

天馈系统中波导元件

理论与计算机辅助设计

Waveguide Components for
Antenna Feed Systems:
Theory and CAD

电子工业部第十研究所

国防科技天线与微波技术重点实验室

天馈系统中波导元件

理论与计算机辅助设计

杨乃恒 等译
阮馨远 等校

电子部十四所国防科技天线与微波技术重点实验室

一九九五年四月

内 容 简 介

本书是关于波导元件和组件精确设计方面较详尽的参考书。本书系统介绍三种适合波导元件计算机辅助设计的数值方法,即模式匹配法、有限元法和传输线矩阵法。书中详细介绍各种波导传输线、变换器、弯头、滤波器、多工器、定向耦合器、功率分配和合成器以及极化鉴别元件和设备的工作原理和设计方法,对多种元件和组件给出典型实例。上述元件和组件不仅适用于卫星通信地球站和雷达的天馈系统,也适用于其它波导系统。

本书适于从事微波、毫米波天馈系统研究和设计的科技人员参考,也可作为高等学校师生的参考书。

原书名 **Waveguide Components for Antenna Feed
Systems: Theory and CAD**
原作者 **J. Uher J. Bornemann Uwe Rosenberg**

天馈系统中波导元件理论与计算机辅助设计

杨乃恒 等译 阮馨远 等校
责任编辑 孙惠媛 李明

电子部十四研究所国防科技天线与微波技术重点实验室出版
(古平岗四号)

电子部第十四所情报信息中心印刷

开本 787×1092 1/16 印数 1×400 册

1995年4月第1版

前 言

在过去数十年里,由于在微波与毫米波应用中对精确分析和设计方法的需求,已经产生了许多数值方法。随着功能强大的计算机和工作站的出现,场理论的模型已成为比较现实的工具,特别对于任意形状的波导元件的设计更是如此。

在现代卫星和全球通讯系统的天馈系统中,通常都要用到大量的工作在微波和毫米波频段的元件。然而,尽管有精确的数值工具,利用简化模型和广泛的实验模型等传统设计方法仍然为主要采用的手段。

本书目的是为天馈网络中应用的波导元件进行计算机辅助设计,提供一本最完整的参考资料。书中提出了各种 CAD 的算法,提供了它们的应用举例和解释了用于天馈系统中的各种元件的工作原理。作为设计工具的数值方法是完全基于场理论方法的。

本书涉及到广泛而复杂的领域,因此必须通过合作来全面完成这一课题。J. Uher 写了第十章,2.3, 3.1, 3.2, 3.3 节以及 3.4 节的第一部分。Bornemarnn 写了 2.1, 3.6, 3.7 节和 3.5 节的最后一部分,U. Rosenberg 写了 3.81 节,3.4 节的第二部分和 3.5 节的第一部分。作者还要感谢加拿大渥大华大学的 M. Ney,感谢他接受编写有关有限元法的 2.2 节。

我要对 Spar 航天公司的 C. Mok 审阅了我的手稿表示感谢。我还要衷心感谢维多利亚大学的 Wolfgang Hoefler 教授,感谢他向我介绍了传输线矩阵(TLM)法。在准备手稿期间,我的合著者和 W. Jesien 先生向我提出了许多有价值的建议,对此向他们表示感谢。最后,我要感谢

我的夫人和孩子的慷慨和支持。

—Jaroslav Uher—

我要感谢我的夫人对我的巨大支持,感谢她描绘了本书中我写的部分的许多图并写了说明,感谢她的耐心,特别要感谢她为我们降生了一个可爱的婴儿。我也要感谢我那现在才六个月的儿子的令人惊奇的忍耐力,我的合著者给了我许多有益的帮助,我的同事 Rudiger Vahldieck 在过去的十二年内提供了许多有价值的建议和讨论,对此表示一并感谢。我还十分感谢 ANT,加拿大电气和计算机工程杂志、IEEE 和微波展览与出版公司,感谢他们允许我重印或复制许多有版权的资料。

—Jens Bornemann—

首先,我要感谢我的夫人和儿子的忍耐,我也感谢我的合著者的良好合作,使本书得以出版。还要感谢所有给以建议和一起讨论的同事们。特别要感谢 G. Morz 博士和 ANT 馈线实验室的小组——K. Beis, U. Mahr 博士, S. Martin, W. Speldrich, 感谢他们的合作和在 3.8 节中提出的许多杰出的设计思想。还要感谢 W. Hagele 和 Lenz 在我写的 3.4 和 3.5 节中给以我的帮助。最后,对 ANT 提供本书的有关材料表示感谢。

—Uwe Rosenberg—

1992年10月

中译本前言

• 《天馈系统中波导元件：理论和计算机辅助设计》一书系美国 Artech House 公司出版的天线丛书之一。工作于高功率的短波长微波和毫米波天线的馈电系统通常由波导元件构成，对波导元件的精确分析属三维电磁场问题，需要功能强的计算机和优良的数值计算方法。目前已有各种功能较强的可用于微带线等平面电路元件和组件的二维电磁场问题的机助设计软件，但尚缺少类似功能的可用于波导元件和组件的机助软件。

• 对不同的问题应选择不同的数值方法，本书首先系统地介绍三种适合波导元件机助设计的数值方法，即模式匹配法，有限元法和传输线矩阵法。随后，详细地介绍各种波导传输线、变换器、弯头、滤波器、多工器、定向耦合器、功率分配和合成器以及极化鉴别元件和设备的工作原理和应用上述数值方法的机助设计，并给出了各种元件和组件的典型应用实例。上述元件不仅适用于卫星通信地球站的天馈系统，也适用于雷达的天馈系统和其它波导系统。

• 本书由电子工业部第十四研究所国防科技天线与微波技术重点实验室组织翻译。第一、二章杨乃恒译、阮馨远校，第三章（占本书篇幅的 3/4 以上）中 3.1 至 3.3 节阮馨远译、杨乃恒校，3.4 节杨坚译、杨乃恒和阮馨远校，3.5 节杨坚译、林守远校，3.6 至 3.8 节顾墨琳译、林守远校，全书由阮馨远总校。

• 本书的翻译出版将对我国在精确分析和设计波导元件和组件方面作出贡献。中译本如有不当之处，希读者不吝指正。

电子部十四所副总工程师

林 守 远

一九九五年四月

目 录

前 言

第 1 章 引 言	(1)
第 2 章 选用的数值方法	(6)
2.1 模式匹配法	(6)
2.1.1 引言	(6)
2.1.2 背景	(7)
2.1.3 H 面不连续性	(8)
2.1.4 波导分叉	(15)
2.1.5 E 面不连续性	(19)
2.1.6 T 接头(谐振腔法)	(20)
2.1.7 双面阶梯	(24)
2.1.8 不同的横截面	(29)
2.1.9 其它模式匹配方法	(30)
2.1 节附录	(32)
2.1 节参考文献	(39)
2.2 有限元法	(40)
2.2.1 引 言	(40)
2.2.2 场的公式	(40)
2.2.3 变分法	(42)
2.2.4 瑞利——里兹(Rayleigh—Ritz)法	(44)
2.2.5 有限元法(FEM)	(45)
2.2.6 有限元法特点的小结	(51)
2.2.7 一个多导体传输线的有限元法计算机程序	(52)
2.2 节附录	(52)
2.2 节参考文献	(54)
2.3 传输线矩阵法	(55)
2.3.1 传输线矩阵法基础	(55)
2.3.2 用 TLM 法对微波结构定模	(57)
2.3.3 TLM 法小结	(62)
2.3.4 三维对称压缩节点 TLM 法在微波 S 参数计算中的应用	(63)

2.3 节附录	(65)
2.3 节参考文献	(80)
第 3 章 用于天馈系统的波导元件	(81)
3.1 传输线	(81)
3.1.1 定义	(81)
3.1.2 矩形波导	(85)
3.1.3 脊形波导	(90)
3.1.4 圆波导	(93)
3.1.5 同轴波导	(99)
3.1.6 圆同轴线	(99)
3.1.7 方形(矩形)同轴波导	(104)
3.1 节参考文献	(108)
3.2 阻抗变换器和匹配电路	(109)
3.2.1 阻抗匹配概念和方法	(109)
3.2.2 实用阻抗变换器——设计方法和例子	(114)
3.2 节附录	(124)
3.2 节参考文献	(126)
3.3 波导弯头	(127)
3.3.1 波导弯头的场分析	(127)
3.3.2 波导弯头的设计	(128)
3.3 节参考文献	(134)
3.4 微波滤波器	(135)
3.4.1 微波滤波器理论和设计方法发展概述	(135)
3.4.2 微波滤波器的通用化 CAD 方法	(135)
3.4.3 几种选定类型的直接耦合谐振器滤波器的 CAD	(143)
3.4.4 圆腔滤波器	(164)
3.4.4.1 滤波特性和等效电路的综合	(168)
3.4.4.2 简并(多模)腔设计	(172)
3.4.4.3 滤波器的耦合——设计考虑要点	(176)
3.4 节参考文献	(194)
3.5 多工器	(197)
3.5.1 环行器/滤波器链	(197)
3.5.2 定向滤波器多路传输方法	(203)
3.5.3 复式接头多路传输技术	(208)
3.5.4 毫米波多工器	(219)
3.5 节附录	(239)
3.5 节参考文献	(240)

3.6 定向耦合器	(242)
3.6.1 引言	(242)
3.6.2 基本的耦合段及机理	(244)
3.6.3 四分之一波长变换器原型	(247)
3.6.4 反向定向(TEM 线)耦合器	(248)
3.6.5 孔耦合器	(251)
3.6.6 分支波导耦合器	(256)
3.6.7 结论	(264)
3.6 节附录	(264)
3.6 节参考文献	(266)
3.7 功率分配器与合成器	(268)
3.7.1 引言	(268)
3.7.2 基本的波导功率分配器/合成器	(269)
3.7.3 径向波导功率分配器/合成器	(276)
3.7.4 混合接头作为功率分配器/合成器	(279)
3.7.5 可变功率分配器/合成器	(282)
3.7.6 对功率合成器的考虑	(285)
3.7 节参考文献	(287)
3.8 极化鉴别元件及设备	(288)
3.8.1 线极化和圆极化	(288)
3.8.2 正交模变换器	(291)
3.8.2.1 标准窄带 OMT 设计(第 1 类 OMT)	(294)
3.8.2.2 宽带 OMT(第 2 类 OMT)	(303)
3.8.2.3 四(多)端口合成器(第 3 类 OMT)	(309)
3.8.3 圆极化和鉴别装置	(320)
3.8.3.1 常规极化器	(322)
3.8.3.2 使用 OMT 和功率分配器进行极化鉴别	(334)
3.8.3.3 圆极化四(多)端口合成器	(338)
3.8 节参考文献	(341)

第 1 章 引 言

现代通讯和雷达天线系统要用许多不同的波导元件。图 1.1 是一个多频段天馈系统的方框图⁽¹⁾。它由若干构件、元件和子系统组成。为了与技术术语相一致,我们将用“构件”这个词,它指的是不改变信号响应的网络部件。波导段、波导弯头、波导接头(包括功分器)、阻抗变换器和转接器是一些常用的构件的例子。

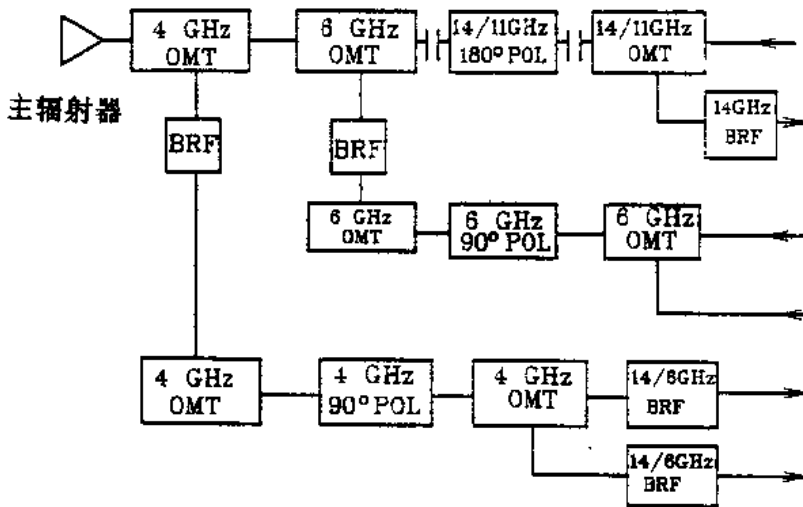


图 1.1 多频段的通讯天馈系统,引自[1]

与微波构件相反,微波“元件”将改变或控制载波的特性。在天馈系统中所用的微波元件的典型例子(也示于图 1.1 中)有滤波器(低通、带通和高通),定向耦合器、极化器、正交模变换器、移相器、环形器、隔离器和开关等。二个或多个元件和构件可以组成子系统。一个天线子系统的典型例子是多工器和波束形成网络。天线子系统的另一个例子示于图 1.2。它由两只双工器,定向耦合器和两只馈源喇叭所组成。

天线系统的所有的单元都可以用不同的微波技术来实现,无论那种电路技术,在它们设计时总要涉及计算机辅助设计(CAD),因为对系统的性能要求越来越高,用于元件设计的传统方法就变得不再经济了。这是因为天线系统的日益复杂化,它的开发就需要较长的周期,从而使它的最终成本增加到不可接受的极限。传统的 CAD 方法通常基于等效电路原理,在无耗传播媒体中的离散的不连续性用等效电抗的组合定模⁽²⁾。这些模型早在四十年代就被著名的麻省理工学院(MIT)的辐射实验室的成员们用于微波元件的设计⁽³⁾。由该学院领导所完成的理论工作无疑是一伟大的成就。许多年后,他们的许多模型仍旧被运用,而且仍旧在讨论波导不连续性的文章中作为参考而被发表。闭式表达式可以使问题获得圆满的解释,用这样一种公式化的形式来求得最后的结果所要求的计算量是可以忽略的。但是,等效电路法也有严重的缺

点。最重要的一点是这些模型只对指定的几何尺寸有效。这些尺寸只在某些限制下能改变。一个这样的限制可能是不连续性的零厚度。与用等效电路模型相关的另一个问题是对考虑高次模耦合影响的无能为力,这种影响在不连续性的附近是可能发生的。这些因素和其它限制可能导致预期的和实验的响应之间产生严重的不一致。

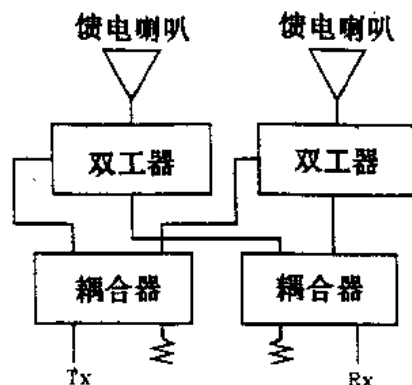


图 1.2 一个简单天馈系统的方框图

为了说明这些问题,我们考虑两个例子。第一个例子是设计一个 3dB 分支线耦合器,其中中心频率为 5.2GHz,用方同轴线实现。图 1.3 示出了用理论上严格的场传输线矩阵(TLM)法经优化后所求得的与 δ 参数(实线表示)。这些结果和用传统的奇偶模理论^[6]未经逐次计算的 δ 参数相比较(用虚线表示)。从这一比较中可明显看出,在所考虑的频率范围内,接头的效应太强了,仅用简化的公式来设计器件就不可能有满意的响应,尽管对于这种接头也可求得其等效电路。这样一个不连续性的 δ 参数只有通过全波分析才能严格计算^[6]。

第二个例子是分别用模式匹配法^[6]和传统的滤波器综合^[7]来设计一个带通滤波器(图 1.4)。用模式匹配法的计算考虑了金属插片的有限厚度,而传统设计假定插片为零厚度,滤波器响应可以清楚地看到有个频率偏移。

可以举出许多类似的例子来说明全波分析优于等效电路法,以场理论为基础的方法的最重要的特点可以总结如下:

- 十分精确的频响预示;
- 考虑了高次模的影响;
- 对波长(或频段)没有限制;
- 在毫米波段可直截了当分析。

迄今为止,这些设计方法也还有一个严重的缺点。它们在实践上需要相当大的计算量,在过去十年内,这种形势发生了很大的改变,随着一些新的计算技术的出现,如并行处理器、简化指令计算机(RISC)处理器或者“芯片上的计算机”处理器等为复杂的全波分析开创了前所未有的可能性。一些要求非常大的随机存取存储器(RAM)和长的计算时间的数值方法现在在微波技术中已成为十分现实的设计工具了。其中最普遍的有:有限差分域法(FDTD)^[8],有限元法(FEM)^[9]及传输线矩阵法(TLM)^[10]等。所有这些方法还具有一个普遍性:它们都可以考虑任意形状的不连续性,在计算的定义域内,可计算任何位置的电磁场的任一分量。这对分析微波元件的功率容量来说,是一个十分重要的特性。此外,FDTD 和 TLM 法还同时提供了时域和频域响应。

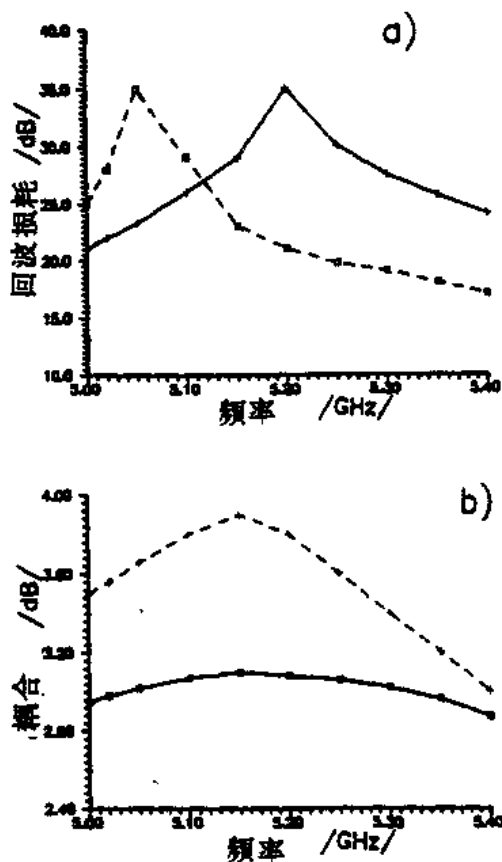


图 1.3 TEM 传输线定向耦合器的频率响应：(a)回波损耗；(b)插入损耗

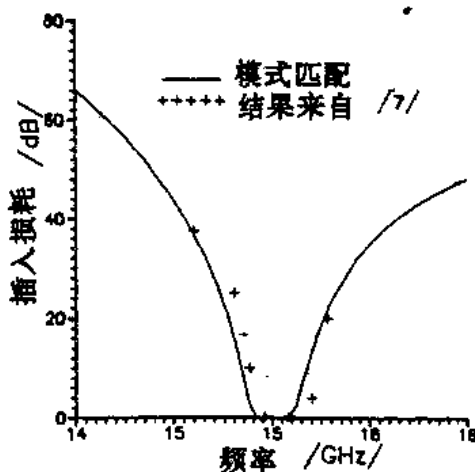


图 1.4 由模式匹配法计算的插入损耗与[7]中的结果(忽略金属插片厚度)的比较

因为基于这些方法(有时叫作场解答器)的数值编程的使用还是十分最近的事,有关它们在微波 CAD 中的应用的一些通用规则必须确定。专门用于分析元件的方法将在第 3 章中给出,在那里,讨论了用于天馈系统的几乎所有重要的构件和元件。

用全波分析来设计元件的若干通用规则总结如下:

- 设计目标的技术指标。这里必须确定所要求的频响、带宽、最大插损、最大回波损耗以及一些规定该元件的其它参数,还有功率容量也必须加以规定。
- 确定设计的约束。最重要的有:最大总尺寸(或重量);与功率容量有关的几何细节或几何参数的最小尺寸;机械稳定性和可加工性;这里还必须对总的成本有一估算。
- 初始设计,可以用简单的方法来综合一个元件的几何尺寸,从而得到下面设计步骤的初始值。快速运行程序,例如用谱域分析(SDA)^[1]或集总/分布元件综合法,可以用来获得该器件的电响应的必要的信息量。如果没有 SDA 程序或集总元件模型可资利用,在这一设计阶段,在文献上发表的一些实验数据也是十分有用的(必要的话,频段可以按比例升降)。
- 全波分析。在这一步,在规定的频段内计算元件的 δ 参数。许多基于场理论的数值程序就可以利用,模式匹配法(MMT)程序^[2],三维 SDA 程序,或者基于直线法(MOL)的程序都是快速和精确的,不过碰到任意几何形状时,它们缺乏普遍性。

场解答器是十分通用的且还可以用来提取 δ 参数。但是,他们仍然需要相当的计算量。这里推荐的操作存贮大小约为 64M 位,最小中央处理单元(CPU),每秒浮点运算数为 4M,这对当今的大多数工作站来说是标准的性能,而且不久 PC 机也将达到这些性能。

- 优化。在优化程序中,可以有效地利用 MMT, SDA 和 MOL 计算程序,这里假定完成一次优化需要运行平均约 100 次分析程序(取决于程序的质量和起始值)。无论用什么优化方案,当用这些方法时,达到设计目标所需要的 CPU 时间多半可以保持在一个合理的限度内。三维场解答器在执行时本身就较慢,因此,完成一次优化就需要很长的 CPU 时间。但是,对于改变几何尺寸,即使只运行少数几次,还是很有帮助的,且可降低设计成本。

我们还应该强调,对于面向理论处理的微波电路 CAD,可以理解上面的方案并非是一个完整的 CAD/CAM 算法。其中所用的分层结构的 CAD 包括:电路理论;场理论;系统理论;线性、非线性和统计仿真;优化技术以及成品分析等。

我们的打算是向读者提供用于天馈系统中的微波构件和元件的有效而精确的 CAD 算法。因为许多这类元件在其它微波网络里也是常用的,因此,这些算法并不限于应用于天馈线系统中。本书以这样的方式编排,即在讨论到所选用的数值方法的章节里,重点突出数值和编程方面。并且以立即可用的方式或子程序加以总结。对于无源元件的有一定深度的数值方法介绍见[14]。在讨论到各个元件的章节里,读者就可以参阅相关元件的特定的数值解法。必要时,还加入了一些子程序。因为这里所用到的都是基于场理论的方法,所以可以预料,只要很少或不需调整就可以满足设计目标,于是大大降低了设计工作量。

参考文献

- [1] T. Kitsuregawa. *Advanced Technology in Satellite Communication Antennas. Electrical and Mechanical Design*. Dedham, Massachusetts, 1990. Artech House, p. 197.
- [2] N. Marcuvitz. *Waveguide Handbook*. New York: Dover, 1965.
- [3] A. A. Oliner. Historical Perspective of Microwave Field Theory. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*. Vol. MTT-32, No. 9, Sept. 1984, pp. 1022-1045.

- [4] J. Reed and G. Wheeler, A Method of Analysis of Symmetrical Four-Port Networks, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-4, October 1956, pp. 246-252.
- [5] F. Alessandri and R. Sorrentino, Analysis of T₁ Action in Square Coaxial Cable, *Proc. 13th EuMC*, Stockholm, 1988, pp. 162-167.
- [6] R. Vahldieck, J. Bornemann, F. Arndt and D. Grauerholtz, Optimized Waveguide E-Plane Metal Insert Filters for Millimeter-Wave Applications, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-31, No. 1, Jan. 1983, pp. 65-69.
- [7] A. M. K. Saad and K. Schuenemman, Design and Performance of Fin-line Bandpass Filters, *Proc. 9th EuMC*, Brighton, 1979, pp. 397-401.
- [8] W. K. Gwarek, Analysis of An Arbitrarily Shaped Planar Circuit-A Time Domain Approach, *IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-33, 1985, pp. 1067-1072.
- [9] R. L. Ferrari, Finite Element Analysis of Three-dimensional Electromagnetic Devices, *Proc. 15th EuMC*, Paris, 1985, pp. 1064-1069.
- [10] W. J. R. Hofer, The Transmission-line Matrix Method—Theory and Applications, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-33, 1985, pp. 882-893.
- [11] R. H. Jansen, The Spectral-domain Approach for Microwave Integrated Circuits, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-33, 1985, pp. 1043-1056.
- [12] P. J. B. Claricoats and K. R. Slinn, Numerical Solution of Waveguide Discontinuity Problems, *IEE Proc.*, Vol. 114, July 1967, pp. 878-886.
- [13] U. Schulz and R. Pregla, A New Technique for the Analysis of the Dispersion Characteristics of Planar Waveguides, *Arch. Elek. Übertragung*, Vol. 34, 1980, pp. 169-173.
- [14] T. Itoh (ed.), *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures*, New York: J. Wiley, 1989.

第2章 选用的数值方法

2.1 模式匹配法

J. Bournemann, 维多利亚大学

2.2 有限元法

M. M. Ney, 渥太华大学

2.3 传输线矩阵法

J. Uher, 斯巴(Spar)航天有限公司

2.1 模式匹配法

2.1.1 引言

在分析和设计天线系统中的微波无源元件时,如果所涉及的结构具有固定的横截面边界以及其不连续性在传播方向,那么使用模式匹配法就比较好。一个典型的例子是由两个不同尺寸波导组成的不连续性。模式分析的主要好处是它能包括高次模的激励和相互作用,因而考虑了消失的TE和TM模对总的电磁场的贡献。在每一各自横截面内,其场可用已知的麦氏方程解(本征模)在该区域的加权和来描述。这样得到的场在该不连续的平面上要匹配,以便推导广义散射矩阵。然后和其它不连续性的矩阵相级联而组成无源构件和元件。和其它数值解法一样,这一步骤不可能倒过来就获得一种直截了当的设计算法。为此常用优化来达到这一目的。

该方法发展的简要历史性回顾已在〔1〕中给出。“模式分析”这一名词是在〔2〕中引入的,而在波导不连续性的分析中可观察到相对收敛的现象。模式匹配法的一个缺点是解的收敛特性决定于模式数量之比,这就需要某些准则,它在〔3〕中已经给出。如果所讨论的结构变换到波导模式(例如,微带接头〔4〕),则非波导的电路也可用模式匹配法来分析。〔5〕中给出了传播的和消失的TE和TM模的广义散射矩阵的性质摘要,它的正性和准正性关系对于校验计算机算法就特别有用。

在这一章里,针对一些不同的不连续性将解释模式匹配法的基本概念。虽然这些例子都很简单,但它们却覆盖了较广的应用范围。具体地说,首先对H面、E面,T接头和窗孔型的不连续性用模式匹配法进行了演示。伴随着这些问题,一些相关的题目诸如功率归一化、广义散射矩阵、有限长度段、不连续性的级联、相对收敛以及过渡区域等也作了讨论。矩形波导和圆波导

中的窗孔型例子里,还提出了TE和TM模组合的问题。对于模式匹配法的各种用法,本章以评论的方式给出了一些结论。

2.1.2 背景

模式匹配法的基础是用傅里叶级数对未知的电磁场分量加以近似。在直角坐标系下,用来近似的正弦和余弦函数的宗量是波形的空域周期。一旦求得了傅里叶系数,场的分布就可计算。有一个例子将被用来说明这一步骤。

图2.1.1表示了空间周期分别为 $2x_0$ 和 $2(x_2-x_1)$ 的两个周期性波形 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 。设 $f_2(x)$ 用它的傅里叶级数表示为

$$f_2(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin\left(\frac{n\pi}{x_0}x\right) \quad (2.1.1)$$

然后通过乘以 $\sin(m\pi x/x_0)$ 再积分可求得函数 a_n

$$\int_0^{x_0} \sin\left(\frac{m\pi}{x_0}x\right) f_1(x) dx = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^{x_0} \sin\left(\frac{m\pi}{x_0}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{x_0}x\right) dx \quad (2.1.2)$$

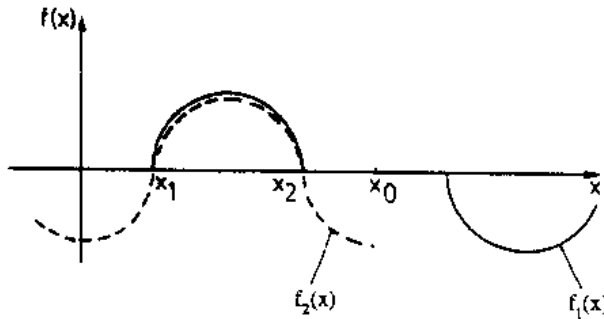


图 2.1.1 周期波形 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$

因为(2.1.1)和(2.1.2)中的正弦函数构成一个正交函数系,所以(2.1.2)右边的积分若 $m=n$ 得到 $x_0/2$,否则为零,因此

$$\frac{2}{x_0} \int_0^{x_0} \sin\left(\frac{m\pi}{x_0}x\right) f_1(x) dx = a_m \quad (2.1.3)$$

虽然 $f_1(x)$ 是未知函数,但系数 a_m 却可在区间 $[x_1, x_2] \in [0, x_0]$ 内用 $f_2(x)$ 的傅里叶级数展开式来代替 $f_1(x)$ 来求得。

$$x_1 \leq x \leq x_2: f_1(x) = f_2(x) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin\left[\frac{k\pi}{x_2-x_1}(x-x_1)\right] dx \quad (2.1.4)$$

结合(2.1.3)和(2.1.4),系数 a_m 可以表达为

$$a_m = \frac{2}{x_0} \sum_{k=1}^{\infty} b_k \int_0^{x_0} \sin\left(\frac{m\pi}{x_0}x\right) \sin\left[\frac{k\pi}{x_2-x_1}(x-x_1)\right] dx \quad (2.1.5)$$

系数 b_k 可类似地求得

$$b_k = \frac{2}{x_2-x_1} \sum_{m=1}^{\infty} a_m \int_{x_1}^{x_2} \sin\left[\frac{k\pi}{x_2-x_1}(x-x_1)\right] \sin\left(\frac{m\pi}{x_0}x\right) dx \quad (2.1.6)$$

在无穷级数展开式被截断后, (2.1.5)和(2.1.6)可以写作矩阵形式并解出系数 a_m 和 b_k 。必须指出, 虽然函数 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 是未知函数, 但它们的傅里叶系数却可通过在它们的公共区间匹配它们的展开级数而求得。在下一节我们将表明, 式(2.1.5)和(2.1.6)基本上对应于电场和磁场的切向分量在不连续面上的匹配条件。

2.1.3 H 面不连续性

在应用模式匹配法时, 重要的是要知道涉及的是哪些电磁场的分量。它们决定于激励模(例如, 波导的主模)的场分量加上所有不连续性的附加的场分量。因为通常所有与不连续性平面相切的分量都需要匹配, 所以场分量的数目将直接影响矩阵的大小和分析一个不连续性、一个构件或元件所需要的 CPU 时间。

对于图 2.1.2 中所示的 H 面不连续性, 主模(TE_{10})激励除了入射波的场(E_y, H_x, H_z)外不会引入其它场分量, 因此, 这种不连续性可以只用 TE_{10} 模来表征。在区域 I, 切于不连续平面的场分量为

$$E_y^I = \sum_{m=1}^M G_m^I \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) (F_m^I e^{-k'_m z} + B_m^I e^{\gamma k'_m z}) \quad (2.1.7)$$

$$H_x^I = -\sum_{m=1}^M G_m^I Y_m^I \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) (F_m^I e^{-k'_m z} - B_m^I e^{\gamma k'_m z}) \quad (2.1.8)$$

其中传播常数 k'_m 和波导纳 Y_m^I 由下式给定,

$$k'_{zm} = \left\{ \begin{array}{ll} +\sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}, & \text{传播模} \\ -j\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0}, & \text{损耗模} \end{array} \right. \quad (2.1.9)$$

$$Y_m^I = \frac{k'_{zm}}{\omega \mu_0} \quad (2.1.10)$$