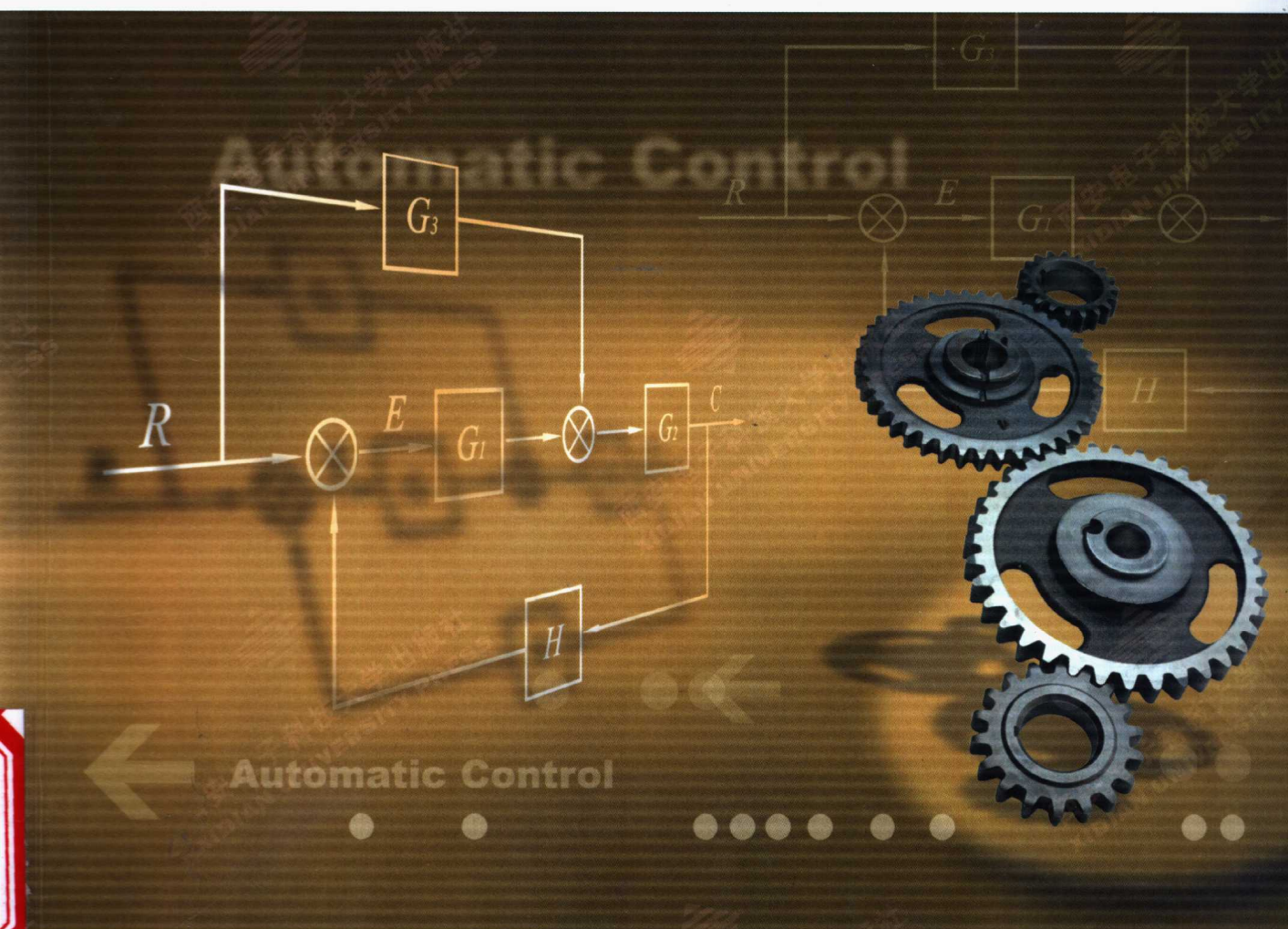


21 世纪

高等学校电子信息类系列教材

自动控制原理 学习指导与题解

■ 方斌 编著



西安电子科技大学出版社

<http://www.xduph.com>

面向 21 世纪高等学校电子信息类系列教材

自动控制原理 学习指导与题解

方 斌 编著

西安电子科技大学出版社

2003

内 容 简 介

本书共分 10 个章节(含现代部分),包含自动控制的一般概念、控制系统的数学模型、控制系统的时域分析法、根轨迹分析法、控制系统的频域分析法、线性系统的校正、采样控制系统、非线性系统分析、线性系统理论和线性定常系统的综合——状态反馈与状态观测器。每章都有较为详细和全面的总结,并配有丰富、典型的例题。例题取材范围广,其中很多都取自国内一些重点高校历年的考研试题。书中对每道例题都给出了详尽的说明和讨论,并尽可能地做到一题多解。本书注重阐述各种解题方法和注意事项,对于较容易被忽视或出错的问题,都加以特别强调或说明。另外,每章后给出多道习题以便读者练习,巩固所学内容。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理学习指导与题解/方斌编著. —西安:西安电子科技大学出版社,2003.10

(21 世纪高等学校电子信息类系列教材)

ISBN 7 - 5606 - 1232 - 6

I. 自… II. 方… III. 自动控制理论-高等学校-教学参考资料 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 028544 号

责任编辑 李惠萍

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)8242885 8201467 邮 编 710071

http: //www. xduph. com

E-mail: xdupfxb@pub. xaonline. com

经 销 新华书店

印刷单位 西安文化彩印厂

版 次 2003 年 10 月第 1 版 2003 年 10 月第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 21.625

字 数 517 千字

印 数 1~4 000 册

定 价 22.00 元

ISBN 7 - 5606 - 1232 - 6/TP · 0645

XDUP 1503001 - 1

*** 如有印装问题可调换 ***

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

前 言

“自动控制原理”是高等院校自动化类专业教学中的一门重要专业理论基础课。它不仅具有相当的理论深度,需要学习者有较好的数学基础,而且对初学者来讲确有一定的难度,尤其是一些控制理论的概念和方法,初学者较难理解和掌握。为了帮助初学者掌握好这门理论技术,同时也为满足报考研究生的读者进行系统复习的需要,作者根据对该课程多年教学工作的经验,并结合近几年来国内各高校考研要求,特编写此书。

本书特点有二:一是内容全面。书中对教学基本内容进行了较为详细和系统的归纳与总结,力求重点突出,简明扼要,使读者首先对每章内容有个总体的概括性了解,了解每章的基本要求和目的;对于基本概念、基本公式和基本特性图形,做到“一书在手,应有尽有”;对较容易被忽视或出错的问题进行特别强调和重点阐述。二是例题量大,覆盖面宽。通过对典型例题的解答,使读者既巩固了基础知识,又提高了分析问题和解题的能力;在解题过程中,注重解题思路和一题多解,对每题作出详细的分析和说明,以达到融会贯通、举一反三的目的;在多数例题后安排讨论,讨论内容包含完成解题后需总结的问题或延伸的内容或应注意的重点。

本书共分10个章节(包含现代部分):第1章介绍自动控制的一般概念;第2章介绍控制系统的数学模型;第3章介绍控制系统的时域分析法;第4章介绍根轨迹分析法;第5章介绍控制系统的频域分析法;第6章介绍线性系统的校正;第7章介绍采样控制系统;第8章介绍非线性系统分析;第9章介绍线性系统理论;第10章介绍线性定常系统的综合——状态反馈与状态观测器。每章最后都安排有习题,这些习题都具有一定的代表性,有利于读者进行自我检查。书后附有各章习题的参考答案和部分说明。考虑到报考研究生的读者复习的需要,附录中还安排有两套模拟试题以便参考。

本书由方斌教授编写,张德祥同志在每章习题的整理和习题的参考答案方面做了大量工作,丁石川同志为本书的打印也做了大量的工作,在此谨表感谢。

由于作者水平有限,不妥之处恳请读者批评、指正。

编著者

2003. 8. 10

目 录

第 1 章 自动控制的一般概念	1	4.5 利用根轨迹法分析和估算系统 的性能	69
1.1 本章要求	1	4.6 例题讲解	70
1.2 基本概念	1	4.7 习题	86
1.3 控制系统的基本要求	2	第 5 章 控制系统的频域分析法	89
1.4 自动控制系统研究的内容	3	5.1 本章要求	89
1.5 系统分类	3	5.2 基本概念	89
1.6 例题讲解	4	5.3 典型环节的频率特性	90
1.7 习题	8	5.4 开环频率特性的绘制	92
第 2 章 控制系统的数学模型	10	5.5 频率域的稳定性判据	93
2.1 本章要求	10	5.6 稳定裕量	96
2.2 系统的数学模型	10	5.7 系统频域特性与时域响应的关系	97
2.3 典型环节的数学模型	11	5.8 例题讲解	98
2.4 传递函数与脉冲响应	12	5.9 习题	123
2.5 方框图与信号流程图	12	第 6 章 线性系统的校正	128
2.6 控制系统的传递函数	14	6.1 本章要求	128
2.7 例题讲解	15	6.2 基本概念	128
2.8 习题	33	6.3 串联校正	132
第 3 章 控制系统的时域分析法	36	6.4 反馈校正	134
3.1 本章要求	36	6.5 其它校正	135
3.2 基本概念	36	6.6 例题讲解	136
3.3 线性系统的暂态性能	37	6.7 习题	166
3.4 线性系统的稳定性	39	第 7 章 采样控制系统	170
3.5 控制系统的稳态性能	40	7.1 本章要求	170
3.6 例题讲解	42	7.2 基本概念	170
3.7 习题	62	7.3 Z 变换及其基本性质	173
第 4 章 根轨迹分析法	66	7.4 脉冲传递函数的求取	175
4.1 本章要求	66	7.5 离散系统的稳定性分析	177
4.2 基本概念	66	7.6 离散系统的分析与综合	177
4.3 绘制根轨迹的基本法则	68	7.7 例题讲解	181
4.4 广义根轨迹(或参数根轨迹)和 根轨迹簇	69	7.8 习题	194

第 8 章 非线性系统分析	197
8.1 本章要求	197
8.2 基本概念	197
8.3 相平面法	202
8.4 描述函数法	206
8.5 例题讲解	210
8.6 习题	228
第 9 章 线性系统理论	233
9.1 本章要求	233
9.2 基本概念	233
9.3 状态空间表达式的求取	240
9.4 状态转移矩阵与运动的解	245
9.5 离散系统与连续系统离散化	249
9.6 能控性与能观性	250
9.7 系统的结构分解与实现问题	255
9.8 李亚普诺夫的稳定性	261
9.9 例题讲解	265
9.10 习题	297

第 10 章 线性定常系统的综合——状态 反馈与状态观测器	302
10.1 本章要求	302
10.2 基本概念——反馈控制系统的 基本结构及其特性	302
10.3 极点配置	304
10.4 镇定问题	305
10.5 解耦问题	306
10.6 状态观测器	307
10.7 带状态观测器的状态反馈系统	308
10.8 例题讲解	310
10.9 习题	317
附录 A 模拟试题一	319
附录 B 模拟试题二	321
附录 C 各章习题参考答案	323
参考文献	340

第 1 章 自动控制的一般概念

1.1 本章要求

- (1) 掌握反馈控制系统的基本原理、组成部分以及控制系统的分类。
- (2) 正确理解稳、快、准三方面性能指标。这是控制系统分析和综合的根本点。
- (3) 能根据实际系统的工作原理绘制系统的原理方框图。要正确绘制系统的方框图，必须明确控制系统的被控对象、输出量、给定输入量(给定量)和扰动输入量，尤其应注意的是什么是系统的给定输入量。

1.2 基本概念

1. 自动控制系统

自动控制是指在不直接参加的情况下，利用人为有目的外加的设备或装置使某个生产过程或机器设备按照预定的某种规律运行或使其某个物理参数按照预先要求的数值变化。这一生产过程或机器设备称为**被控对象**，其某个物理参数称为**被控量**，其预先要求的数值称为**希望值**。用以实现自动控制的外加设备或装置称为**自动控制装置**(或**控制器**)。

这种由自动控制装置和被控对象组成的，能自动地使被控对象的工作状态或其被控量得以控制并具有预定性能的动力学系统称为**自动控制系统**。

2. 系统的输出量和输入量

被控对象中被要求控制的某个物理参数即被控量称为系统的**输出量**。系统中某个参量的改变会导致系统的希望值改变，这个参量与输出量具有一定的因果关系，该量称为系统的**输入量**。输入量与希望值往往有一一对应关系。当输入量一定时，根据一一对应关系其输出值也就一定。若输出值接近希望值，则认为系统性能好；若输出值与希望值相差较大，则认为系统性能不好。

输入端是输入量作用的位置。从输入量对被控系统的影响来看，输入量可分成**给定输入量**和**扰动输入量**。人为有目的地加入外界信号，使它作用于系统的输入端并使系统的被控量具有预定功能或规律(希望值)，这一信号称为**给定输入量**。而破坏系统给定输入量和输出量原预定规律的外界信号称为**扰动输入量**；它常常可等效地理解，即扰动输入量相当于给定的输入量没有目的地波动，导致预定规律发生不希望的变化。所谓输入端，是指该位置的输入量是设计者为了根据实际的需要而有目的地调节系统的希望值所外加输入量(即给定输入量)作用的地方。

3. 控制方式和基本组成

开环控制是指在控制器与被控对象之间只有正向控制作用，而没有反向控制作用，见图 1-1。

闭环控制又称反馈控制，是指在控制器与被控对象之间不仅有正向控制作用，而且有反向控制作用，见图 1-2。

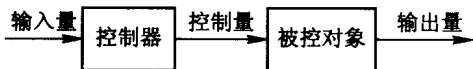


图 1-1 开环控制

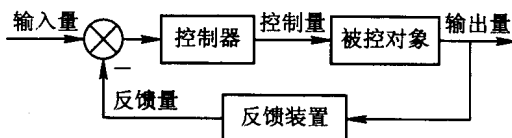


图 1-2 闭环控制

复合控制是开环控制和闭环控制相结合的一种控制方式，见图 1-3。

反馈控制是自动控制系统的重要形式。反馈控制的实质就是利用负反馈，使系统具有自动修正被控制量(输出量)偏离期望输出的控制能力。此种控制系统可以抑制内、外扰动引起的误差，达到自动控制并具有提高控制精度之目的。

控制系统可以用方框图表示其组成和各部分之间信号的传递关系。方框图也叫方块图。例如，方框图 1-3 包含闭环控制系统的基本部分：

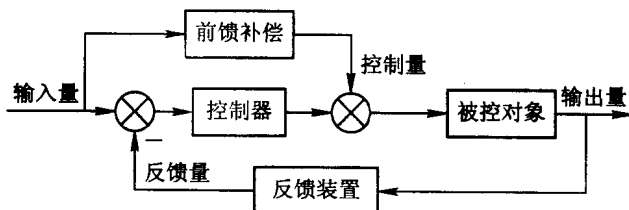


图 1-3 复合控制

给定器——产生给定输入(这部分图中未标)；

控制器——一般由比较器、放大器、调节器、执行器等组成；

被控对象——由被控制的装置组成；

反馈装置——对系统输出检测和变换产生反馈信号。

1.3 控制系统的基本要求

自动控制系统的目的是使被控量按照希望的某种规律运行，或者说，系统从最初的平衡状态在控制的作用下使系统达到新的所希望的平衡状态。那么，如何来衡量控制系统的输出量是否按照希望的某种规律运行或达到新的所希望的平衡状态呢？这样的衡量指标就是控制系统的基本要求，即稳、快、准。

稳——稳定性：指系统能否达到新的平衡状态。稳定是系统首先必须满足的条件，不稳定的系统是无法正常工作的。通俗地说，只有在系统能够使用的基础上，系统才有其它指标要求。

快——暂态性能：指系统从最初的平衡状态，在控制的作用下达到新的平衡状态的运动过程，必须满足一定的性能指标。通常用阶跃输入情况下输出量的最大超调量、上升时间、峰值时间、调节时间等指标来衡量。

准——稳态误差：指在新的平衡状态即稳态情况下系统的误差(新的平衡状态与所希望的平衡状态之差)也应满足一定的要求。根据控制系统是否存在稳态误差可将其分成有差系统和无差系统。

1.4 自动控制系统研究的内容

对系统的研究包括两类问题，即分析和综合。分析是指在给定系统的结构和参数的情况下分析、计算系统的稳、快、准这三个指标。综合是指研究系统应如何选择参数、改变结构，或应采用何种校正方式使系统能够满足这三个指标。

我们也可从纯数学角度来理解分析和综合问题。在已知被控量(输出量)和输入量之间的函数关系下，剖析该函数解的特性(稳、快、准)，这是分析问题。在已知被控对象的数学模型条件下，如何通过加入控制器达到修改被控量和输入量之间的函数关系，或者在函数关系一定的条件下修改函数中的某些参数，使该函数解的特性满足希望的特性，这便是综合问题。

由于被控量和输入量之间的函数关系较为复杂，难以直接从该函数获得系统的稳、快、准特性。因此，经典控制理论就给出了简捷的方法解决以下问题：

- (1) 不要求助于方程的解，而能通过系统的数学模型来近似估计系统的性能。
- (2) 若结果不满足希望的性能，应能明确指出改善系统性能的途径。
- (3) 决定出一种合适的控制规律及相应的参数，从而修改函数关系使系统的性能满足要求。

1.5 系统分类

自动控制系统有多种分类，如按信号传递路径可分为开环、闭环和复合控制系统；按系统使用的能源可分为机械、电气、液压和气动控制系统。此外，还可以进行以下分类。

1. 随动系统、定值控制系统与程序控制系统——按设定值不同分类

随动系统是指系统的设定值(输入量)是随机变化的。其基本任务是使系统输出量以所要求的精度快速跟随输入量的变化。

定值控制系统是指系统的设定值(输入量)是常值或者是随时间缓慢变化的。其基本任务是当系统出现扰动时，能使系统的输出量保持为恒定的希望值。

程序控制系统是指系统的设定值(输入量)是按既定规律变化的。其基本任务是使系统输出量也按预定的程序进行。

2. 线性系统与非线性系统

线性系统是指可用线性微分方程或差分方程描述的系统。当方程中系数为常数时，称为线性定常系统；否则为线性时变系统。

非线性系统是指用非线性方程描述的系统。

3. 连续系统与离散系统

连续系统是指系统中的信号都为时间的连续函数。

离散系统是指系统中一处或多处信号为离散时间函数；在离散系统中，信号仅定义在离散时间上。

4. 单输入单输出系统与多输入多输出系统

单输入单输出(SISO)系统是指只有一个输入量和一个输出量的控制系统。

多输入多输出(MIMO)系统是指输入量和输出量多于一个的系统，又称为多变量系统。

5. 确定系统与不确定系统

确定系统是指系统的结构、参数和输入量都是确定的、已知的系统。

不确定系统是指系统本身的结构或参数以及作用于该系统的信号有不确定性或模糊性的系统。

1.6 例题讲解

例 1.1 图 1-4 为晶体管直流稳压电源，试画出系统结构图。

解 在抽象闭环系统结构图时，首先要抓住比较的是什么量；对于恒值系统，要明确基准量是什么；还应当清楚输入量和输出量是什么。

题中直流稳压电源的基准是稳压管的电压 U_w ，输出电压通过 R_3 和 R_4 分压 U_b 与 U_w 比较。如果输出量偏高， U_b 也偏高，使与之相连的晶体管基极电流 i_b 增大，集电极电流随之增大，在 R_c 上的电压也相应增加，于是输出电压相应减小。反之亦然，以达到稳压的作用。系统的结构图如图 1-5 所示。

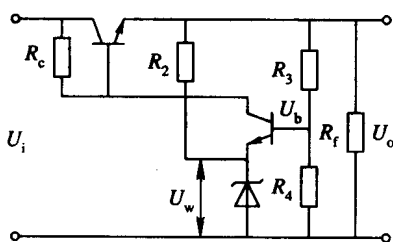


图 1-4 稳压电路

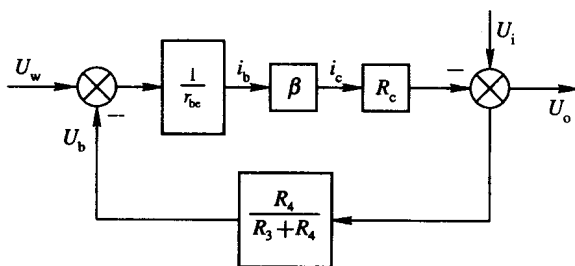


图 1-5 结构图

例 1.2 图 1-6 为液位自动控制系统原理示意图。在任何情况下，希望液面高度 h 保持不变，试说明系统工作原理，并画出系统原理的方框图。

解 液位自动控制系统的工作原理是：当电位器电刷处于电位器零电压位置时，电机不动，控制阀门 1 开度不变并维持一定的开度，使水箱中的流入水量和流出水量相等，从而液面保持在希望的高度 h 。当流入水量或流出水量发生变化时，水箱液面高度便相应地

发生变化。若液面升高,浮子位置亦相应升高,带动杠杆使电位器电刷从电位器零电压位置下移,从而给电机一定的控制电压,驱动电机通过减速器减小阀门开度,使进入水箱的流量减少,导致水箱液面下降,浮子位置相应下降,电位器电刷上移直到电位器零电压位置时,系统重新处于平衡状态,液面则恢复给定高度。反之,若水箱液面下降,电刷位置上移,电机通过减速器使阀门 1 开度加大,加大流入水量,使液面升到给定高度 h 。

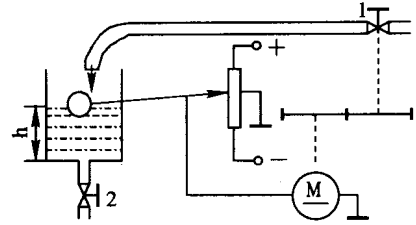


图 1-6 液位自动控制系统

画方框图的说明与分析:从题可知系统的任务是控制液面高度,因而液面高度为被控量(输出量),检测液面高度的元件是浮子,浮子的上下波动带动电刷位置的波动,电刷处于电位器零电压位置时电机控制电压为零,电刷位置上下波动偏离电位器零电压位置,使电机获得正或负的控制电压,此电压的大小取决于电刷相对于电位器的零电压位置的大小,因此电位器起到比较器的作用,电位器的零电压位置 h_r (此时电机不动)所对应的液面高度为希望高度,则 h_r 为给定的输入量,也就是说,改变电位器接地点也就改变了给定输入值。另外,因被控量为水箱的液面高度,所谓的被控对象就是该物体的某物理量即液面高度应表征控制要求和工作状态,因此水箱是被控对象,而不是电机,也不是阀门 1,它们是调节水箱液面高度的手段。

电位器零电压位置(给定输入)与电刷位置(反馈量)比较而产生偏差,该偏差通过电位器产生电机控制电压,控制电压驱动电机;电机通过减速器改变阀门 1 的开度,阀门 1 的开度直接控制了水箱的液面高度。而阀门 2 没有得到控制,由于阀门 2 的开度因某种原因产生的波动也直接影响水箱的液面高度,可将阀门 2 的开度波动视为干扰输入。所以液位自动控制系统的方框图如图 1-7 所示。

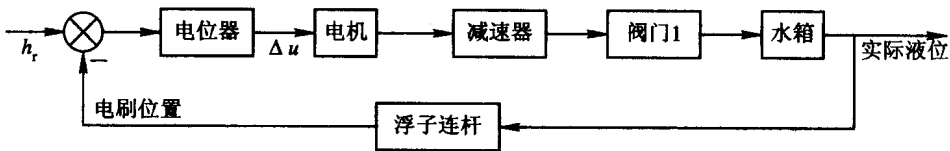


图 1-7 液位自动控制系统方框图

另外,利用第 2 章点的移动知识,可将图 1-7 中的比较点后移至浮子连杆环节的输入端,这样,方框图即如图 1-8 所示。

图 1-8 中虚框部分产生给定输入,即为液位的希望高度,因而方框图也可等效于图 1-9。

对于图 1-9 可以这样理解,因电刷处于零电位时,浮子所处的高度为希望液面高度,而电位器的零电位是人为设制的,因此电位器所构成的电路给出了要求的水位,所以给定的输入为希望的高度 h ,那么浮子在希望高度 h 附近波动即产生偏差,该偏差通过浮子连杆带动电刷在电位器上滑动,产生控制电压,其它同前述。

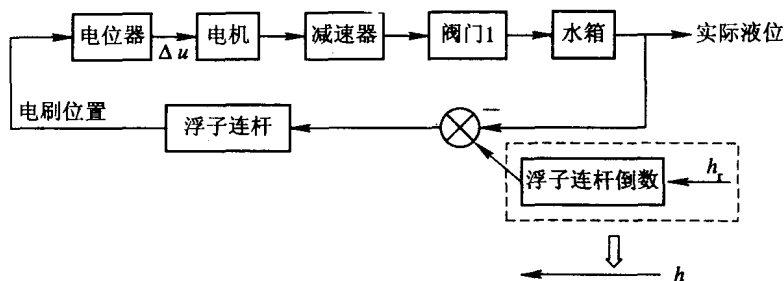


图 1-8 液面自动控制系统等效方框图

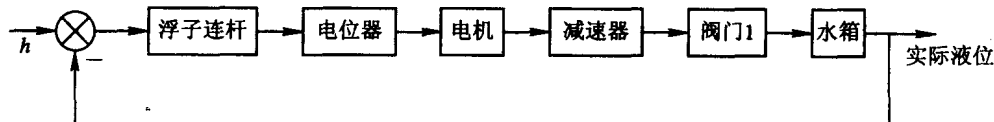


图 1-9 液面自动控制系统方框图

讨论：画系统原理的方框图，首先要明确什么是输入量，什么是输出量；输出量较容易确定，它即为被要求控制的某个物理量，而输入量（给定输入量）可通过检测输出量的元件或装置的信号传递路径来确定。给定输入量就是与检测信号进行比较的信号。该类题值得注意的另一个问题是：**被控对象**是指被控制的设备或机器，而且该设备或装置的某特征物理量就是被控量，有时被控对象可能只是设备或装置的某一部分。**给定输入**常常为被控量的期望值，而该期望值往往由某特定的设备或装置产生，见图 1-9 下的说明；当然如果对给定装置再进一步分析，在该装置中某个量的改动必改变系统的期望值，则这个量也可理解为给定输入，如图 1-8 所示。

总之，方框图的形式并不一定是惟一的，可以将元部件分解得细一些，也可以画得概括、简洁一些，但各个方框所代表的具体元部件及各方框间的联系必须和实际情况一致。

另外，此类题目有时还要求写出各环节的传递函数。该例题的各环节特性为：浮子连杆为比例作用，电位器也为比例作用，同时将位置量转化为电量，电机为惯性环节串积分环节（因电机输出为角度，若电机输出为角速度则为惯性环节），减速器为比例环节，阀门 1 也为比例环节（其输出为流量），水箱为惯性环节。

例 1.3 图 1-10 是一个带有测速反馈的位置随动系统。图中，1 为控制电位器，2 为反馈电位器，K 为电压放大器，SM 为电动机，TG 为测速发电机。试画出系统原理的方框图。

解 说明与分析：系统的控制任务是控制负载的转角位置 φ_2 并跟随手柄转角 φ_1 ，因此 φ_2 为被控量， φ_1 由手柄人为给定，因此它为给定输入量；环形电位器 1 和 2 构成桥式电路，当 $\varphi_2 = \varphi_1$ 即桥式电路处于平衡状态时，系统也处于平衡状态，电路输出的电压 $U_0 = 0$ ；当 $\varphi_2 \neq \varphi_1$ 时， U_0 正比于 $\varphi_1 - \varphi_2$ ，也就是说桥式电路在此起到比较器的作用。

下面简述其工作过程：系统初始处于某一平衡状态（即 $\varphi_2 = \varphi_1$ ），若手柄转角 φ_1 人为地发生变化，假设为增大，由于惯性负载转角 φ_2 并没有立即跟随 φ_1 的改变，因而 U_0 不为

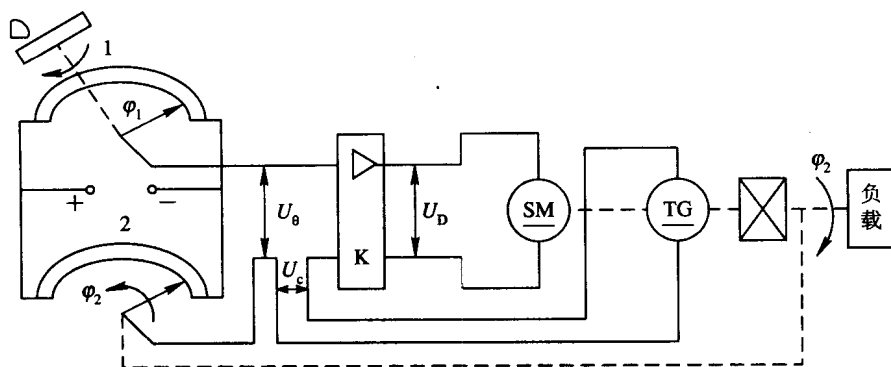


图 1-10 位置随动系统

零而为正， U_θ 通过放大器到 U_D 驱动电机 SM 转动，电机转动通过减速器带动负载正转，即 φ_2 增大，当 φ_2 增大到 φ_1 时， U_θ 为零，电机停转，系统处于新的平衡状态；反之若 φ_1 减小，则 U_θ 为负，负载反转即 φ_2 减小直到等于 φ_1 。另外，电机 SM 的转速，又通过测速电机的输出 U_c 反馈到 U_θ 处并与之比较，即 $U_D = k(U_\theta - U_c)$ ，构成局部负反馈，用来改善系统的性能。整个系统的方框图如图 1-11 所示。

讨论：图 1-11 中将负载画在最外面，似乎负载特性对系统没有影响，这样理解是错误的。因电机的模型要考虑到负载效应，也就是说负载特性不同，会导致电机模型参数的改变，这是初学者易犯的错误。

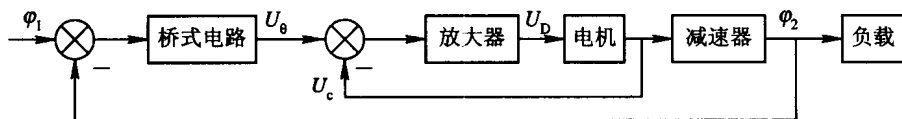


图 1-11 随动控制系统方框图

例 1.4 图 1-12 为水温控制系统。冷水在热交换器中由通入的蒸汽加热，从而得到一定温度的热水。冷水流量的变化可用流量计测得。要求：

- (1) 说明系统为了保持热水温度为给定值，系统是如何工作的。
- (2) 指出系统的被控对象、给定输入量和输出量是什么，并说明冷水流量计作用。
- (3) 绘制系统的原理结构图。
- (4) 指出系统属于何种类型。

解 (1) 影响热水温度变化的因素，可能是流入的蒸汽(或冷水)的温度或压力变化，也可能是热交换器的隔热性能的变化。温度控制器将所测温度与设定温度进行比较，并相应地调节蒸汽阀门的开度大小；当热水温度变低时，将阀门的开度调大，加大蒸汽流入量使热水温度提高；反之，因某种原因而变化，热水温度变高时，将阀门的开度调小，减小蒸汽的流入量使热水温度降低，从而保持热水具有一定温度。

(2) 被控对象是热交换器，热交换器包含装水容器，以及容器内的蒸汽管道和流入的蒸汽及冷水。需注意的是被控对象不仅仅是流入的冷水；因为流出的热水温度是在装水容

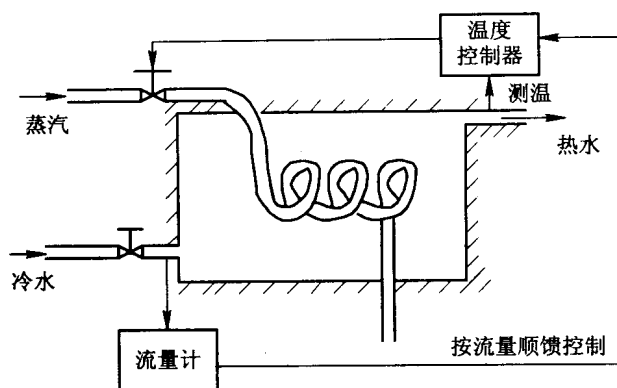


图 1-12 水温控制系统

器和容器内的蒸汽管道及蒸汽的物理特性一定的情况下，才取决于流入的蒸汽和冷水的物理特性。

给定输入是温度控制器中人为设定的期望值，而不是流入的蒸汽和冷水。输出量是流出的热水温度，而不是热水本身，热水本身还包含其它物理量，如流量、压力等。

冷水流量计测量冷水流量并顺馈到温度控制器。当冷水流量增大时，温度控制器应适当开大蒸汽阀门；反之，应减小蒸汽阀开度。

(3) 本系统的原理结构图如图 1-13 所示。

(4) 本系统为复合控制系统。

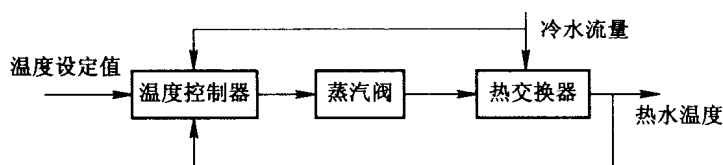


图 1-13 水温系统结构图

1.7 习 题

1.1 试回答下列问题：

- (1) 什么是开环控制、闭环控制和复合控制？它们各有什么特点？
- (2) 什么叫正反馈？什么叫负反馈？怎样判断反馈的极性？
- (3) 从功能分，闭环控制系统由哪些基本环节组成？它们各起什么作用？
- (4) 什么叫无静差系统？什么叫有静差系统？分别举例予以说明。

1.2 分析图 1-14 所示温度控制系统的工作原理，并画出结构图。（图中加热丝电源的闭合和断开是由接触式水银温度计 T 进行控制的。）

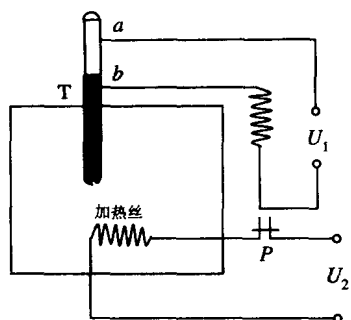


图 1-14

1.3 画出图 1-15 所示的自动门开闭系统的方框图, 指出输入量的特点和电位器 B 的作用。

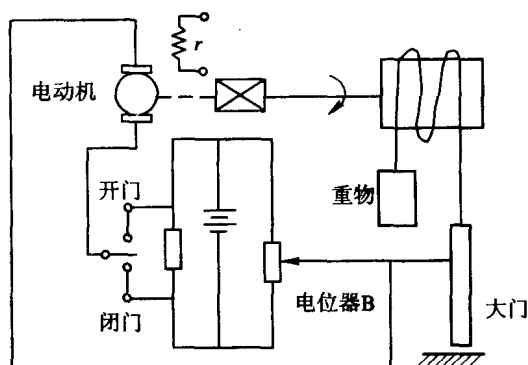


图 1-15

1.4 如图 1-16 所示为位置随动系统, 其中各参数如图上所示。设 $U_r = \beta \theta_r$, $U_f = \beta \theta_0$, 其中 θ_r 、 θ_0 分别为位置给定电位器及反馈电位器的转角。如果电机电枢的电感很小可忽略不计, 且不计负载及摩擦的影响。试绘制系统结构图。

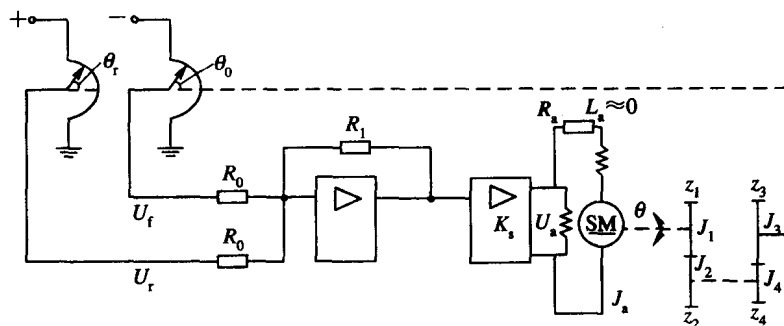


图 1-16

第2章 控制系统的数学模型

2.1 本章要求

- (1) 能利用其它专业知识建立简单的物理系统的数学模型(微分方程)。
- (2) 熟练运用方框图变换化简方法获得系统的传递函数(这是本章的重点)。
- (3) 掌握应用梅逊公式法求系统的传递函数。

2.2 系统的数学模型

数学模型是对实际系统的一种数学抽象。在经典控制理论中,所给出的数学模型是一种外部描述,即这种数学描述仅反映被控量和输入量之间的关系;另外一种数学模型是内部描述形式,它不仅反映被控量和输入量之间的关系,而且反映系统内部变量之间以及与被控量和输入量之间的关系。外部描述模型所反映的系统信息要比内部描述模型全面。

这里的数学模型是在一定的条件下既反映了实际物理过程的本质特征又忽略了许多次要因素而建立起来的,是一种形式简单,便于应用控制理论分析和设计系统的数学描述。所以,这里的数学模型在实际应用中一定要遵守其自身的约束条件,否则,用这类的数学模型会得出错误的结论。

本书所讨论的数学模型主要是针对线性定常系统,它的数学模型主要有微分方程和传递函数。所谓的线性定常系统是指其数学模型的微分方程是线性定常的。线性系统的重要特征是可以应用叠加原理,而非线性系统是不能应用叠加原理的。

为能简明直观地了解系统各环节(部分)之间的联系和信息传递过程,并且能比较便捷地求出系统的数学模型,通常采用方框图和信号流程图的研究方法,这就是本章要介绍的重点内容。

1. 系统的微分方程

系统的微分方程是描述控制系统动态性能的一种数学模型。建立系统或元件微分方程的一般步骤如下:

- (1) 根据实际工作情况,确定系统和各元件的输入量及输出量。
- (2) 根据物理或化学定律,注意负载效应,列出系统各组成元件的原始方程。
- (3) 在可能条件下,对各元件的原始方程进行适当的简化,略去一些次要因素或进行线性化处理。
- (4) 从系统输入端开始,依照信号传递顺序,在所有元件的方程中消去中间变量,最后得到描述系统输入和输出关系的微分方程。
- (5) 对求出的系统微分方程进行标准化处理,即将与输出有关的各项放在等式左侧,

而将与输入有关的各项放在等式右侧;等式两侧各项均按降幂形式排列,并将各项系数归化为具有一定物理意义的形式。

线性定常系统或元件的微分方程的标准形式如下:

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dc(t)}{dt} + a_0 c(t) \\ &= b_m \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dr(t)}{dt} + b_0 r(t) \end{aligned} \quad (2-1)$$

式中, $r(t)$ 为输入量, $c(t)$ 为输出量;在实际系统中,系数 a_i ($i=1, 2, \cdots, n$) 和 b_j ($j=1, 2, \cdots, m$) 均为实数,并且一般有 $n \geq m$ 。

2. 系统的传递函数

对于线性定常系统,将其微分方程用拉普拉斯变换后,则可求得系统的传递函数——在零初始条件下,系统或环节的输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。传递函数仅与系统或元件的结构和参数有关,而与外界输入、干扰及初始条件无关。它只对线性定常系统有定义。从(2-1)式即可得到传递函数的 $G(s)$ 有理分式表达式:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (n \geq m) \quad (2-2)$$

传递函数的零极点表达式为:

$$G(s) = K_g \frac{\prod_{j=1}^m (s + z_j)}{\prod_{i=1}^n (s + p_i)} \quad (2-3)$$

式中, z_j 为传递函数零点, p_i 为传递函数极点, K_g 为传递函数增益;当 $G(s)$ 是开环传递函数时, K_g 为系统的根轨迹增益。

传递函数的时间常数表达式为:

$$G(s) = K \frac{\prod_{j=1}^m (\tau_j s + 1)}{\prod_{i=1}^n (T_i s + 1)} \quad (2-4)$$

式中, τ_j 为微分时间常数, T_i 为惯性时间常数, K 为传递函数的稳态增益;当 $G(s)$ 是开环传递函数时, K 为系统的开环增益。

由(2-3)式和(2-4)式可得:

$$K = K_g \frac{\prod_{j=1}^m z_j}{\prod_{i=1}^n p_i}$$

2.3 典型环节的数学模型

对于复杂的控制系统,一般不能直接获得其输入/输出关系的数学模型。但无论多么复杂的系统都可分解为具有特定功能的若干部分(块),将块称为环节;块之间按信号传递