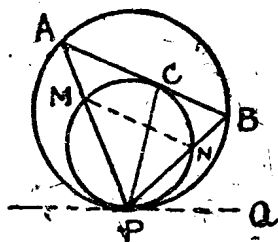


一九五九年毕业生用

初中数学总复习纲要

福建教师进修学院編



福建人民出版社

初中数学总复习綱要

(一九五九年毕业生用)

福建教师进修学院編

※

福建人民出版社出版

(福州河东路得貴巷18号)

福建省书刊出版业营业許可証出字第001号

廈門第一印刷厂印刷 福建省新华书店发行

※

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印張 $4 \frac{7}{16}$ 字数95,000

1959年4月第1版 1959年4月第1次印刷

印数1—60,000册

分类号: P1

統一书号: 7104 • 188

定 价: (5)0.29元

目 录

說 明	(1)
-----	-------

算 術 部 分	(2)
---------	-------

一、整 数	(2)
-------	-------

(一) 整数的讀法和写法 (二) 整数的四則运算

二、数的整除	(8)
--------	-------

(一) 倍数、約数 (二) 和与差的整除性 (三) 能被 2、3、4、

5、8、9、25、125 整除的数的特征 (四) 数的質因数分解 (五)

最大公約数 (六) 最小公倍数

三、分 数	(11)
-------	--------

(一) 基本概念 (二) 分子、分母的变化所引起分数的值的变化

(三) 分数的基本性質 (四) 約分和通分 (五) 分数的四則运算

四、小 数	(14)
-------	--------

(一) 基本概念 (二) 小数的运算 (三) 普通分数化小数

五、百分数	(19)
-------	--------

(一) 百分数的意义和写法 (二) 百分数的三个基本問題

六、比和比例	(20)
--------	--------

(一) 比的基本概念 (二) 比例

七、度量和簡單几何图形的求积計算	(26)
------------------	--------

(一) 度量 (二) 簡單几何圖形的求积計算

代 數 部 分	(32)
---------	--------

有理数	(32)
-----	--------

(一) 有理数的概念 (二) 有理数的四則运算 (三) 表和圖象

✓ 二、代数式..... (36)

(一) 整式 (二) 分式

△ 三、方程..... (38)

(一) 有关方程的一些知識 (二) 一次方程 (三) 一次方程組

(四) 一元二次方程 (五) 列方程解应用題

四、开平方..... (76)

(一) 开平方的概念 (二) 开平方时应注意的事项

平面幾何部分..... (83)

第一部分 主要概念和定理 (包括推論)..... (83)

一、基本概念..... (83)

(一) 直綫 (二) 角的概念 (三) 多边形的概念 (四) 圆的概念

二、直綫形..... (87)

(一) 直綫、射綫、綫段 (二) 三角形 (三) 四边形

三、圆..... (96)

(一) 圆的性質 (二) 直綫和圆的关系 (三) 兩圆的位置关系及其公切綫、联心綫 (四) 和圆有关的角 (五) 圆內接与外切的三角形和四边形

第二部分 几何命題的証与解..... (104)

一、命題..... (104)

(一) 命題的形式和它們的相互关系 (二) 几何命題的种类

二、几何命題的証明..... (105)

(一) 論証的依据 (二) 如何着手証明 (三) 常用的一些証題术

三、軌迹和作圖..... (128)

(一) 軌迹 (二) 作圖

說 明

为了帮助初中三年級学生系統地复习和准备升学，并帮助这一年級的数学教师指導学生复习，我們根据新教育方針的精神和中学数学教学大綱（修訂草案），以去年我們所編寫的初中毕业生总复习綱要为基础，編寫了这本1959年毕业生用的初中毕业生总复习綱要。

这本綱要的内容分为三个部分。第一部分算术，其中包括整数、分数、小数等概念、运算定律和运算方法等数的知識；百分数、比例、度量衡和簡單的几何图形的求积的实用計算。第二部分代数，其中包括有理代数式的恆等变换；列方程和解方程；应用代数知識解答有关的应用題。第三部分几何，其中包括初中階段所学习的全部概念、定理和推論；命題形式和它們之間的相互关系、命題的种类；几何命題的証明；軌迹和作图。在每个單元后面都提供一些复习思考題，每个部分后面还附有总复习題。其中多是綜合性問題，以及有关物理、化学、农业等方面的实用問題。

我們編寫总复习綱要的經驗还是不足，在这本綱要中会有不妥当或錯誤的地方，盼望各地教师和同学及时給我們指正，來信請寄福州市福建教师进修学院数学教研組。

福建教师进修学院

1959年2月

算 術 部 分

一、整 數

(一) 整数的讀法和写法:

1. 自然数的產生和意义: 人类在計算物体的过程中而得到一、二、三……等数。这些表示物体个数的一、二、三……等叫做自然数。

“一”是自然数的單位, “二”是兩個單位的結合……因此一个自然数是表示一个單位或是表示若干个單位的結合。

2. 自然数列: 把自然数依次排成一列: 一、二、三……这列数叫做自然数列。

自然数列的性質:

(1) 自然数列是无限的, 它最前面的一个数是單位 1, 但沒有最后的一个数。

(2) 在自然数列里, 任何兩個不同的数, 排在前面的較小, 排在后面的較大。

3. 計数: 計数所得的結果和我們指出物体的順序是沒有关系的。

4. 自然数的讀法和寫法:

用自然数前面十个数: 一、二、三、……十的名称和其他一些名称 (如百、千、万、億等), 就可以讀出任何一个自然

数。

用“0”和有效数字（1、2、3……9），并利用一定的方法，就可以寫出任何一个自然数。在自然数的寫法里，每一个数所在的位置叫做数位。从第一位开始，由右向左每連續三位，組成一个級。

級的單位

.....	十 億 級			百 万 級			千 級			單 位 級		
.....	千億	百億	十億	億	千万	百万	十万	万	千	百	十	个位

为了容易辨認用数字寫出的数，可以从右到左，每三位用一个逗号分开。如：

83,000,576,029.

这是用阿拉伯数字來表示自然数的寫法；此外，我們还可以用羅馬数字來記数。

5. 零是数：物体的个数用自然数來表示；沒有物体使用零來表示，因此零也是一个数，它和其他的数一样。它比任何自然数都小，它和一切自然数都叫做整数。

（二）整数的四則运算：

1. 算术四則运算的意义、定律、性質，正逆运算的关系及演算結果的驗算。

	加 法	減 法	乘 法	除 法
意 义	求两个已知数的和的运算。	已知两个加数的和与其中一个加数，求另一个加数的运算。	相同加数加法的简便算法。 *附加定义： $a \times 1 = a$ $a \times 0 = 0$	已知两个因数的积与其中一个因数，求另一个因数的运算（除数不得为0）。
正逆运算关系	減法是加法的逆运算 $\leftarrow$ 加法也是減法的逆运算 $\rightarrow$		除法是乘法的逆运算 $\leftarrow$ 乘法也是除法的逆运算 $\rightarrow$	
运算定律	交換律： $a + b = b + a$ 結合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$		交換律： $ab = ba$ 結合律： $(ab)c = a(bc)$ 分配律： $(a + b + \dots + n)m = am + bm + \dots + nm$	
运算性質	(1) 一个数加上若干个数的和，可以把这个数依次加上和里的各个加数： $a + (b + c + d) = a + b + c + d$ (2) 若干个数的和加上一个数，可以把这个和里的任何一个数加上这个数，再和其他的加数相加： $(a + b + c) + d = (a + d) + b + c$	(1) 从若干个数的和减去一个数，可以从任何一个加数减去这个数（这个加数不小于要减去的数），再和其他的数相加： $(a + b + c) - d = (a - d) + b + c = a + (b - d) + c = a + b + (c - d)$ (2) 从一个数减去若干个数的和，可以	(1) 一个数乘以若干个数的积，可以把这个数依次乘以积里的各个因数： $a \times (b \times c \times d) = a \times b \times c \times d$ (2) 若干个数的积乘以一个数，可以把这个积里的任何一个因数乘以这个数，再和其他的因数相乘： $(a \times b \times c) \times d = (a \times d) \times b \times c$	(1) 一个数除以若干个数的相乘的积，可以把这个数依次除以积里的各个因数： $a \div (b \times c \times d) = a \div b \div c \div d$ (3) 若干个数的相乘的积除以一个数，可以把积里的任何一个因数除以这个数（要能整除的），再和其他因数相乘： $(a \times b \times c) \div d = (a \div d) \times b \times c$

	$=a+(b+d)+c$ $=a+b+(c+d)$ (3) 若干个数的和加上若干个数的和，可以把两个和里所有的加数依次相加： $(a+b+c)+(d+e)=a+b+c+d+e$	从这个数依次减去和里的各个加数： $a-(b+c+d)$ $=a-b-c-d$ (3) 从一个数减去两个数的差，可以先在这个数上加上去减数，再减去差里的被减数；或先从这个数减去差里的被减数（这个数不小于差里的被减数），再加上差里的减数： $a-(b-c)=a+c-b$ ； 或： $a-(b-c)=a-b+c$ ，但要 $a>b$	$=a \times (b \times d) \times c$ $=a \times b \times (c \times d)$ (3) 两个数的差和一个数相乘，可以从被减数和这个数相乘的积减去减数和这个数相乘的积： $(a-b) \times c = a \times c - b \times c$	$\times e$ $=a \times (b+d) \times c$ $=a \times b \times (c+d)$ (3) 若干个数的和除以一个数，可以先把各个加数分别除以这个数（要都能整除），再把所得的各个商加起来： $(a+b+c)+d=(a+d)+(b+d)+(c+d)$ (4) 两个数的差除以一个数，可以先从被减数除以这个数的商减去减数除以这个数的商（要都能整除）： $(a-b)+c=(a+c)-(b+c)$
演算結果的驗算	(1) 交換加数的位置。 (2) 应用減法。	(1) 应用加法。 (2) 被減数減去差。	1. 交換被乘数和乘数的位置。 2. 应用除法。	(1) 应用乘法。 (2) 被除数（或被除数減去余数）除以商。

2. 四則运算的可能性和唯一性:

在整數範圍內，加法和乘法的运算永远是可能的，而且所得到的和与积是唯一的。減法的运算，只有当被減数大于（或等于）減数的情况下才有可能，所得的差也是唯一的。如果除数不是零并且能得到整数的商，那麼除法运算是可能的，而所得的商是唯一的；在有余数的除法里所得到不完全的商和余数也是唯一的。

3. 已知数的变化所引起和、差、积、商的变化。

加 法	第一加数	增加一个数 a (或不变)	减少一个数 a (或不变)	增加(或减少) 一个数 a
	第二加数	不变(或增加 一个数 a)	不变(或减少 一个数 a)	减少(或增加) 一个数 a
	和	增加一个数 a	减少一个数 a	不变
減 法	被減数	增加(或减少) 一个数 a	不变	增加(或减少) 一个数 a
	減 数	不变	增加(或减少) 一个数 a	增加(或减少) 一个数 a
	差	增加(或减少) 一个数 a	减少(或增加) 一个数 a	不变
乘 法	被乘数	扩大(或縮小) m 倍	不变	扩大(或縮小) m 倍
	乘 数	不变	扩大(或縮小) m 倍	縮小(或扩大) m 倍
	积	扩大(或縮小) m 倍	扩大(或縮小) m 倍	不变
除 法	被除数	扩大(或縮小) m 倍	不变	扩大(或縮小) m 倍
	除 数	不变	扩大(或縮小) m 倍	扩大(或縮小) m 倍
	商	扩大(或縮小) m 倍	縮小(或扩大) m 倍	不变

4. 运算的定律、性質在演算中的应用:

例1. $59 + 87 + 41 + 56 + 13 = (59 + 41) + (87 + 13) + 56$

$$=256。$$

例2. $25 \times 49 \times 4 = (25 \times 4) \times 49 = 100 \times 49 = 4,900。$

例3. $72 \times 125 = (9 \times 8) \times 125 = 9 \times (8 \times 125)$
 $= 9 \times 1,000 = 9,000。$

例4. $777,777 \times 9 + 7 = (111,111 \times 9 + 1) \times 7$
 $= 7,000,000。$

例5. $254 - 98 = 254 - (100 - 2) = 254 + 2 - 100 = 156$

例6. $2,650 \div 25 = (2,650 \times 4) \div (25 \times 4)$
 $= 10,600 \div 100 = 106。$

5. 运算的顺序:

(1) 一个式子里如果没有括号, 并且只含有第一级运算(加減), 或者只有第二级运算(乘除), 演算的时候应按照从左到右的顺序进行。

(2) 一个式子里如果没有括号, 并且既含有第一级运算, 又含有第二级运算(加、減、乘、除四则混合运算), 演算的时候, 就应该按照先作第二级运算后作第一级运算的顺序进行。

(3) 有括号的式子, 表示要先演算括号里的式子, 我們应该把括号里的式子按照上面所规定的顺序算出结果, 然后再和括号外的数按照上面所规定的顺序演算。

以上运算顺序是完全切合人类的实际生活需要而约定的。

复习思考题一

1. $3,121,350 - [15,125 \div 25 + 302 \times 804 - (3,044 + 2,056) \div 17] \times 9。$

2. $4,049 \times 7 - 7,659 + 64 \times 105 - 6,992 \div 38 \div 23$ 。

3. $\{37,037,000 \div [(777,777 \times 9 + 7) \div 4,375 + 1,900] + 8,547\} \div 407$ 。

4. 我国1957年鋼產量为535万吨，1958年鋼產量为1100万吨，1959年鋼產量將为1800万吨，求这三年鋼平均產量是多少万吨。

二、 數的整除

(一) 倍数、約数：

第一个数能被第二个数整除，那麼第一个数叫做第二个数的倍数，第二个数叫做第一个数的約数。

質数、合数：在自然数里除了單位1，只能被1和自己整除的数叫做質数（或者素数）；不但能被1和自己整除，还能被其他的数整除的数叫做合数。

奇数、偶数：能被2整除的数，叫做偶数；不能被2整除的数，叫做奇数。零也是偶数。

(二) 和与差的整除性：

1. 每个加数都能被一个数整除，那末它們的和也能被这个数整除。

2. 被減数和減数都能被一个数整除，那末它們的差也能被这个数整除。

3. 如果第一个数能被第二个数整除，那麼第一个数的倍数也能被第二个数整除。

4. 如果有一个加数不能被某一数整除，其他的加数都能被这个数整除，那末这些加数的和也不能被这个数整除。

5. 两个数里有一个能被某一个数整除，而另一个不能被这个数整除，那末它们的差也不能被这个数整除。

(三) 能被 2、3、4、5、8、9、25、125 整除的数的特征：

除 数	2	5	4 (或 25)	3 (或 9)	8 (或 125)
能被整除的数的特征	末位数字是偶数	末位数字是 0 或 5	末两位数字是零或它所表示的数能被 4 (或 25) 整除	各个数字的和能被 3 (或 9) 整除	末三位数字是零或它所表示的数能被 8 (或 125) 整除

(四) 数的质因数分解：

把一个合数表示成质因数连乘的形式，质因数中如有相同的数，应把它写成乘方的形式。

(五) 最大公约数：

1. 意义：几个数所公有的约数叫做这几个数的公约数，公约数里最大的一个叫做最大公约数。

数 $a, b, c, \dots, m$ 的最大公约数，常用符号 $(a, b, c, \dots, m)$ 表示。

两个数如果它的最大公约数等于 1，这两个数叫做互质数。

2. 求最大公约数的法则：求几个数的最大公约数，先把这

些数分別分解質因數并且寫成乘方的形式，然后在各个数公有的每一种質因數里，取出指數最小的乘方相乘。

(六) 最小公倍数：

1. 意义：几个数公有的倍数，叫做这几个数的公倍数。公倍数最小的一个（除零以外），叫做这几个数的最小公倍数。

2. 求最小公倍数的法則：求若干个数的最小公倍数，先把它們分別分解質因數，并且寫成乘方的形式，然后从各个数所有的每一种質因數里，取出指數最大的乘方相乘。

数 a 、 b 、 c …… m 的最小公倍数常用 $[a, b, c, \dots, m]$ 表示。

复习思考題二

1. 什麼叫做質数？互質数？兩個互質的数，它們是否都是質数？兩個不同的質数它們是否互質？

2. 不进行演算确定下列各和或差能被 2、3、4、5、9 或 25 所整除：

(1) $80 + 90 + 120$; (2) $6 + 60 + 180$;

(3) $693 - 504$; (4) $5,544 - 2,520$ 。

3. 求下列各数的最大公約数和最小公倍数：

(1) 63, 126, 252; (2) 19, 56; (3) 56, 70, 126。

4. 求用 4、5、6、9 去除，而余数分別为 3、4、5、8 的最小的一个数。

三、 分 數

(一) 基本概念:

1. 意义: 一个單位分成若干等分, 表示一个或几个这样的等分是原單位多少的数叫做分数。分子小于分母的分数叫做真分数, 分子大于分母的分数叫做假分数。整数都可以看做分母是1, 分子是这个整数的本身, 因此整数也是屬於分 数 的一种。帶分数是表示整数与分数的和。

2. 分数的由來:

(1) 从测量得到分数。

(2) 从等分整数得到分数。

3. 分数的种类:

(1) 普通分数: 分母是任意一个数 (不是零) 的分数叫做普通分数。

(2) 十进分数: 分母是1后面帶有一个或者若干个零的分数叫做十进分数。

(二) 分子、分母的变化所引起分数的值的变化:

1. 如果分数的分子擴大 (或縮小) 若干倍, 分母不变, 那麼分数的值也擴大 (或縮小) 同样的倍数。

2. 如果分数的分母擴大 (或縮小) 若干倍, 分子不变, 那麼分数的值也縮小 (或擴大) 同样的倍数。

3. 分数的分子、分母擴大 (或縮小) 相同的倍数, 分数的值不变。

(三) 分数的基本性质:

分数的分子和分母乘以或除以相同的数(不为零), 分数的值不变。

(四) 约分和通分:

1. 约分: 分数的分子和分母同以它的公约数来除 称为 约分。

2. 通分: 把几个分数化成同分母的分数, 而不变更它们的分数值, 这种变形称为通分。

例 1, 约分: $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ 。

例 2, 通分: $\frac{4}{5}, \frac{3}{7}$ 。

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} = \frac{28}{35};$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}。$$

(五) 分数的四则运算:

1. 分数四则运算的意义:

分数的加法、减法、除法的意义, 和整数加法、减法、除法的意义完全相同, 而分数乘法的意义, 却比整数乘法意义来得丰富。分数乘法的意义:

(1) 分数乘以整数, 是相同加数加法的简便运算。

(2) 一个数乘以分数是求这个数的几分之几。

(3) 一个数乘以带分数是把被乘数分别乘以乘数的整数

部分和分数部分，然后把乘得的结果相加。

分数的加法、乘法、除法（除数不得为零）的运算都是可能的，而且所得的结果都是唯一的。减法的运算只有被减数大于或等于减数时才是可能的，而所得的差是唯一的。

2. 分数四则运算的主要定律（加法的交换律、结合律，乘法的交换律、结合律、分配律）以及四则运算的主要性质都和整数相同。分数运算的顺序也和整数一样。

复习思考题三

$$1. \left[\left(\frac{5}{9} - \frac{7}{18} \div \frac{63}{10} \right) \times 5 \frac{1}{16} + \left(1 \frac{3}{20} - \frac{4}{5} \right) \div \frac{7}{20} - \left(\frac{40}{63} - \frac{8}{21} \right) \times 1 \frac{3}{4} \right] \times 186. = 128 \frac{1}{2}.$$

$$2. \frac{\left(9 \frac{1}{4} - 7 \frac{2}{5} \right) \times 2 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{2}}{\left(3 \frac{1}{8} + 4 \frac{3}{20} - 1 \frac{5}{48} - 5 \frac{2}{5} \right) \div 3 \frac{1}{12}}.$$

3. 1958年我国粮食总产量等于1959年我国粮食预计产量的 $\frac{5}{7}$ ，现知1959年我国粮食预计产量比1958年我国粮食总产量多3,000亿斤，求1959年我国粮食预计产量。10500亿斤。

4. 我国武汉长江大桥全长1,150公尺，有两部速度不同的汽车从桥的两端相向开行，经过 $1 \frac{1}{22}$ 分钟两车相遇。如果慢车从桥的一端先行 $192 \frac{1}{2}$ 公尺，然后快车再从这一端出发去追赶它，经过 $1 \frac{37}{40}$ 分钟两车相遇，求快慢两车每小时速度若