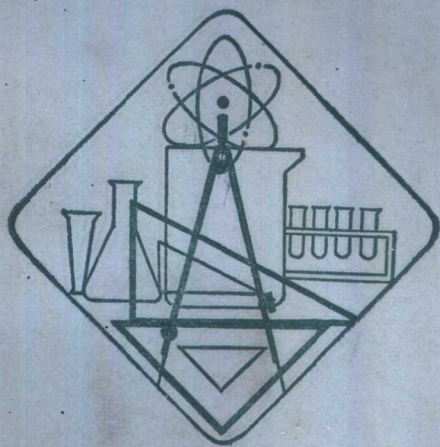


中学数理化学习指导丛书

高一数学辅导与练习

下 册

北京市海淀区教师进修学校主编



重 庆 出 版 社

中学数理化学习指导丛书

高一数学辅导与练习

下 册

北京市海淀区教师进修学校主编

重 庆 出 版 社

一九八二年·重庆

编 者

北京市八一中学	李鸿元
北京医学院附属中学	刘孝兰
北京市十一学校	张怡平
北京市第十九中学	段发善
北京师院附中	戴汝潜
北京市海淀区教师进修学校	张士充
	赵大悌

高一数学辅导与练习 (下册)

重庆出版社出版 (重庆李子坝正街102号)
四川人民出版社重印
四川省新华书店发行
成都印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 7.375 字数 156 千
1932年12月第一版 1932年12月第一次印刷
印数: 1—328,000

书号: 7114·37

定价: 0.51元

内 容 提 要

本册是配合高一数学教材编写的。书中对每一章的知识结构进行了分析，对重点、难点进行了更详细的讲解，对习题进行了归类，并随时注意介绍教师教学中的经验和体会。对学生来说，它是一位不说话的数学辅导员。书中还配备了一定数量的典型例题和习题，尤其每章都附有一份自我检查题。因此本书又为学生对所学数学知识的练习和检查提供了材料。

前 言

长期以来，我们感到：学生迫切需要一种能帮助他们学好功课的课外读物；家长希望有一种能借助于它督促和检查自己孩子学习的材料；教师欢迎出版一种能帮助自己辅导学生的书籍。为了解决这种问题，我们组织了一些有教学经验的教师，编写了这套书。

通过教学实践，我们认识到：

(1) 只有把知识的结构分析清楚时，它才易于为学生理解、记忆和运用；

(2) 打好基础，是学生学好全部知识的前提。在基础知识之中，重点、难点之处掌握不好，又是有些学生学习不好的主要原因；

(3) 引导学生对学过哪些主要题型心中有数，同时又掌握各类题型的解题规律，是提高学生解题能力的有效途径；

(4) 在学好基础知识的前提下，提高综合运用知识的能力，以及把知识向深、广两个方面进行适当的引申，对学习较好的学生来说，不但是可以的而且是应该的；

(5) 知识必须通过不断地复习、检查，才能逐步深化、巩固。

基于以上认识，本书在编写时，朝以下几个方面做了一定努力：

高一数学辅导

(1) 注重知识系统和结构的分析,

(2) 注重基础知识,尤其是重点、难点部分的详细、通俗的讲解;

(3) 注重把习题归类,列出主要题型,配以典型例题,并说明解题规律;

(4) 注重介绍教师的经验和体会,并适当启发学生对所学知识做更深入地思考;

(5) 在每单元之后,配备知识面尽量全、具有一定综合性、足以检查本单元的学习是否可以“通过”的自我检查题。

限于编者水平,书中难免出现错误或不妥之处。我们诚恳地希望读者给予批评指正。

北京市海淀区教师进修学校

1982年7月

2

11

目 录

第一章 直线和平面	(1)
一、结构分析.....	(1)
二、重点、难点分析.....	(6)
三、题型各级.....	(14)
自我检查题.....	(38)
第二章 多面体和旋转体	(41)
一、结构分析.....	(41)
二、重点、难点分析.....	(46)
三、各级题型.....	(54)
自我检查题.....	(74)
四、几点体会.....	(80)
第三章 曲线与方程, 直线与圆	(83)
一、结构分析.....	(83)
二、重点、难点分析.....	(83)
三、各级题型.....	(100)
自我检查题.....	(118)
第四章 二次曲线	(121)
一、结构分析.....	(121)
二、重点、难点分析.....	(121)
三、各级题型.....	(138)

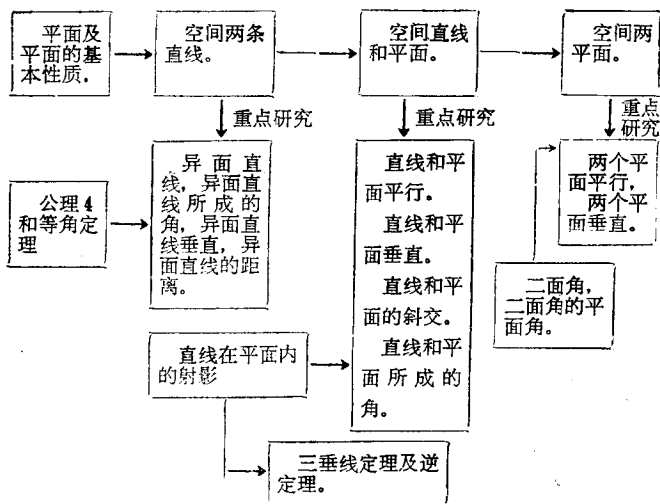
自我检查题.....	(166)
第五章 极坐标和参数方程.....	(174)
一、结构分析.....	(174)
二、重点、难点分析.....	(176)
三、各级题型.....	(191)
习题参考.....	(217)
四、几点体会.....	(219)

第一章 直线和平面

一、结构分析

在课本的引言部分讲了所有的点不全在同一平面内的图形叫做空间图形。立体几何是研究空间图形的几何性质（即图形的形状，大小及位置关系等）的一门科学。

从几何知识出发本章的结构是



从画图角度看本章有下面三个层次。

用斜二轴测投影画几何体的直观图。

用视觉形象直观法画异面直线：直线与平面平行、垂直；平面与平面平行、垂直等。

根据空间图形的性质，确定一个点，一条直线位置，从而画出一条直线或一个平面等。

1. 平面

平面是继平面几何中的点，线概念之后第三个最基本的未定义概念。立体几何中的平面是无限延展的。

平面一般画成平行四边形，用希腊字母 α 、 β 、 γ 等来表示，如图 1—1。有时也用一个大写的拉丁字母来表示。如图 1—2。画两个相交平面时必须画出它的交线。



图 1—1

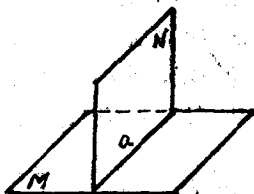


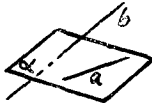
图 1—2

平面有下面基本性质：（表一）

名称及内容	作用
公理1. 如果一条直线上的两个点在一个平面内，那么这条直线上所有的点都在这个平面内。	判定直线在平面内，平面过直线的依据。
公理2. 如果两个平面有一个公共点，那么它们相交于过这个点的一条直线。	判定两个平面相交及交线位置的依据。
公理3. 经过不在同一直线上的三点，有且只有一个平面。 推论1. 2. 3. (内容略)	确定一个平面或判定两个平面重合的依据。

2. 空间两条直线

空间二直线有下面位置关系：(表二)

名 称	定 义	表示法	图 形	与平面关系
(1)相交 直线	有且只有一个 公共点的两条直 线叫相交直线。	$a \cap b = A$		一定共 面。
(2)平行 直线	同一平面内不 相交的两条直线 叫平行线。	$a \parallel b$		一定共 面。
(3)异面 直线	没有公共平面 的两条直线叫做 异面直线。	a, b 是异 面直线		这两条 直线不共 面

在直线与直线的这三种位置关系中，相交与平行在平面几何中已经研究过了，立体几何中主要是研究异面直线。

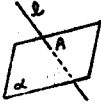
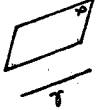
公理 4：“平行于同一直线的二直线互相平行”。等角定理：“如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行并且方向相同，那么这两个角相等”，是研究异面直线所成角的基础。由于过空间任意点作两异面直线的两条平行线所夹的锐角或直角都相等，从而使得定义两异面直线所成的角成为可能。

如果两条异面直线所成的角是直角，那么这两条异面直线互相垂直。这里要特别注意，立体几何中所讲的两直线垂直与平面几何中两直线垂直不同，它不仅包括了平面几何中

的两条互相垂直的直线，还包括了互相垂直的两条异面直线。所以，过空间一点 A 可以作已知直线 l 无数条垂线；垂直于同一直线 l 的两条直线 a, b 不一定平行。平面几何中的一些定理，由于大前提“在同一平面内”不存在了，这些定理在立体几何中就不一定成立。在学习立体几何时不断与平面几何中相应的知识进行比较，不仅对于巩固旧知识有利，对于掌握新知识也有利，还可以改变你只会在二维空间（即在同一平面内）考虑问题的旧习，逐步培养你在三维空间考虑问题的能力。

3. 空间直线和平面

空间直线和平面有下面位置关系：（表三）

名 称	定 义	表示法	图 形
直线在平面内。	直线上的点都在平面内， 则称直线在这平面内。	$l \subset \alpha$	
直线和平面相交。	直线与平面只有一个公共点， 称直线与平面相交。	$l \cap \alpha = A$	
直线和平面平行。	直线与平面没有公共点， 称直线与平面平行。	$l \parallel \alpha$	

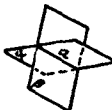
直线与平面的平行和垂直关系是建立在已学习过的直线与直线的平行和垂直关系的基础上。了解这一点对于掌握直线与平面平行，垂直的判定定理及性质定理的证明很有好

处。

一条斜线与平面上过斜线足的任一条直线所成的角中，以这斜线和它在平面内的射影所成的角最小。斜线段、它在平面内的射影、斜线段与平面所成的角这三个元素集中在一个直角三角形中。这个三角形对于解决立体几何中一些问题特别重要。

4. 空间两平面

两个不重合平面的位置关系（表四）

名 称	定 义	表示法	图 形
两平面平行。	两平面没有公共点，称两平面平行。	$\alpha // \beta$	
两平面相交。	两平面有一条公共直线，称两平面相交。	$\alpha \cap \beta = a$	

二面角不但是学习两平面垂直必不可少的预备知识，而且是经常用到的一个基本概念。在二面角的棱上任取一点O，在两个半平面内分别引垂直于棱的射线OA、OB、根据等角定理可知 $\angle AOB$ 的大小与O点所取位置无关，所以把这个角定义为二面角的平面角。对于二面角的平面角的作法除了根据定义直接做出外，在很多问题中，常采用三垂线定理及其逆定理，或利用所给图形的几何性质而间接作出。

从知识系统看，本章的知识一环套一环。从全书角度来看，本章知识又是进一步学习第二章多面体及旋转体的基础。

二、重点、难点分析

这一章的重点内容是：

1. 平面的基本性质、它包括公理 1, 2, 3 及公理 3 的三个推论。

2. 直线与直线，直线与平面，平面与平面的位置关系。

两直线位置关系中，异面直线及其有关概念最为重要。

直线与平面的位置关系中，直线与平面平行、垂直关系最为重要。

平面与平面的位置关系中，平面与平面平行、垂直关系最为重要。

3. 有关角的概念（表五）

4. 有关距离的概念（表六）

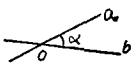
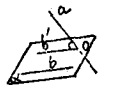
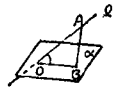
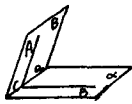
5. 重要定理——三垂线定理及其逆定理。

三垂线定理及其逆定理是利用直线与平面垂直的知识推导出来的，有着广泛的应用。它把不少空间图形的计算问题转化为平面图形的计算问题。在证明题中，不少垂直关系的证明都要用到三垂线定理。在作图题中，不少的二面角的平面角都是利用三垂线定理及逆定理做出来的。三垂线定理是立体几何中极其重要的定理。

6. 用斜二轴测投影画水平放置的平面图形的直观图。用视觉形象直观法画异面直线；直线与平面平行和垂直；平面与平面平行和垂直。利用图形几何性质确定一个点，线，

平面的位置。

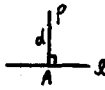
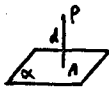
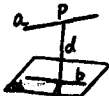
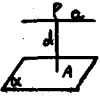
表五

名 称	图 形	定 义
直线与直线所成的角。	共 面 	两直线相交，它们所夹的锐角或直角叫两相交直线所成的角。
	异 面 	经过空间任意一点作两异面直线的平行线，这两直线相交所成的锐角或直角叫两异面直线所成的角。
直线与平面所成的角。		平面的一条斜线和它在平面内射影所成的锐角叫这条直线和这平面所成的角。当直线垂直于平面时，它们所成的角是 90° 角。当直线和平面平行或直线在平面上时，它们所成的角是 0° 角。
平面与平面所成的角。		两平面相交所得到的锐（或直）二面角叫两相交平面所成的角。（而二面角的大小可以用它的平面角来度量）。

这一章的难点主要有：

1. 学生对公理 3 及其推论中的“有且只有”一个平面的数学意义搞不清楚。还不明白，“有”说明平面的存在性，“只有”说明平面存在的唯一性。在推论 1, 2, 3 的证明中学生对如何证明“有一个平面”，即，平面的存在性，“只有一个平面”，即平面存在的唯一性也感到糊涂和困难。对于存在性的证明，就是要证明能作出一个符合要求的平面。对于

唯一性的证明一般有：第一种方法，利用反证法，证明有两
表六

名 称		定 义	图 形
点与点之间的距离。		连结两点线段的长，叫做这两点间的距离。	
点与直线间的距离。		从直线外一点向直线引垂线，从这点到垂足的线段的长叫做点到直线的距离。	
点与平面间的距离。		从平面外一点向平面作垂线，从这点到垂足间线段的长叫做点到平面的距离。	
直线与直线间的距离。	两平行直线间的距离。	从两平行线的一条上的任一点到另一条直线的距离叫两平行线间的距离。	
	两异面直线间的距离。	两条异面直线的公垂线在这两条异面直线间的线段的长叫做这两条异面直线间的距离。	
直线与平面间的距离。		一条直线与一平面平行，从这直线上任意一点到这平面的距离叫做这条直线与这平面间的距离。	
两平行平面间的距离。		夹在两平行平面间的公垂线段的长叫做两平行平面间的距离。	

个平面是不可能的。第二种方法，利用同一法，证明如果能作出两个平面这两个平面一定重合。下面给出推论 1, 2 的证明，希望读者在弄懂推论 1 的证明之后上，模仿推论 1 的证明证出推论 2，再与本书给出的证明对照一下，进行修改。最后，自己独立证明推论 3。

推论 1，经过一条直线和这条直线外的一点有且只有一个平面。

已：知如图 1—3，点 A ，直线 a 且 $A \notin a$ 。

求证：过 A 及 a 有且只有一个平面。

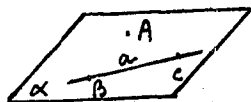


图 1—3

证明：(1) 存在性：

$\because A \notin a$,

在直线 a 上任取 B, C 两点，

$\therefore$ 过 A, B, C 三点可作一个平面 α (公理 3)。

$\because B \in \alpha, C \in \alpha$,

$\therefore a \subset \alpha$ (公理 1)。

$\therefore$ 过 A 及 a 有一个平面 α 。

(2) 唯一性：(用反证法证明)

如果过 A 及 a 还可以作一个平面 β ，

$\therefore B \in \beta, C \in \beta, A \in \beta$ 。

又 $\because B \in \alpha, C \in \alpha, A \in \alpha$ 。

这样过不在同一直线上的三点 A, B, C 就可以作两个平面 α 和 β ，这就与公理 3 矛盾。可见过点 A 及直线 a 还有一个平面 β 是不可能的。

$\therefore$ 过 A 及 a 只有一个平面 α 。