



黄培文 编著

JIXIE XITONG
ZHEN DONG DE
DONG ZAI HE
JISUAN FANG FA

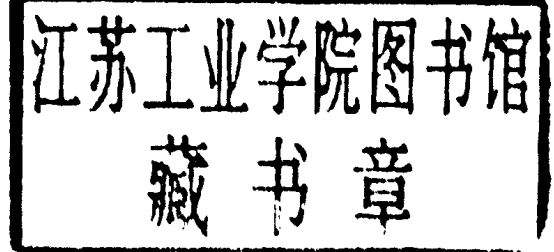
机械系统 振动的 动载荷 计算方法

华中工学院出版社



机械系统振动的动载荷计算方法

黄培文 编著



华中工学院出版社

机械系统振动的动载荷计算方法

黄培文 编著
责任编辑 叶翠华

华中工学院出版社出版发行
(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销

华中工学院出版社沔阳印刷厂印刷

开本: 787×1092毫米 1/16 印张: 12.5 字数: 289000

1987年5月第1版 1987年5月第1次印刷

印数: 1-1000

ISBN 7-5609-0032-1/TH·5

统一书号: 15255-089 定价: 2.14元

内 容 提 要

本书是一本系统而完整地论述机械系统振动的动载荷计算原理和方法的著作。内容包括：建立实际机械系统的力学模型；二质量系统和多质量系统（包括直串式、分支式和闭合式）等的力学模型的计算方法和计算机程序；起重机、轧钢机、转炉倾动机械、高炉卷扬机械和定向振动筛等的动载荷专题分析；计算振动动载荷的一组完整的程序。

本书可作为高等工科院校冶金机械、矿山机械等专业的研究生教材和本科生选修课教材，也可供有关的工程技术人员参考。

序 言

随着现代工业和技术的发展,有些机械(如冶金、矿山和起重运输等工程机械)的结构愈来愈大型化,机械的负荷量和运转速度不断提高,机械振动的动载荷增大。有害的振动会降低机械的工作性能和产品质量,过大的动载荷会造成机件的破坏。为了保证机械运转的良好性能和安全可靠,机械振动及其动载荷问题已成为机械工程技术领域中需要研究和解决的重要课题。电子计算机的发展和应用使我们具备了精确地解决更加复杂的工程实际问题的能力,从而对机械振动的研究有了较大的突破,对大型机械振动的动载荷及其对机件强度的影响的研究也有很大进展。总之,机械振动理论及其计算机求解方法已成为机械工程技术人员正确地进行产品动力特性设计以及正确地使用机械和进行机件破坏事故分析所必须具备的基础知识。

本书的内容属于机械振动学中的一个部分,主要论述实际机械振动的动载荷的计算原理和方法。

全书共分五篇。第一篇为机械振动系统的简化,解决把实际机械振动系统抽象为力学模型的问题。第二篇为二质量系统的动载荷计算,着重讨论在几种典型的初始条件下系统对外扰力的动力响应。同时论述了用矩阵法计算二质量二自由度系统的动载荷的方法。第三篇论述多质量系统的动载荷计算方法。首先建立一般情形的多质量系统动力响应的计算表达式和编制了计算机程序;然后讨论三质量系统,并导出其计算式,以便读者直接应用;最后还讨论了分支系统和闭合系统的特点。第四篇为桥式起重机动载荷计算,分别讨论提升机构和运行机构工作时的动载荷。对提升机构按刚性桥架和弹性桥架两种情形分别讨论;对运行机构分别按刚性吊挂和挠性吊挂两种情形讨论。第五篇讨论轧钢机主传动系统、转炉倾动机构、高炉上料机和双质体定向振动筛等冶金矿山机械动载荷的计算特点。本篇所述的既是前面计算方法的应用,又是对其充实和扩展。在内容上实践性较强,在计算方法上较为多样化。

本书是在作者为本院冶金机械专业研究生编写的教材的基础上改写的。书中除编写了国内现有的机械振动理论和研究成果外,还编进了作者多年研究建立的计算方法和计算机程序,也吸收了我院冶金机械专业师生对冶金机械研究的某些成果。在此,衷心地感谢过玉卿教授对本书的编写和出版的大力支持,感谢刘汉青、张齐兵帮助描图和整理书稿。

本书可作为高等工科院校冶金机械、矿山机械等专业的研究生的教材和本科生的选修课教材,也可供有关工程技术人员参考。

由于水平有限,书中难免有不妥之处,欢迎批评指正。

作 者

1986年8月于武汉钢铁学院

目 录

第一篇 机械振动系统的简化

第一章 实际机构的简化	(1)
第一节 力学模型.....	(1)
第二节 载荷的换算.....	(2)
第三节 转动惯量和质量的换算.....	(3)
第四节 刚性系数的换算.....	(4)
第五节 间隙量的换算.....	(6)
第六节 力学模型的基本类型.....	(6)
第二章 初始条件与外扰力	(7)
第一节 初始条件.....	(7)
第二节 外扰力.....	(7)

第二篇 二质量系统的动载荷计算

第三章 二质量单自由度系统	(11)
第一节 外扰力为常量的动力响应.....	(11)
第二节 外扰力为典型的时间函数的动力响应.....	(25)
第三节 任意外扰力瞬态响应的数值解.....	(31)
第四章 二质量二自由度系统	(33)
第一节 自由振动的动载荷.....	(33)
第二节 稳态强迫振动的动载荷.....	(37)
第三节 过渡过程中的总动力响应与动载系数.....	(38)
第五章 二质量四自由度系统	(40)
第一节 力学模型与运动微分方程.....	(40)
第二节 系统的动力响应.....	(42)

第三篇 多质量系统的动载荷计算

第六章 多质量系统的一般情形	(45)
第一节 弹性力矩微分方程组.....	(45)
第二节 自由振动的动载荷.....	(51)
第三节 哈特矩阵迭代法及其计算机程序.....	(52)
第四节 稳态强迫振动的动载荷.....	(59)
第五节 过渡过程中系统的总动力响应.....	(62)
第六节 系统对任意激振的瞬态响应的数值解法及其计算机程序.....	(63)
第七节 用模态分析法求解系统对任意激振力的瞬态响应.....	(73)

第七章 三质量系统..... (83)

第一节 一端固定一端自由的三质量系统..... (83)

第二节 两端自由的半正定三质量系统..... (86)

第三节 三质量系统的稳态强迫振动的动力响应..... (89)

第八章 分支系统和闭合系统..... (92)

第一节 分支系统..... (92)

第二节 闭合系统..... (99)

第四篇 桥式起重机的动载荷计算

第九章 提升机构工作时的动载荷..... (103)

第一节 桥架为刚性结构的动载荷..... (103)

第二节 桥架为弹性结构的动载荷..... (110)

第十章 运行机构工作时的动载荷..... (117)

第一节 运行机构启动过程的动载荷..... (117)

第二节 运行机构有间隙冲击制动过程和反向启动过程的动载荷..... (119)

第三节 运行机构启动和制动时吊重的横向摆动..... (122)

第四节 吊重摆动时，运行机构启动和制动过程的动载荷..... (124)

第五篇 冶金矿山机械的动载荷计算方法

第十一章 轧钢机主传动系统的动载荷..... (128)

第一节 初轧机主传动系统的动载荷..... (128)

第二节 连续热轧带钢轧机主传动系统的动载荷..... (134)

第十二章 转炉倾动机构的动载荷..... (141)

第一节 力学模型与初始条件..... (141)

第二节 系统的运动微分方程..... (147)

第三节 降低转炉倾动机构动载荷的方法..... (150)

第四节 转炉倾动机构动力学实验结果..... (152)

第十三章 高炉料车卷扬机的动载荷..... (158)

第一节 卷扬机正常启动过程中钢丝绳的动载荷..... (158)

第二节 事故制动过程中钢丝绳的动载荷..... (163)

第十四章 双质体定向振动筛的动载荷..... (165)

第一节 筛机的力学模型与运动微分方程..... (165)

第二节 稳定振动阶段筛箱的运动和动载荷分析..... (168)

附录

附录 I 求矩阵主特征值和主特征向量子程序ITER SUB..... (172)

附录 I 求矩阵全部特征值和特征向量程序EIG.V.V..... (174)

附录 III 计算振动系统固有频率和振型程序VSFM..... (178)

附录 IV 无阻尼多自由度系统对任意激振的瞬态响应计算程序TRMS..... (183)

参考文献..... (191)

第一篇 机械振动系统的简化

第一章 实际机构的简化

在研究一个具体的机械系统的振动时，往往因为系统比较复杂，给研究带来困难，所以有必要把实际振动系统抽象为力学模型，以使问题简化，便于进行计算分析。

对于所研究的对象，假设弹性系统的内力服从虎克定律并且刚性系数保持常数。在计算最大峰值载荷时，常可忽略阻尼的影响。

第一节 力学模型

工程机械一般都是由很多具有不同质量（或转动惯量）和不同刚度的零部件组成的。其中一些是弹性较大而惯性较小的零件，如轴和钢丝绳等；而另外一些则是既有很大刚性又具有一定惯性的零部件，如电动机转子、制动轮、齿轮等。前者可以忽略其质量而视为弹性元件，后者可视为刚性元件。这样，实际的整个运动系统便可简化为多质量弹性系统。

多质量弹性系统有许多自由度，要精确地求解其振动运动和动载荷，计算工作量很大。而且在工程计算中，这样精确的计算有时并不是必要的。因此常把实际机构简化为二质量或三质量的弹性系统。

下面我们以图1-1所示的起重机提升机构为例来说明将实际的振动系统简化为二质量力学模型的方法。首先确定计算对象，即选定机构中要计算动载荷的弹性元件（如轴或钢丝绳

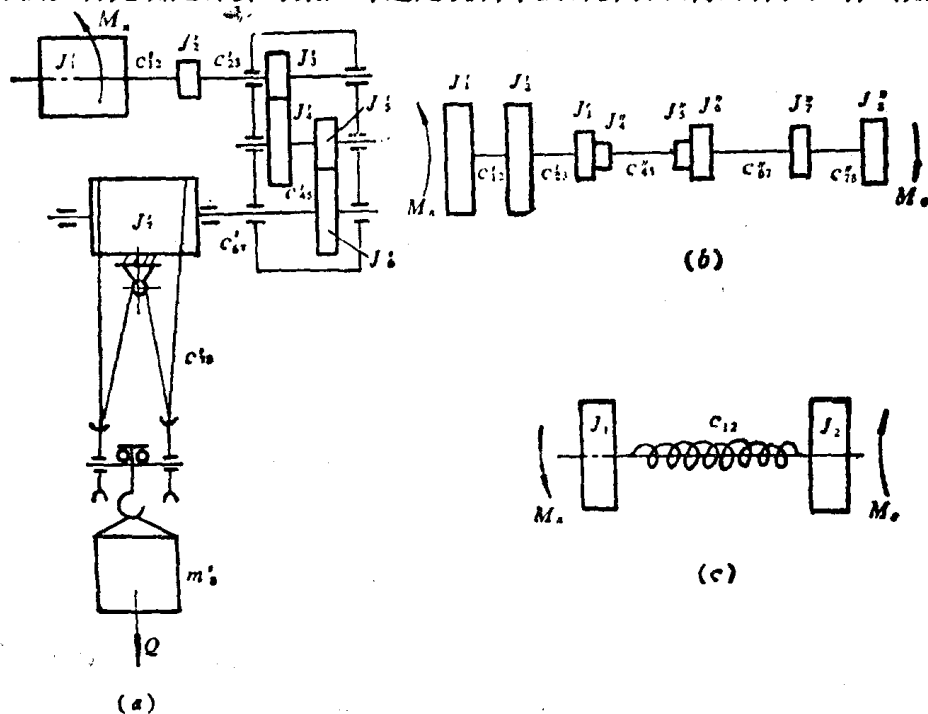
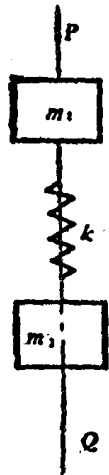


图1-1 提升机构系统的换算（回转运动计算简图）

绳)，并以此元件作为基本弹性元件，然后把实际机构中各零件的质量（或转动惯量）、刚性系数、外载荷和机构间隙等等效地换算到基本弹性元件的轴线上，如图1-1(b)所示。在此基础上，以基本弹性元件为界，把它两边的等效转动惯量分别迭加，就可成为等效的二质量系统，如图1-1(c)所示。图(c)是以电动机和制动轮之间的轴作为基本弹性元件，其两侧一个是电动机转子的等效转动惯量 J_1 ($J_1 = J'_1$)，而另一个是包括吊重、卷筒、传动零件等总等效转动惯量 J_2 ($J_2 = J'_2 + J'_3 + J'_4 + J'_5 + J'_6 + J'_7 + J'_8$)基本弹性元件上的等效刚性系数 c_{12} 是整个机构各运动弹性件的总等效刚性系数。最后，在系统中加上外扰力矩，作用于转动惯量 J_1 上的外扰力矩是电动机驱动力矩 M_e ，作用于转动惯量 J_2 上的外扰力矩 M 。则是由负荷 Q 换算来的。图1-1(b)中， J_4'' 、 J_5'' 、 J_6'' 、 J_7'' 和 J_8'' 分别为由 J_4' 、 J_5' 、 J_6' 、 J_7' 和 m_8' 换算到高速轴上的等效值； c_{45}'' 、 c_{67}'' 和 c_{78}'' 分别为由 c_{45}' 、 c_{67}' 和 c_{78}' 换算到高速轴上的等效值。



如果要计算提升机构钢丝绳中的动载荷，对二质量系统而言，则应以钢丝绳为基本弹性元件，换算到这基本弹性元件一端的质量就是吊重的等效质量，而另一端的质量就是电动机转子、联轴器和传动零件以及卷筒等的等效质量之总和（见图1-2）。图中，作用于质量 m_1 上的外扰力 P 是由电动机驱动力矩换算到钢丝绳轴线上的等效值，而作用于质量 m_2 上的外扰力则是负荷 Q 。换算到钢丝绳上的刚性系数 k 是整个机构各运动弹性件的总等效刚性系数。图中，质量的位移是线位移，刚性系数是线变形刚性系数。故这种计算简图称为直线运动计算简图。

由此可知，对于同一机构，根据计算对象的不同，可以转换为回 转运动的计算简图；也可以转换为直线运动的计算简图；或者是回 转运动和直线运动结合的简图。而回转运动简图和直线运动简图的计算方法和计算结果都是一致的。其差别在于这两种计算简图的参数名称和单位有所不同，其对应关系见表1-1。

表 1-1 回转运动和直线运动计算简图的参数

参 数 名 称	回 转 运 动 简 图	直 线 运 动 简 图
力	扭 矩 $M(\text{N} \cdot \text{m})$	力 $P(\text{N})$
质 量	转动惯量 $J(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	质量 $m(\text{kg})$
刚性系数	抗扭刚性系数 $c(\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad})$	抗拉(压)刚性系数 $k(\text{N}/\text{m})$
位 移	角 位 移 $\varphi(\text{rad})$	线位移 $x(\text{m})$
间 隙	角 间 隙 $\Delta\varphi(\text{rad})$	线间隙 $\Delta x(\text{m})$
惯性力	$J\ddot{\varphi}$ ($\text{N} \cdot \text{m}$)	$m\ddot{x}$ (N)
弹性件变形	扭 转 角 $\delta\varphi(\text{rad})$	伸长(压缩)量 $\delta x(\text{m})$
弹 性 力	弹性力矩 $c \delta\varphi(\text{N} \cdot \text{m})$	弹性力 $k \delta x(\text{N})$

第二节 载荷的换算

载荷的换算是根据在机构传动中功率不变原理进行的。各种情况下的载荷换算见表1-2。表1-2中， i, i_1 ——分别为回转部分传动比和滑轮组倍率；

表 1-2

载 荷 换 算 公 式

换 算 路 线		工 作 状 态	启 动 过 程	制 动 过 程
不 互 同 相 轴 换 的 算		由低速轴往高速轴换算	$M_{np} = \frac{M}{i\eta}$	$M_{np} = \frac{M}{i} \eta_T$
		由高速轴往低速轴换算	$M_{np} = Mi\eta$	$M_{np} = \frac{Mi}{\eta_T}$
直 线 运 动 的 互 换		由力P换算为高速轴力矩	$M_{np} = \frac{PD}{2i_n i \eta}$	$M_{np} = \frac{PD}{2i_n i} \eta_T$
		由高速轴力矩换算为力	$P_{np} = \frac{2Mi_n i}{D} \eta$	$P_{np} = \frac{2Mi_n i}{D \eta_T}$

n, η_T ——分别为启动状态和制动状态的机械传动效率;
 M_{np}, P_{np} ——分别为换算后的力矩和力;
 M, P ——分别为换算前的力矩和力;
 D ——提升卷筒直径。

第三节 转动惯量和质量的换算

转动惯量和质量根据换算前后动能相等原理进行换算。

例如，将低速轴的转动惯量换到高速轴上，如图1-3所示。

设 J 为低速轴的转动惯量； $J_{..}$ 为 J 换算到高速轴上的转动惯量； n_1, n_2 分别为高速轴和

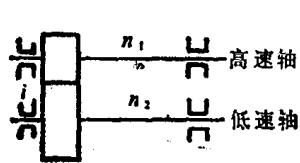


图1-3

低速轴的转速； i 为速比， $i = \frac{n_1}{n_2}$

若不考虑机构传动效率，则

$$J n_2^2 = J_{..} n_1^2$$

故

$$J_{..} = J \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 = J / i^2$$

当考虑机构传动效率时，各种情况下的转动惯量换算公式见表1-3。

表 1-3

转动惯量和质量的换算公式

换 算 路 线		工 作 状 态	启 动 过 程	制 动 过 程
不 互 同 相 轴 换 的 算		由低速轴往高速轴换算	$J_{..p} = \frac{J}{i^2 \eta}$	$J_{..p} = \frac{J}{i^2} \eta_T$
		由高速轴往低速轴换算	$J_{..p} = J i^2 \eta$	$J_{..p} = \frac{J i^2}{\eta_T}$
直 线 运 动 的 互 换		质量 m 换算为高速轴的 $J_{..p}$	$J_{..p} = \frac{m D^2}{4 i^2 i^2 \eta}$	$J_{..p} = \frac{m D^2}{4 i^2 i^2} \eta_T$
		高速轴 J 换算为低速的 $m_{..p}$	$m_{..p} = \frac{4 J i^2 i^2 \eta}{D^2}$	$m_{..p} = \frac{4 J i^2 i^2}{D^2 \eta_T}$

行星轮系转动惯量的换算：图1-4为2K-H型行星齿轮机构。各齿轮的齿数分别为 Z_1 、 Z_2 和 Z_3 。由图可知各速比为：

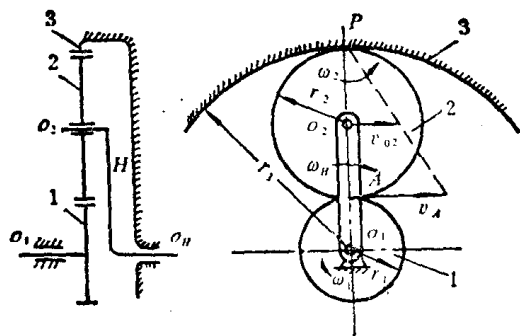


图1-4

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{Z_1 + Z_3}{Z_1}$$

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2r_2}{r_1} = \frac{2Z_2}{Z_1}$$

$$i_{2H} = \frac{\omega_2}{\omega_H} = \frac{r_1 + r_2}{r_2} = \frac{r_1}{r_2} + 1 = 1 + \frac{Z_1}{Z_2}$$

设行星轮 2 对其轴线 o_2 的转动惯量为 J_2 。现将 J_2 换算到转架 H 的转动轴线 o_H 上，其换算值为 J_{2H} 。

行星轮 2 的动能为

$$\frac{1}{2} m_2 v_{o_2}^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2$$

于是
$$\frac{1}{2} J_{2H} \omega_H^2 = \frac{1}{2} m_2 v_{o_2}^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2$$

$$J_{2H} = (r_1 + r_2)^2 m_2 + J_2 i_{2H}^2$$

若将 J_2 换算到太阳轮 1 的转动轴线上，则

$$\frac{1}{2} J_{21} \omega_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_{o_2}^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2$$

$$J_{21} = (r_1 + r_2)^2 m_2 / i_{1H}^2 + J_2 / i_{12}^2$$

第四节 刚性系数的换算

刚性系数根据换算前后变形位能相等原理进行换算。即若不考虑损耗，则实际弹性件的变形位能等于等效弹性件的变形位能。

1. 扭转刚性系数的换算

由低速轴往高速轴换算：低速轴原来的弹性变形位能

$$E = \frac{1}{2} M \delta\varphi = \frac{1}{2} \frac{M^2}{c},$$

换算到高速轴的弹性变形位能

$$E_{..} = \frac{1}{2} M_{..} \delta\varphi_{..} = \frac{1}{2} \frac{M_{..}^2}{c_{..}}$$

若不考虑传动摩擦损失，则有 $E = E_{..}$ ，故得

$$c_{..} = c \left(\frac{M_{..}}{M} \right)^2 = \frac{c}{i^2}$$

式中， M ——低速轴扭矩；

$M_{..}$ ——换算到高速轴上的扭矩；

c ——低速轴刚性系数；

$c_{..}$ ——换算到高速轴的刚性系数；

$\delta\varphi$ ——低速轴静扭转变形；

$\delta\varphi_{n,}$ ——换算到高速轴的静扭转变形。

同理，刚性系数由高速轴换算到低速轴时，其结果为

$$c_{n,} = ci^2$$

考虑机构传动效率时各种情况的刚性系数换算公式见表1-4。

表 1-4 刚性系数换算公式

工作状态		启动过程	制动过程
换算路线			
扭数 转互 刚相 性换 算	由低速轴往高速轴换算	$c_{np} = \frac{c}{i^2\eta}$	$c_{np} = \frac{c}{i^2}\eta_T$
	由高速轴往低速轴换算	$c_{np} = ci^2\eta$	$c_{np} = \frac{ci^2}{\eta_T}$
线性 刚性 系数 互 换	k 换算为高速轴的 c_{np} [图1-5(a)与(b)]	$c_{np} = k \frac{D^2}{4i_n^2 i^2 \eta}$	$c_{np} = k \frac{D^2}{4i_n^2 i^2} \eta_T$
	高速轴 c 换算为 k_{np} [图 1-5(a)与(c)]	$k_{np} = c \frac{4i_n^2 i^2 \eta}{D^2}$	$k_{np} = c \frac{4i_n^2 i^2}{D^2 \eta_T}$

2. 线性刚性系数 k 与扭转刚性系数 c 之间的换算

以图1-5所示的提升机构为例来说明钢丝绳的刚性系数 k 换算为高速轴上的扭转刚性系数 $c_{n,}$ 。

由图1-5(a)和(b)可知：

$$E = \frac{1}{2} Q \delta x = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{k}$$

$$E_{n,} = \frac{1}{2} \frac{M_{n,}^2}{c_{n,}}$$

所以

$$c_{n,} = k \left(\frac{M_{n,}}{Q} \right)^2 = k \frac{D^2}{4i_n^2 i^2}$$

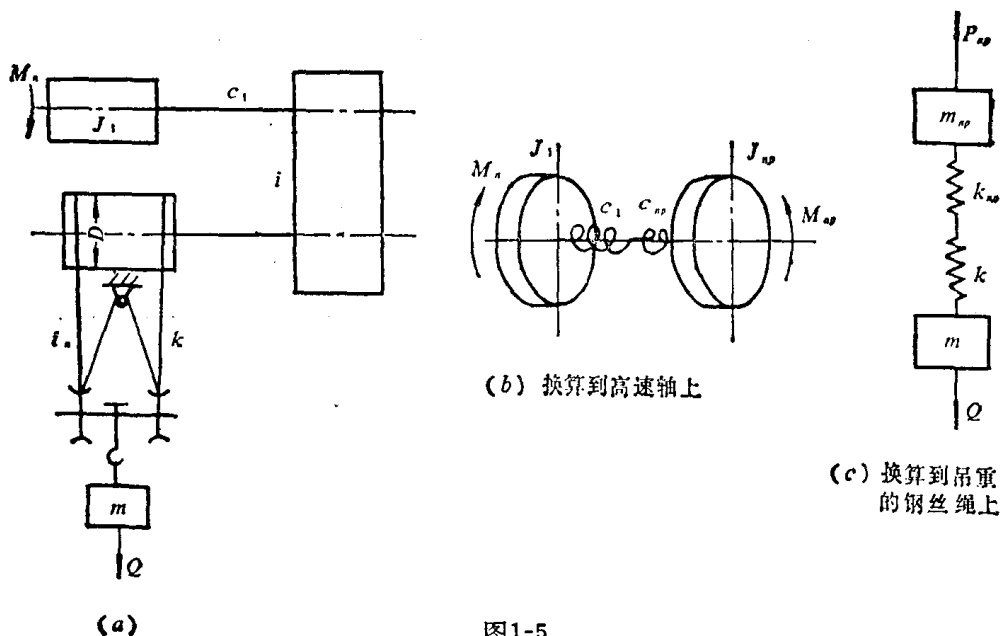


图1-5

同理，可将高速轴的 c 换算为钢丝绳上的 $k_{s,}$ ，即

$$k_{s,} = c \frac{4i_s^2 i^2}{D^2}$$

考虑机构效率的换算结果见表1-4。

第五节 间隙量的换算

间隙量可按速比公式进行换算。例如将低速轴的角间隙 $\Delta\varphi$ 换算为高速轴的 $\Delta\varphi_{sp}$ 时，

因
$$i = \frac{\omega_{高}}{\omega_{低}} = \frac{\Delta\varphi_{sp}}{\Delta\varphi}$$

故
$$\Delta\varphi_{sp} = i\Delta\varphi$$

各种情况的间隙换算关系式见表1-5。

表 1-5 间隙换算计算式

	换算路线	换算式	附注
角间隙互换	由低速轴往高速轴换算	$\Delta\varphi_{sp} = i \Delta\varphi$	
	由高速轴往低速轴换算	$\Delta\varphi_{sp} = \Delta\varphi / i$	
直线运动运动和回转互换	线间隙 Δx 换算为高速轴角间隙 $\Delta\varphi_{sp}$	$\Delta\varphi_{sp} = \frac{i \Delta x}{D/2}$	如提升机构： D ——卷筒直径； Δx ——钢丝绳轴线上线间隙。
	高速轴角间隙 $\Delta\varphi$ 换算为低速的线间隙 Δx_{sp}	$\Delta x_{sp} = \frac{\Delta\varphi D/2}{i}$	

第六节 力学模型的基本类型

根据实际机构的结构特点，简化得到的力学模型可分为三种基本类型。

1. 单支系统

它又称为直串式系统。这是最普遍的力学模型，如图1-1所示。

2. 分支系统

它由两个或两个以上单支系统所组成。每两个单支有一个公共的交叉点，如第八章中图3-11所示。

3. 闭合系统

该系统的两个或两个以上的分支的两端被运动质量所封闭，如第九章中图3-15所示。

由于各类力学模型结构上的特殊性，便形成计算上的某些特点。详细讨论将在第三篇进行。

第二章 初始条件与外扰力

第一节 初始条件

根据工程机械的运转和受载情况，动力学计算的初始条件可归纳为以下几种基本类型。

1. 预张紧型

机构在启动或制动前，载荷已事先作用于机构上，机构有预紧力而处于张紧状态。这时其初始受载等于全部静载荷，初始变形速度为零。例如，起重机提升机构在吊重悬空时启动，转炉倾动机构在零区以外启动等。

2. 无间隙松弛型

机构在启动前完全不受载荷作用，弹性系统处于松弛状态，但运动零件之间的间隙为零，这种情况下其初始受载及初始变形速度均为零，即零初始条件。例如，起重机运行机构无间隙启动过程；转炉在零区无间隙启动等。总之，凡以摩擦阻力为静载荷的情况，均属此类型。

3. 有间隙松弛型

机构在启动之前未受载荷作用，处于松弛状态，而且运动零件之间存在间隙或有空行程，这时其初始受载为零，启动瞬时的变形速度也为零，但系统变形的初始速度不为零，而且具有一定的冲击速度。例如，起重机运行机构在停车后反向启动过程；转炉在零区有间隙启动等。

4. 反扭型

当机构以某一速度作正向运动时，电动机突然以反向力矩作用于系统，使机构作反向运动，这种动力过程的初始条件称为反扭型的初始条件。由于机构通常是有间隙的，所以反向运动的初始瞬时系统存在间隙。反扭型动力过程的分析将在第三章中详细讨论。

5. 突然卸载型

在工程机械操作过程中，常有突然卸载的情况，即被阻塞机构的载荷突然消失。例如，钢锭脱模时，机构的阻塞载荷会突然消失。

第二节 外 扰 力

机械系统的外扰力（或力矩），包括驱动端输入的驱动力（或驱动力矩）或制动力（或制动力矩）和工作端输入的载荷。由于工程机械的多样性，外扰力也是多种多样的。这些外扰力（或力矩）一般都是变化的，因此如果可能的话，应该用函数的形式来表达其变化规律。下面讨论几种类型的外扰力。

1. 外扰力为常量

外扰力为常量是最简单的载荷形式。如起重机提升机构的吊重载荷力矩便是常量。

2. 可以用函数表达的外扰力

总的来说，外扰力是随时间变化的。所以可把它表达为时间的函数。常见外扰力的函数

见第三章第二节。

大多数工程机械都采用电力拖动。其驱动力矩（或制动力矩）可以近似地写成时间的函数。按照启动电阻的切换情况，它可分为下列三种形式。

（1）电动机软的启动或制动制度（三级启动或制动电阻）

这时，电动机驱动力矩的变化如图1-6(a)所示。其驱动力矩的近似表达式为

$$M(t) = M_0 \left(1 - \frac{t}{T} \right)$$

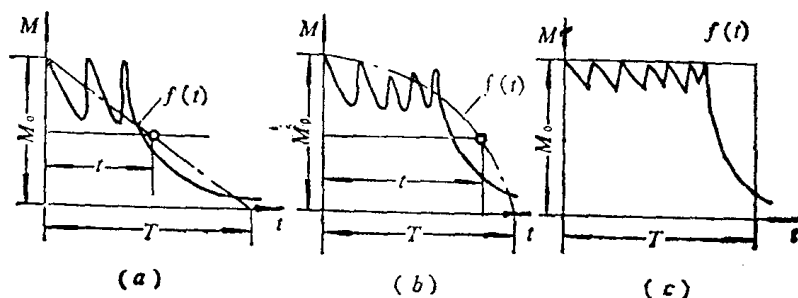


图1-6

M_0 —电动机的最大启动力矩； T —电动机启动时间

（2）电动机中等硬度的启动或制动制度（四级至五级启动电阻）

这种情况下电动机驱动力矩变化如图1-6(b)所示，其驱动力矩的近似表达式为

$$M(t) = M_0 \left(1 - \frac{t^2}{T^2} \right)$$

（3）电动机硬的启动或制动制度（多级启动电阻和F-D机组）

这种情况下电动机驱动力矩变化如图1-6(c)所示，其驱动力矩的近似表达式为

$$M(t) = M_0 = \text{常量}$$

实际上电动机驱动力矩或制动力矩是角速度的函数。对于机械特性具有直线规律的电动机，若仅计算其在固有特性上的启动过渡过程，则电机力矩可以写成如下的表达式：

$$M = M_H \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_H}$$

式中， M_H ——电动机额定力矩；

ω_H ——电动机额定角速度；

ω_0 ——电动机理想空载角速度。

如果计算电动机启动的全过程，则应根据电动机的实际机械特性来决定驱动力矩 M 与角速度 ω 的函数关系。关于电动机的固有机机械特性和人工机械特性的方程式，可参阅《电机及拖动基础》教材。

此外，对于某些工程机械的工艺载荷（工艺阻力或工艺阻力矩），也可把其表达为时间的函数。例如，在初轧机咬入钢锭过程中可把作用在轧辊上的轧制力矩写成时间的线性函数（参见第五篇第十一章）。

3. 任意外扰力

对于这种外扰力，无法用某一函数表达式来描述它，这时可以将其简化成如图1-7所示的曲线。简化后，上一时间间隔的终止状态便成为下一时间间隔的初始条件。我们可以依次逐步求解。这种处理方法的结果是足够精确的，但计算工作量比较大。

如果外扰力的变化速率不大,则可以把它作为常量来处理。虽然这种处理与实际情况出入较大,但在某些场合是可行的。例如,虽然电动机的启动力矩(或制动力矩)实际上是变化的,但由于实际机构的弹性系统的固有频率高、周期短,外扰力的变化相对它来说是很慢的。同时在不稳定振动过程中,弹性力矩的最大峰值很快出现,最大峰值主要决定于外扰力的初值。故可把外扰力随时间的变化曲线视为直线,即把外扰力作为常量来处理。这种处理方法对求解机构振动的最大峰值载荷(即求动载系数)来说是可取的。

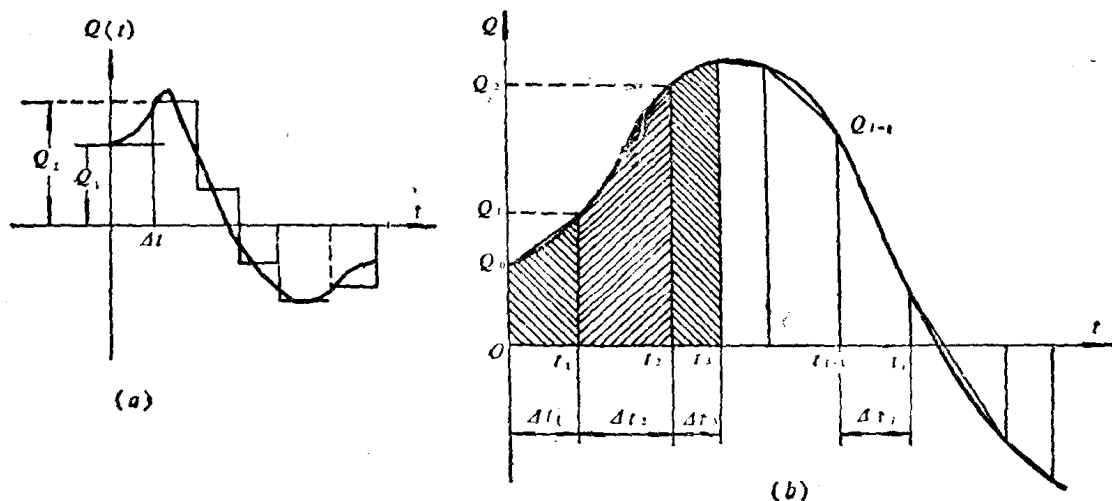


图1-7

4. 周期性外扰力

一般来说,任何周期性外扰力都可以表达为傅立叶级数,即

$$Q(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \dots + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + \dots$$

$$= a_0 + \sum_{i=1}^n (a_i \cos i\omega t + b_i \sin i\omega t)$$

式中, ω ——周期性外扰力的圆频率, $\omega = 2\pi/T$, T 为外扰力的周期;

a_0 , a_i 和 b_i ——待定常数, 它们分别为

$$a_i = \frac{2}{T} \int_0^T Q(t) \cos i\omega t dt$$

$$b_i = \frac{2}{T} \int_0^T Q(t) \sin i\omega t dt$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T Q(t) dt$$

根据线性系统的迭加原理,对于具有多个外扰力的系统,可以分别确定每个外扰力单独作用时所引起的系统的响应,然后再将它们迭加,便得到系统的总响应。当分别解出了外扰力的傅立叶级数的某些项单独引起系统的响应后,再把它们迭加就可得到系统对周期外扰力的响应。

下面列举几种典型的周期性外扰力的傅立叶级数展开形式。

(1) 图1-8所示的外扰力

$$Q(t) = \frac{8P}{\pi^2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\omega t - \dots \right)$$

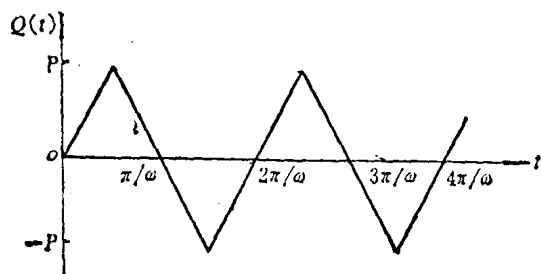


图1-8

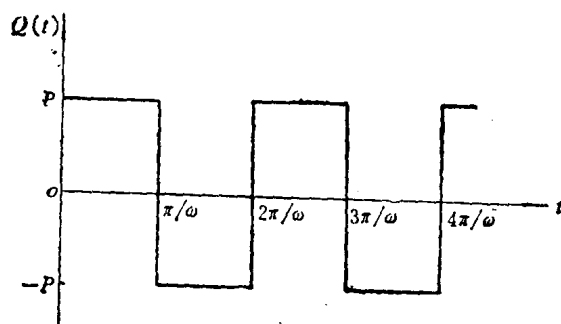


图1-9

(2) 图1-9所示的外扰力

$$Q(t) = \frac{4P}{\pi} (\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots)$$

(3) 图1-10所示的外扰力

$$Q(t) = \frac{2P}{\pi} (\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t - \dots)$$

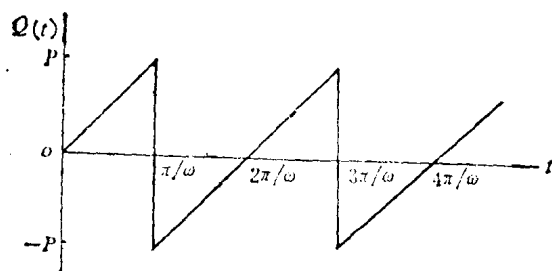


图1-10

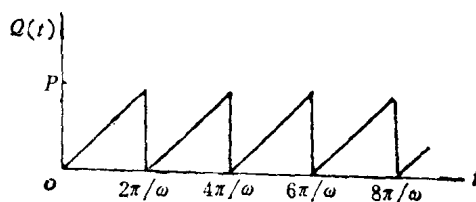


图1-11

(4) 图1-11所示的外扰力

$$Q(t) = \frac{P}{2} - \frac{P}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots \right)$$

(5) 图1-12所示的外扰力

$$Q(t) = \frac{Pa\omega}{2\pi} + \frac{2P}{n^2 a \pi \omega} \sum_{n=1}^{\infty} [(1 - \cos n\omega a) \cos n\omega(t-a)]$$

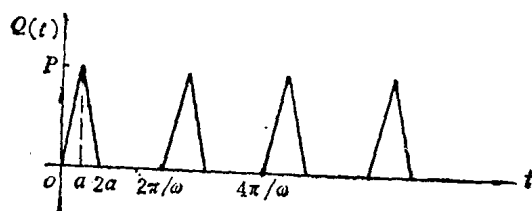


图1-12