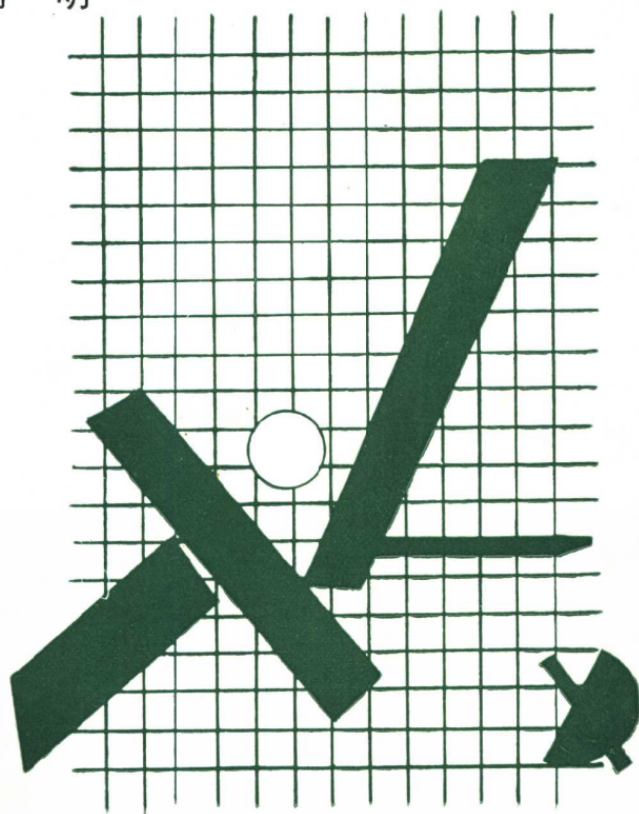


数学学习心理学

毛鸿翔 毛建勋 编著
李同好 高明



广西师范大学出版社

责任编辑 麦瑞钊
封面设计 桑林佳



ISBN 7-5633-1405-9/G·1130

定价：3.60元

数学学习心理学

毛鸿翔 毛建勋 编著
李同好 高明

广西师范大学出版社

(桂)新登字04号

数学学习心理学

毛鸿翔 毛建勋
李同好 高明 编著

责任编辑：麦瑞钿 责任校对：覃向阳

封面设计：桑林佳

广西师范大学出版社出版发行

邮政编码：541001

(广西桂林市中华路36号)

桂林漓江印刷厂印刷

*

开本850×1168 1/32 印张：7.75 字数：194千字

1992年12月第1版 1992年12月第1次印刷

印数：0001—5500册

ISBN 7—5633—1405—9/G·1130

定价：3.60元

前 言

学生学习数学要经历一个复杂的心理过程。数学学习心理学就是研究数学学习过程中学生的心理活动规律和心理特点的一门学科。

教和学是紧密联系的。“学”的规律既是学生寻求良好的学法的依据，又是教师寻求“教学规律”的基础。因此，各教育学院都把“数学学习心理学”作为中学数学教师继续教育的必修课程。近几年的实践表明，研究和掌握学生学习过程中的心理规律和心理特点，对提高教师的教学业务能力起着重要的作用。凡是能较好地了解和掌握这方面的知识的教师，他们的教学就能较好的切合学生的心理需要和理解水平，教学质量就有显著的提高。

在我国，“数学学习心理学”的研究时间还不长，是一门新建的学科，还没有形成系统的理论，还需要进行艰苦的、深入的、细致的研究工作。为了满足目前数学教师继续教育和师范院校开设选修课的需要，我们将近年来研究的心得整理成书，希望能对大家有所帮助。

本书共五章，其中绪言、第一章、第二章由毛鸿翔执笔；第三章由毛建勋执笔，第四章由李同好执笔；第五章由高明执笔，全书由毛鸿翔统稿。在编写过程中，我们参阅了大量的书籍和文章，这对本书的编写起了很大的启迪作用，在此仅向有关作者表示感谢。

由于我们在数学学习心理学方面的研究时间还不长，理论研
究还不够深入，书中定有许多不足或错误之处，敬请读者和专家
们批评指正。

作者

1992年6月

目 录

绪 言	(1)
第一章 学习理论	(5)
第一节 国外的学习理论	(5)
第二节 中国的学习理论	(25)
第二章 数学认识过程中的心理活动	(35)
第一节 注意	(35)
第二节 感知	(42)
第三节 思维	(50)
第四节 记忆	(82)
第三章 数学思维	(96)
第一节 数学思维的材料	(98)
第二节 数学思维的方法	(104)
第三节 数学思维的方式	(137)
第四节 数学思维的品质	(154)
第四章 数学学习中的非认知因素	(161)
第一节 数学学习中的个性心理倾向性	(161)
第二节 数学学习中的态度与品德	(175)
第三节 数学学习中的情绪与情感	(181)
第四节 数学学习过程中的意志	(189)
第五节 数学学习中的性格与气质	(195)

第五章 数学能力的培养	(202)
第一节 能力概述	(202)
第二节 数学能力的培养	(209)
参考文献	(241)

绪 言

数学学习心理学是研究数学学习过程中学生的心理特点和心理活动规律的一门学科。在学习活动中，学生的心理活动可分为心理过程和个性心理两个方面。心理过程包括认识过程（感觉、知觉、思维、想象、记忆等）、情感过程和意志过程。个性心理又可分为个性心理倾向和个性心理特征，个性心理倾向有需要、动机、兴趣、信念、理想、世界观等。个性心理特征有能力、性格、气质等。在学习活动中，认识过程起着接受、加工、处理、储存知识信息的作用；情感过程起着加强信息、优化信息、调节认识过程、强化学习行为等作用；意志过程起着调节和控制认识过程和情感过程，确定调控方向，排除干扰，使学习活动沿着预期的目标进行。在学习过程中，认识过程、情感过程、意志过程不是孤立地进行的。它们相互联系、相互影响、相互制约。积极的情感能激发学生的认识兴趣、刺激智能的增长，推动学生积极地去思考、去探索，使认识活动积极地进行。而当认识活动高速进行时，情感过程又得到相应的增强，储蓄着新的能量，并在一定的条件下把能量回流给认识活动，使认识活动更为活跃，并在认知发生困难或停滞时，刺激智能的增长，激活认知过程。同样，坚强的意志能使学生在学习过程中排除来自内部或外部的干扰，克服学习中所碰到的困难，使认识过程顺利地进行。而当学习中困难被克服、学习获得成功之后，又增强了学习的信心，意志力也随之得到了锻炼。

个性心理在学习过程中虽然不直接参与认识过程的操作，但它们对学习过程却起着促进或阻滞作用。积极的个性品质能促进和推动信息的接受、加工和处理，消极的个性品质会阻碍和干扰

信息的接受、加工和处理。它们对学习活动的质量起着举足轻重的作用。

心理过程和个性心理也是密切联系，互相影响的。个性心理是通过心理过程在实践的基础上形成和发展起来的；反过来，已经形成的个性心理又影响着心理过程的进行和发展。

在学习过程中，心理过程和个性心理是在注意的参与下实现着人的心理活动的。注意不是独立的心理过程，它本身不反映事物的属性、特点，它是伴随着心理过程而存在的意识活动的倾向状态。一切心理过程都离不开注意，它是感觉、知觉、思维、记忆、想象等心理过程的开端，并且伴随着心理过程而进行。由于心理过程受到个性的制约，所以注意也受个性的制约，具有不同兴趣、理想、需要、性格、气质的人，在相同的环境中注意状态是不一样的。一个人的动机、兴趣、能力、性格等特点都刻划着它所表现的注意特点。

各种心理活动都有其自身的规律和特点。数学的研究对象是客观世界的空间形式和数量关系，它具有高度的抽象性、严密的逻辑性和形式化的特点，它具有特定的操作方式。具有这样特点的数学学习活动，其心理活动规律和心理特点是怎样的呢？它们对数学学习活动有着怎样的影响呢？这都是本门学科研究的主要内容。

学生的学习是在教师的指导下，以教材为依据，有目的、有计划、有组织、有步骤地去进行。教学是一种双边活动。只有学的积极性而没有教的积极性，或者只有教的积极性而没有学的积极性都是不能把学习搞好的。心理学的研究表明，教学效果往往更多地取决于教师教学是否切合学生的心理需要和理解水平。

“学的规律”既是学生寻求良好的学习方法的依据，又是教师寻找“教的规律”的基础。一个数学教师只有懂得了怎样根据学生的心理活动规律来组织教学，才能有效地提高自己的教学质量。

为此，本课程将在“学的规律”的基础上研究在教学过程中怎样根据学生的心理活动规律来选择教与学的方法；寻求在数学教学中如何发展学生的智力、培养学生的能力的途径；探讨学生在数学学习过程中的心理障碍；探讨在教学过程中如何使智力因素和非智力因素有机配合、相互促进；探索在数学教学中怎样才能使知识、技能与能力得到协同发展等。从而为提高数学教学质量提供心理学上的依据。

学习问题是历代教育家、心理学家、哲学家共同关心的问题。在我国，春秋战国时期就有比较深入的研究，如孔子、孟子、荀子、墨子以及他们的学生。他们提出了许多关于学习理论的论述。在以后的年代里，许多教育家如唐代的韩愈，北宋的张载、程颐，南宋的朱熹，明代的王阳明，明、清时期的王夫之、陆世仪等，他们继承发展了已有的理论，并且使之逐步完善。现代的一些教育家他们不仅有许多关于学习理论的精辟的论述，还对古代教育家的学习理论进行挖掘整理，初步形成了我国的学习理论。

在西方，从17世纪起就有许多教育家、哲学家注意学习理论的研究，如夸美纽斯（1592～1670）、洛克（1632～1704）、赫尔巴特（1776～1841）、第斯多惠（1790～1866）等，在他们的哲学和教育学著作中都有许多关于学习的论述。在西方，系统的研究学习理论是从桑代克开始的，桑代克（1874～1949）通过动物的实验对学习理论进行了长期的研究，提出了联结主义的学习理论。继桑代克之后有华生（1878～1958）、斯金纳（1904～）等在桑代克的学习理论的基础上提出了操作性条件反射的学习理论。于此同时，西方又兴起了认知学派的学习理论，提出了“输入—加工—输出”的学习模式，重点研究信息的获取、加工、储存、使用等过程。这些学习理论，虽然还有许多不够完善之处，但它们都是国内外教育家、心理学家长期研究的结果，对我们研究数

学学习有着十分重要的参考价值，对本学科的研究有着极好的启示和借鉴作用。

第一章 学习理论

学习是一个宽阔的概念，学习的定义至今并没有统一的说法。心理学中一般把学习定义为“由经验引起的比较持久的行为变化”。这里所说的行为变化既包括外部可以观察到的外显行为，也包括思维活动和认识活动中概念与表象的变化的内隐行为。

学习是一种极其复杂的心理现象。行为变化的原因是什么？学习过程的实质和机制是怎样的？这些都引起了心理学家们的注意，他们从不同的观点立场出发，根据不同的材料，采用不同的方法进行研究，形成了学习理论的各种学说。

第一节 国外的学习理论

在国外，学习理论的各种学说，较有影响的有两大学派。它们是联结主义学习理论和认知学习理论。

一、联结主义的学习理论

联结主义学派把学习看成是刺激与反应之间形成的联结，学习过程的研究，就是“给出已知的刺激，观察学习者的反应，从而探索人们行为的规律”。联结主义的主要代表人物有桑代克、斯金纳等。

1. 桑代克的联结主义试误说

联结主义的试误说是美国的心理学家桑代克经过一系列的动物实验提出来的学习理论。桑代克认为学习是刺激和反应的联结。“联结”即学习者对情境所引起的反应。他认为这种反应是学习者在情境中经过不断尝试和不断的舍弃错误和改正错误的结

果。桑代克做过许多动物的实验，其中最成功的是猫开门的实验，他把饿得发慌的猫关在笼子里，笼外放着食物，笼门用活动的门关着，被放进笼里的猫在笼子里躁动不安，试图从任何空隙中钻出来。它东碰碰、西撞撞，用爪抓一切可以抓到的东西，经过一阵的乱碰乱抓，偶然碰到那个活动的门闩，门被打开了，在若干次尝试的过程中，猫的随机的紊乱的行为出现得少了，直到最后，只要把猫一放进笼里，它就立即以一定的方式去抓门闩打开笼门。桑代克还曾用白鼠、狗、猴子等来作实验对象，其结果也和猫的学习情形相同。在桑代克的实验情境中，有这样的一些过程：①开始时动物对实验情境中的一切现象，作天赋的或以前已获得的反映——即构成尝试与错误的活动；②逐渐取消各种错误活动——即将旧有的足以阻碍进行的尝试与错误的反应，逐渐取消；③逐渐取得满意的反应，因为这些反应能逃避禁锢，且可获得满意的结果；④结合各种满意的反应，成为一个新的反应。桑代克认为，猫学习开笼的过程，就是经过多次尝试，不断减少无效劳动，不断舍弃错误动作而学会的。所以桑代克认为：学习的过程，就是尝试与改正错误的过程。桑代克的联结试误说的主要内容有以下四点：

(1)认为学习的实质就是形成一定的刺激反应的联结，即学习者对某个情境所引起的反应。常用S(刺激或情境)—R(反应)来表示上述的联结公式；

(2)一定的联结是通过试误而建立的，即学习是在尝试与错误中进行的，在重复的尝试中，错误反应逐渐剔除，正确反应逐渐增强，最后终于形成固定的刺激反应联结，获得成功；

(3)认为人类学习虽与动物的学习有所不同，人类的学习在尝试过程中是有意识的分析与选择，而动物是无意识的，但这仅是简单与复杂，联结数量多少上的区别；

(4)桑代克根据他多次实验的结果，提出了以下学习规律

——三个学习主律和五个学习副律：

①练习律 练习律认为刺激—反应联结会因重复或练习而得到加强，相反，刺激—反应联结会因荒废而削弱。也就是说，学习是通过实践和反复练习而得到加强。到20世纪30年代，桑代克又修改了他提出的练习律。他提出，练习并不能无条件的增强刺激与反应之间的联结力量，单纯的练习不一定能引起学习水平的提高。

②效果律 效果律认为如果刺激—反应联结结果受到奖励，那么这种联结就会加强，如果刺激—反应联结结果受到惩罚，那么这种联结就会削弱。桑代克认为，在改变行为方面，奖励比之惩罚有更大的效果。

③准备律 联结的加强或削弱取决于学习者的心理调节和心理准备。对学习有准备的人，学习效果好而且越学越有兴趣；反之，学习就会成为学习者的负担，越学越没有兴趣，学习效果就差。

④多重反映律 指学习者能够进行多种反应和改变反应。

⑤心向律 指学习依赖于学习者的态度或心向的指引。

⑥选择反应律 指学习者能对学习情境中的优势要素进行有选择的反应。

⑦类推律 指学习者对新的情境能像在类似情境中一样，进行同样的反应。

⑧同化转移律 指学习者原来对某一刺激的反应，在变换刺激后仍然发生。

以上的①～③是桑代克的学习理论的学习主律，④～⑧是学习副律。

桑代克的学习联结说是心理学史上第一个较为完整的学习理论。这个理论不仅试图说明什么是学习，还试图说明学习过程是如何进行的，有哪些规律，它对于学习心理的研究起了很大的推

动作用。不过桑代克的学习理论多数是出于对动物的实验，不少是将动物实验推及人类，因而他的理论存在着刻板 and 机械的倾向，忽视了人的学习的社会性、主观能动作用和学习过程中理解的作用。尽管如此，桑代克的学习理论对当今学生的学习仍有一定的应用价值，特别在以下几个方面值得我们借鉴。

1° 培养学生满意的学习情绪。在桑代克的实验情境中，猫开门得食，发生满意的情绪，这满意的情绪促进其继续尝试，终于学会了开门；如果尝试错误，不能发生成功的动作（开门得食），则引起烦恼的情绪。桑代克的这种满意和烦恼，在学生学习中也是两种易于产生的基本情绪，学生对满意的学习情境，必乐于接受，或加倍努力；反之则拒不接受，或无心学习。在教学中，如果我们创设一个能激起学生的积极情感，进而产生对知识的热烈追求的情境，就会使学生产生满意的情绪，反之，如果学习情境不能激起学生的积极情感，气氛沉闷、枯燥单调，就会引起学生不满，使之情绪低沉，精神不振，而影响学习效果。

2° 引起学生的学习动机。猫在笼里所以发生开门的动作，是起于一种强烈的饥饿动机，因为它看到笼外置有食物，它必须努力以赴，才能取得食物充饥。学生的学习也是这样，我们必须引起学习者的学习需要，明确学习所要达到的目的，学习者才能主动、努力地去进行学习。

3° 引导学生在尝试的过程中进行推理的运用。猫在笼中经过一番尝试与错误以后，忽然能采用一种聪明的方法去解决问题，这种现象，在人类的学习中，称之为推理的历程。当学生在学习中遇到一个难题时，也会产生许多尝试与错误的活动。他们在尝试过程中，应用推理和判断的方法，判别何者是无效的活动，应予淘汰，何者是有效的活动，应予保留。在学生学习一些新知识时，如果让学生进行适当的尝试，并帮助他们运用推理和判断，迅速舍弃错误的活动，找出解决的方法，常会收到较好的

学习效果。

4° 在概念、原理、法则学习之后，予以必要的重复练习，并在以后的学习中加以应用。桑代克认为，猫之所以能学会开门，乃是多次练习的结果。他还指出情境与反应形成的一个联结，如果加以应用，这个联结就会加强；如果不应用，这个联结就会削弱。在学生的学习中，也有类似的情况。教学中，在某个概念、定理、法则学习之后，有必要让学生进行一定数量的重复练习（当然数量要适当），并且要有意图的在以后的学习中给予经常应用的机会，这样才能使学得的知识得到巩固。

5° 重视学习者对学习的心理准备。学习者如果对学习有心理准备，就会将注意集中于所要学习的内容，在遇有困难和挫折时，也能不畏困难，奋勇前进。

2. 斯金纳的操作性条件反射学习论

斯金纳是当代新行为主义学派代表人物，他继承和发展了桑代克的联结主义学习理论，提出了刺激—反应—强化的学习模式。斯金纳在30年代发明了一种所谓斯金纳箱的学习装置，在箱内装有一操纵杆，操纵杆另一端与提供食丸的装置连接。他把饥饿的白鼠放在箱内后，白鼠在箱内到处乱爬，一个偶然的时机，它爬上了横杆，将杠杆朝下一压，供丸装置就自动落下一粒食丸，白鼠吃了食丸之后，爬来爬去，又爬上了横杆，再将杠杆下压时，又得到一粒食丸，多次“得手”之后，白鼠就逐步减少多余的错误动作而直接按压杠杆取食。这样，白鼠就学会了按压杠杆以取得食物的反应。斯金纳还用鸽子做过同样的实验。斯金纳将他“教会”白鼠或鸽子等所进行的“学习”，叫做**操作性（或工具性）学习**。斯金纳在实验中发现白鼠连续压杠杆数十次之多，说明强化很重要。他指出，在操作性活动条件的场合，强化刺激和反应的形成是关联的。如果在操作性活动发生之后，随即呈现强化刺激物，反应就会增强；如果在操作性活动发生之后，