物质的磁性、电磁场理论的基本概念和电磁波等八章内容，全书是按照电大现行教材“普通物理学讲义”第二册章节顺序编写的。每章之首有该章的主要线索和基本要求，目的是为了帮助读者把握该章的主要内容。每章各节又按照主要内容、容易混淆的问题和思考题、解题示例的顺序编写。目的是为了帮助读者理解和消化课本上的基本内容，弄清容易混淆的概念，提高读者分析问题和解决问题的能力，特别是对解题过程中容易出错的地方作了扼要说明。每章末对原书的习题作了较详细解答，并附有自我检查作业和答案。

限于编者的水平，本书难免有不妥或错误之处，诚望读者提出批评和指正。

哈骥骏　一九八六年九月

目　录

第三篇　电磁学

第三篇 电 磁 学

第七章 静电场

静电场是相对于观察者静止的电荷所产生的电场．本章研究真空中的静电场．我们首先从静电场的两条最基本的实验规律——库仑定律和场强迭加原理出发，研究电场对电荷的作用力，引出了电场强度这一概念，证明了描写静电场性质的重要定理之一——高斯定理．其次，从电荷在电场中移动时电场力对电荷作功出发，证明了静电场是有势场，引出了电势的概念，得出了描写静电场性质的另一重要定理——环路定理．其主要内容和线索可归纳为：

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}=\dfrac{S_1 q_2 \hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\\[2ex] \vec{F}=\sum\vec{F}_i\end{array}\right\}\begin{array}{l}\to \vec{E}=\vec{F}/q_0\\[1ex] \to\left\{\begin{array}{l}\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i\\[2ex] \oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=0\end{array}\right.\end{array}\qquad \vec{E}=-\nabla U$$

$$U_a=\frac{A_{a\infty}}{q_0}=\frac{W_a}{q_0}=\int\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

本章的基本要求是：

1、确切理解库仑定律和场强迭加原理；

2、掌握反映静电场性质的两条基本定理——高斯定理和环路定理，正确理解电场的性质；

3、正确理解电场强度和电势这两个基本概念，掌握计算场强分布和电势分布的几种方法．

§7-1 库仑定律 迭加原理

一、主要内容

1.库仑定律 库仑定律是由实验总结出来的一个基本规律，它是研究静电场的出发点．库仑定律的文字表述是：两个静止的点电荷之间相互作用力的大小与它们所带的电量q_1和q_2的乘积成正比，与它们之间距离 r 的平方成反比，作用力的方向沿着它们的联线，同号电荷相斥，异号电荷相吸．库仑定律的数学表达形式是：

$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r} \tag{7-1}$$

式中$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\approx 9.0\times10^9 N\cdot m^2\cdot C^{-2}$是比例系数，$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}$ $C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}$称为真空中的介电系数．

理解库仑定律时，应注意以下几点：

(1) 库仑定律是描述两个点电荷之间的相互作用力的规律，它只适用于点电荷．点电荷是一个相对的概念，它不具有几何学中点的含义．究竟怎样的带电体才能被看成点电荷，并没有绝对的标准，它取决于对研究的问题所要求的精

确程度.

(2) (7-1)式中的q_1和q_2是代数量，即是说，对于负电荷应代入“—”号。

(3) 单位矢量$\hat{r}$的指向是：如果计算q_1对q_2的作用力，则$\hat{r}$的指向是从$q_1 \longrightarrow q_2$；如果计算q_2对q_1的作用力，则$\hat{r}$的指向是从$q_2 \longrightarrow q_1$.

2．力的迭加原理 当几个点电荷同时存在时施于某一点电荷的力，等于各点电荷单独存在时施于该电荷静电力的矢量和，即

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \cdots + \vec{F_n} = \sum \vec{F_i} \tag{7-2}$$

如果要计算两个不能被视为点电荷的带电体之间的相互作用力，在这种情况下不能直接运用库仑定律，应将两个带电体分割成无限多点电荷dq_1和dq_2，这时可用库仑定律

$$\vec{dF} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq_1 dq_2}{r^2}\hat{r}$$

再利用迭加原理

$$\vec{F} = \int \vec{dF}$$

求解.

二、容易混淆的问题

1.有两个电量不相等的点电荷，它们相互作用时，是否电量大的电荷受力大？电量小的电荷受力小？

答 不是，两个电荷所受作用力的大小相同．因为按照库仑定律，每个电荷所受的力F与q_1、q_2的乘积成正比，而

不与其一电荷的电量成正比，故两个电荷所受作用力相同。

2.在真空中两个点电荷间的相互作用力，是否会因其他一些电荷被移近而改变？

答 由库仑定律得知，当两点电荷不变时，它们的相互作用力仅与它们之间的距离有关，因此，若此二点电荷是固定的，它们间的距离就不会因其他电荷的移近而变化，其相互作用力也不会改变。若此二点电荷是可动的，当其它电荷移近时，二点电荷因受其它电荷作用而发生移动，其间距离变化，它们的相互作用力也随之改变。

3.真空中有二平行带电板 A 和 B，相距为 d（很小），面积为 S，带电为 $+q$ 和 $-q$。两板间的相互作用力的大小为 $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2}$，是否正确？

答 不正确，因为 d 很小，带电板 A、B 不能视为点电荷，因而不能用点电荷间相互作用力公式计算。

三、解题示例

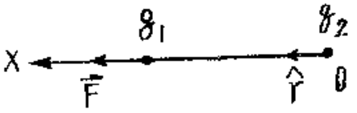
例1 两个点电荷 $q_1=1.0\times10^{-10}C$，$q_2=1.0\times10^{-11}C$，相距为10cm，求 q_1 受的力。

解 本题是求两个点电荷之间的相互作用力，可以直接利用库仑定律计算。

选取坐标轴 OX，原点 O 与 q_1 重合，坐标轴的正向由 q_1 指向 q_2，如图7-1（a），由库仑定律，q_1 所受的力 $\vec{F}$ 为

（a）

$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}.$$



（b）

图7-1

注意式中单位矢量 $\hat{\mathbf{r}}$。由于所求的力是 q_2 对 q_1 的作用，故 $\hat{\mathbf{r}}$ 的指向是从 q_2 指向 q_1，所以 $\hat{\mathbf{r}}=-\vec{\mathbf{i}}$，$\vec{\mathbf{i}}$ 是 OX 轴的单位矢量，代入已知数值得

$$\vec{F}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{\mathbf{i}}$$

$$=-9\times10^9\times\frac{1.0\times10^{-10}\times1.0\times10^{-11}}{(10\times10^{-2})^2}\vec{\mathbf{i}}$$

$$=-9.0\times10^{-10}\vec{\mathbf{i}}\ (N)$$

式中负号表明 $\vec{F}$ 的方向与 $\vec{\mathbf{i}}$ 的方向相反，即 q_1 所受到的力的方向由 q_2 指向 q_1，$\vec{F}$ 的大小为 $9.0\times10^{-10}N$。

如果将 OX 轴的原点取在 q_2 上，其正向由 q_2 指向 q_1，如图7-1（b）所示，此时 $\hat{r}=\vec{\mathbf{i}}$，q_1 所受到的力 $\vec{F}=9.0\times10^{-10}\vec{\mathbf{i}}$，$\vec{F}$ 与 $\vec{i}$ 的方向相同，但仍然是由 q_2 指向 q_1。

说明：

(1) 用库仑定律计算问题时，要注意单位矢量 $\hat{r}$ 的指向，它总是由"施力"的电荷指向"受力"的电荷.

(2) 静电力 $\vec{F}$ 是矢量，有大小，有方向.其方向的"正"或"负"，是相对于坐标系的正方向而言的. 正号表示力矢量 $\vec{F}$ 与坐标轴的正方向一致，负号表示 $\vec{F}$ 与坐标轴的正方向相反. 但坐标系的选取具有任意性，所以往往在同一问题中，同一物理量可以得到正负不同的结果，但却不影响该物理量的实际方向.

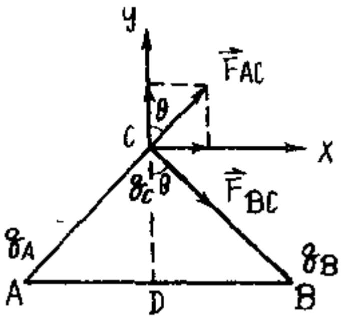


图7-2

例2 三个点电荷分别置于等腰三角形的三个顶角上（如图7-2所示）已知 $q_A=1.51\times10^{-6}\text{C}$，$q_B=-1.51\times10^{-6}\text{C}$，$q_C=2.43\times10^{-6}\text{C}$，$AB=6\text{cm}$，$AC=BC=5\text{cm}$. 求 q_A 和 q_B 对 q_C 的作用力.

解 本题是求点电荷系之间的作用力问题. 先用库仑定律分别求出 q_A 和 q_B 对 q_C 的作用力 $\vec{F}_{AC}$ 和 $\vec{F}_{BC}$，然后求这两个力的矢量和. 下面我们用正交分量法（解法一）和矢量合成法（解法二）来求解.

解法一： q_A、q_C 是同号电荷，$\vec{F}_{AC}$ 是斥力，q_B、q_C 是

异号电荷，$\vec{F}_{BC}$是吸引力．画出作用在电荷q_C上的力图选，择便于计算的坐标系，如图7-2所示

力$\vec{F}_{AC}$的大小为 $F_{AC}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A q_C}{r_{AB}^2}$，它在$x$方向的分量为$F_{ACX}=F_{AC}\sin\theta$，它在$y$方向的分量为$F_{ACY}=F_{AC}\cos\theta$.

力$\vec{F}_{BC}$的大小为$F_{BC}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_B|q_C}{r_{BC}^2}$．（注意，在计算力的大小时、对于负电荷应取其绝对值）．它在x方向的分量为$F_{BCX}=F_{BC}\sin\theta$，它在y方向的分量$F_{BCY}=-F_{BC}\cos\theta$.

所以电荷q_C所受到的合力$\vec{F}_C$在x方向的分量为

$$
\begin{aligned}
F_{CX}&=F_{ACX}+F_{BCX}\\
&=\frac{q_C}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_A}{r^2_{AC}}+\frac{|q_B|}{r^2_{BC}}\right)\operatorname{Sin}\theta\\
&=9\times10^9\times2.43\times10^{-6}\left(\frac{1.51\times10^{-6}}{(5\times10^{-2})^2}\right.\\
&\quad\left.+\frac{1.51\times10^{-6}}{(5\times10^{-2})^2}\right)\times\frac{3}{5}\\
&=15.8\ (N).
\end{aligned}
$$

在y方向的分量为

$$
\begin{aligned}
F_{CY}&=F_{ACY}+F_{BCY}\\
&=\frac{q_C}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_A}{r^2_{AC}}-\frac{|q_B|}{r^2_{BC}}\right)\cos\theta
\end{aligned}
$$

由于$q_A=|q_B|$，$r_{AC}=r_{BC}$，所以$F_{CY}=0$.

计算结果表明，电荷q_C所受到的合静电力为15.8牛顿，

方向沿 x 轴.

解法二 我们直接用库仑定律的矢量形式（7-1）式计算.

$$\vec{F}_{AC}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_Aq_C}{r^2_{AC}}\hat{r}_{AC}$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_Aq_C}{r^3_{AC}}\vec{r}_{AC}.$$

$$\vec{F}_{BC}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_Bq_C}{r^2_{BC}}\hat{r}_{BC}$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_Bq_C}{r^3_{BC}}\vec{r}_{BC}.$$

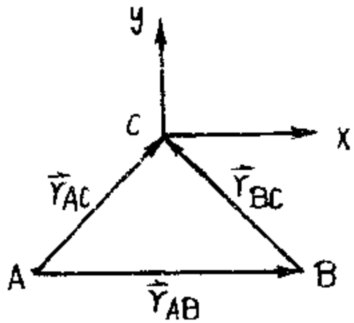


图7-3

式中 $\vec{r}_{AC}$ 矢量的大小等于 AC 的长度，其方向由 A 指向 C. 矢量 $\vec{r}_{BC}$ 的大小等于 BC 的长度，其方向由 B 指方C（如图 7-3 所示）. 用矢量式后，q_B 应取代数值.

q_c 所受到的合力 $\vec{F}_c$ 为

$$\vec{F}_c=\vec{F}_{AC}+\vec{F}_{BC}$$

$$=\frac{q_C}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_A}{r^3_{AC}}\vec{r}_{AC}+\frac{q_B}{r^3_{BC}}\vec{r}_{BC}\right)$$

由于 $q_B=-q_A$、 $r_{AC}=r_{BC}$.

而 $\vec{r}_{AB}+\vec{r}_{BC}=\vec{r}_{AC}$,

所以 $\vec{F}_C=\frac{q_Aq_C}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^3_{AC}}(\vec{r}_{AC}-\vec{r}_{BC})$

$$=\frac{q_Aq_C}{4\pi\varepsilon_0 r^3_{AC}}\vec{r}_{AB}$$

将已知数代入上式进行计算，得 $\vec{F}_c$ 的大小为15.8牛顿，其方向由 A 指向 B，而沿 x 轴的指向.

说明:

(1) 力是矢量，在求合力时必须运用矢量合成法则，或者用正交分量解析方法.

(2) 在用方法一进行演算时，电量 q 应取绝对值，因为力的方向已在力图中反映出来了. 切不可既根据力在坐标轴上的投影取其正负号又代入电量的代数值，这样会在符号上出错. 在用方法二进行演算时，电量 q 应取代数值.

例3 两无限长平行直导线均匀带电，线电荷密度分别为

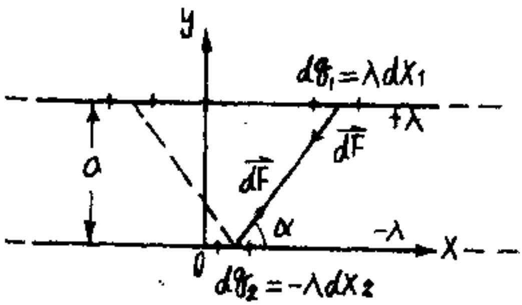


图7-4

$\pm\lambda$，两线相距 a，试求两线单位长度间的相互作用力.

解 两条带电线不能视为点电荷，不能直接应用库仑定律. 在这种情况下，将两条带电线分割为无限多线段元，分别任取 dx_1 和 dx_2，所带电量分别为 $dq_1=\lambda dx_1$，$dq_2=-\lambda dx_2$，将它们视为点电荷，应用库仑定律

$$d\vec{E}=\frac{dq_1dq_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}=-\frac{\lambda^2dx_1dx_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

$$dF_X=dF\cos\alpha$$

$$dF_Y=dF\sin\alpha$$

从图7-4可以看出，由于对称性，x 方向的合力为零.

$$F_L=F_Y=\int dF_Y=-\frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0}\int_L\int_L\frac{dx_1dx_2}{r^2}\sin\alpha$$

$$=-\frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}dx_2\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{a\,dx_1}{[a^2+(x_2-x_1)^2]^{3/2}}$$

$$=-\frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 a}[(L^2+a^2)^{1/2}-a]$$

带电线为无限长时，单位长度导线上所受的力

$$F=\lim_{L\to\infty}\frac{F_L}{L}=-\frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 a}\lim_{L\to\infty}\frac{(L^2+a^2)^{1/2}-a}{L}$$

$$=-\frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

式中负号表示吸引力.