河道平面二维水沙数学模型

李义天　赵明登　曹志芳　著

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

河道平面二维水沙数学模型

李义天　赵明登　曹志芳　著

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内容简介

河道平面二维水沙数学模型是模拟河流在自然情况下或修建整治工程后河床演变过程的重要研究手段。本书系统地介绍了河道平面二维水沙数学模型的基本原理、数值解法及典型的工程应用实例。全书内容注重理论结合实际，包含了作者多年从事水沙数学模型的建立与应用过程中的大量研究成果，以及国内外的主要最新研究成果。

本书可供水利、航运等部门的科研及设计人员阅读，亦可供大专院校相关专业的教师和研究生参考。

图书在版编目（CIP）数据

河道平面二维水沙数学模型/李义天等著．—北京：中国水利水电出版社，2002

ISBN 7-5084-0970-1

Ⅰ．河…　Ⅱ．李…　Ⅲ．河道-泥沙运动-二维流动-数学模型　Ⅳ．TV142

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 098551 号

书　　名	**河道平面二维水沙数学模型**
作　　者	李义天　赵明登　曹志芳　著
出版、发行	中国水利水电出版社（北京市三里河路 6 号　100044） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：sale@waterpub.com.cn 电话：（010）63202266（总机）、68331835（发行部）
经　　售	全国各地新华书店
排　　版	中国水利水电出版社微机排版中心
印　　刷	水利电力出版社印刷厂
规　　格	787×1092 毫米　16 开本　12.25 印张　290 千字
版　　次	2001 年 12 月第一版　2001 年 12 月北京第一次印刷
印　　数	0001—1000 册
定　　价	**24.00 元**

前　言

随着我国水利水电建设事业的蓬勃发展，水沙数学模型以其费用低、速度快、应用灵活方便的优势得到了迅猛的发展，并在研究和解决大量的生产实际问题中发挥着越来越重要的作用。自 20 世纪 70 年代以来，国内外学者在河道平面二维水沙数学模型的建立与应用方面进行了大量的研究工作，然而多数研究成果散布于各种学术期刊和研究报告或学术会议论文集，缺乏系统的总结和论述。现有的水沙数学模型论著多限于介绍一维水沙数学模型的研究成果，对二维水沙数学模型涉及较少或介绍简略。

本书作者多年从事水沙数学模型的理论与应用研究工作，在平面二维水沙数学模型的计算模式（如平面二维阻力、挟沙力、分组挟沙力等）、数值计算方法及一、二维水沙数学模型嵌套等方面，均取得了大量的研究成果。本书是这些研究成果的系统总结。全书共分八章，第一章为绪论，论述了平面二维水沙数学模型的发展概况及存在的主要问题；第二章为控制方程及数学模型，推导了平面二维水沙数学模型的基本方程，介绍了辅助方程的选择及有关参数的确定方法，这是建立平面二维水沙数学模型的关键问题；第三章至第六章分别介绍了有限差分法、有限元法、有限分析法及有限体积法等常用数值计算方法和作者在应用这些方法中的体会；第七章介绍了网格划分技术及不规则边界的处理方法，其中包括河流水沙数值模拟的主要计算技巧；第八章介绍了几个典型应用实例，使读者对平面二维水沙数学模型的建立及应用有较全面的了解。

在书稿撰写过程中，作者曾先后同许多合作单位的科研人员进行了讨论，并对书稿进行了反复修改，期间还作为水力学及河流动力学专业的研究生教材进行讲授，进一步发现并修改了许多错误。在写作过程中得到许多前辈、老师和同事们的帮助和鼓励，作者为此深深感动。谢鉴衡院士多年来给予了无私帮助和热情的鼓励，并提出了许多宝贵意见和建议；谢葆玲教授、杨国录教授及与作者合作的许多同事和研究生也提出了宝贵意见。王丹同志承担了大量的描图工作。在此对他们表示深深的敬意和衷心的感谢。

在本书编著过程中，得到国家自然科学基金重大项目课题“泥沙输移对江河洪水调节能力的影响机理”（批准号 59890204）的资助，在此一并致谢。

由于水平有限，书中错误在所难免，敬请前辈与同行批评指正。

作　者

2001 年 8 月于武汉大学

目　　录

第一章 绪 论

第一节 概 述

一、数学模型的发展

在河道上修建水库、水电站等水利枢纽，以及在河道、港湾中疏浚挖槽，都将破坏天然河流水沙条件与河床形态的相对平衡，使河床发生冲刷或淤积，水流运动状态发生变化，河床形态进行重新调整。这些水沙运动和河床变形的变化对水工建筑物的安全和效益有很大的影响，而且对整个河道的河势变化及演变，乃至周围人类的生存环境都有一定的影响。因此，在修建水工建筑物或对河道进行整治时，对可能发生的泥沙运动过程和河床变形进行定性以至定量预测的正确与否，直接影响到水利工程的决策与成败。以往解决这类问题的有效途径是进行河工模型试验，这需要耗费大量的人力物力，尤其是随着水利工程建设事业的发展，这个问题也越来越突出。

自20世纪50年代以来，随着计算机的出现和现代高速电子计算机的发展，数学模型和系统模拟在科学技术的许多领域中已广泛应用。在水利工程方面，因计算机的发展和应用，诞生了一个新的分支学科——计算水力学。这一学科的发展促进了求解流体力学方程数学方法的发展，从而使流动现象的数值模拟达到了更高的水平。20世纪70年代，在计算水力学的基础上，河流泥沙工程领域的数学模型开始发展起来，并以其省时、省力和灵活方便等优势在研究水沙运动规律和河床变形等方面的研究中起着愈来愈重要的作用。

在计算机与水沙运动计算相结合而成为现代的泥沙数学模型之前，20世纪50年代在中国、美国、前苏联，以及西欧一些国家曾使用计算的方法研究水库淤积、水库下游河段的冲刷和潮汐河口等方面的问题。现代泥沙数学模型是在20世纪70年代后期才发展起来的，比许多学科的数学模型晚10～20年的时间。其主要原因有三：首先是人类对泥沙问题严重性的认识不足，由此决定其在国民经济发展中的地位不高；再者是泥沙数学模型的发展必须建立在水流数学模型的基础上，所以其发展必然是滞后于水流模型的发展且受到水流模型发展的制约；另外一个原因是由于泥沙问题本身的复杂性，使得泥沙数学模型的发展受到很大的约束。

20世纪70年代后期以来，许多国家在发展冲积河流数学模型方面作了大量的工作。一维数学模型是最简单，也是发展最早、最完善的模型，它主要用于研究长时期内河段的水流及河床变形情况。一维数学模型是以断面平均的河床、水流及泥沙因素作为研究对象，主要用于研究长时期长河段的水沙及河床变形情况，只能给出各河段的平均冲淤情况。但在一些水利工程中，需要对河床细部变形进行了解，这就需要二维甚至三维模型进行研究。

二、河道平面二维数学模型的研究对象

平面二维模型是以垂线平均的水流及泥沙因素作为研究对象，研究它们在平面上的变化情况，主要用来进行河床细部变化问题的研究。

在大部分河道中，水流流动具有以下特点：有自由表面，为明渠水流；重力为水流流动的主要驱动力，水流内部及水流与固体边界的摩阻力为水流能量的主要耗散力；水流流速沿垂线近似均匀分布，不必考虑实际存在的对数或指数等形式的垂线流速分布；水平运动尺度远大于垂向运动尺度，垂向流速及垂向加速度可忽略；水压力接近静压分布等。在上述水流流动情况下，对于需要研究水流或河床细部变化的问题，水沙因素可以沿垂线积分，采用平面二维数学模型对水沙运动情况进行模拟研究。

目前平面二维数学模型研究的问题主要有：水工及河工建筑物附近的河床变形，如坝区引航道淤积、桥渡的冲刷、浅滩挖槽的回淤；自然河流泥沙成型堆积体消长、运动所引起的河床变形；分汊河段主支汊的交替发展；交错边滩的向下游运行；弯道冲淤；浅滩演变；河道流量及洪水预报；蓄滞洪区洪水演进等。

三、泥沙数学模型的分类

目前划分数学模型的方法有很多种，根据不同的划分标准数学模型也可以分为许多种类。根据所研究问题的维数来划分，可分为一维、二维、三维数学模型；根据对来水来沙过程处理的方法不同来划分，可分为恒定水沙数学模型和非恒定水沙数学模型；根据模型水流及泥沙计算方法划分可分为耦合解及非耦合解模型。

另外按照所模拟的泥沙运动状态进行分类，可分为仅模拟悬移质运动的悬移质模型，仅模拟推移质运动的推移质模型，以及同时模拟悬移质和推移质运动的全沙模型。按照计算含沙量的方法进行分类，又分为悬移质饱和输沙模型和非饱和输沙模型（或不平衡输沙模型）。非饱和输沙模型通常仅限于模拟悬移质运动，这是因为推移质运动达到饱和输沙状态速度比较快，可采用饱和输沙法计算。所以在悬移质饱和或非饱和模型基础上加入推移质运动模拟，又可以分为全沙饱和输沙模型和全沙非饱和输沙模型。

此外，按照各类模型不同的组合也可分为不同的模型，如耦合解恒定饱和输沙模型、耦合解恒定非饱和输沙模型、耦合解非恒定非饱和输沙模型、非耦合解恒定饱和输沙模型、非耦合解非恒定饱和输沙模型及非耦合解非恒定非饱和输沙模型等等。

一般的河道水沙数学模型，为了简化计算，大多采用非耦合解数学模型。在工程实际应用中具体采用什么模型，应对所要研究的实际问题进行分析，再确定采用哪一种数学模型。

第二节　数值计算方法

数值计算方法的精度及速度依赖于控制方程的离散方法、代数方程组的求解方法、网格的划分及边界条件的处理等。目前常用的数值计算方法有：特征线法、有限差分法、有限元法、有限体积法、有限解析法等。

一、特征线法（Method of Characteristics）

在计算机普遍应用之前，河流模拟的数值计算主要是利用特征线法（MOC）理论采用图解法等进行手工计算。其最初思路是在 $x—t$ 平面上绘制特征线，在其交点上确定因变量来依次求解，后来在特征线理论的基础上发展了特征差分法。该方法把时间离散和空间离散一起处理，其优点是能反映问题中信息沿特征传播的性质，算法符合水流运动的物理机

制，稳定性好，计算精度高。由于该方法是沿时间推进求解，故较适于双曲型和抛物型问题，对于求解周期短、变化急剧的问题（如涌潮）比较适宜。推广到二维问题，由于二维问题中对应于一维问题的特征线是两族特征曲面，表现为一个特征锥面，目前一般是对特征锥面选用几条特殊母线，沿对应的特征关系式积分来近似求解特征量。

因特征线法求解格式复杂，尤其对高维问题更是繁琐，因此目前很少直接用于数值计算。但是，特征线法的原理仍是很重要的，经常用于作为了解其它数值方法的基础。

二、有限差分方法（Finite Difference Method）

有限差分方法（FDM）是计算机数值模拟最早采用的方法，至今仍被广泛运用。该方法将求解域划分为差分网格，用有限个网格节点代替连续的求解域。FDM 以 Taylor 级数展开等方法，把控制方程中的微商用差商代替进行离散，从而建立代数方程组来求解。该方法数学概念直观，表达简单，其解的存在性、收敛性和稳定性早已有较完善的研究成果，是比较成熟的数值方法，目前应用最广。

由于实际应用中采用的时间和空间差分形式不同，差分法又可以分为显式、隐式及显—隐式交替等方法。显式差分格式是指任一网格节点上的待求因变量在新的时间层的值可以通过已知时间层上变量值显式解出。显式差分格式应用较早、简单，可避免试算，但为了保持其稳定性，需严格遵守柯朗条件（$C\Delta t/\Delta x \leqslant 1$，$C$ 为小扰动波的波速，$C=\sqrt{gh}+u$），时间步长和空间步长受到限制。隐式差分格式是指未知网格节点上的待求变量不能由已知时间层的函数值直接求出，还需同一时间层相邻节点函数值（未知）作为信息，通过联立求解方程组才能得到未知量的解。从理论上讲，隐式格式是无条件稳定的，但在实际应用中，由于空间、时间步长为有限量，其时间步长也有一定的限制。隐式差分格式的优点是时间步长可以取得较大，稳定性能好，但计算过程中需迭代，计算量较大。

交替方向隐格式法（ADI）是由 Douqlace 和 Rachford 等 1955 年提出的，后来被 Leendertse 结合交替网格建立起来并首次用于计算平面二维流场。ADI 方法是一种显—隐格式交替使用的有限差分格式，该方法同时具有显式和隐式两种差分格式的优点，与完全隐格式相比较，它不必每一时间步骤都要求解一个大型代数方程组，因而所需的内存少，计算量也相应减少。同时 ADI 方法不像显格式那样，在计算中易出现波动现象，因为显、隐格式在坐标轴上交替使用，使误差的增长量相互抵消。因此 ADI 方法有较好的计算稳定性和计算精度，目前已广泛应用在河道及潮汐河口计算中。另外，在 20 世纪 70 年代初，前苏联学者 Yanenko 等提出破开算子法，按维数或按方程的性质对控制方程进行算子破开，从而简化计算。但目前许多学者对破开算子法提出疑义，所以该方法应用不是很广。

在二维模型计算中，由于使用 Taylor 级数展开，FDM 一般只适用于矩形或正交曲线网格，在计算域概化和数值解精度方面，存在着根本性的困难。

三、有限元方法（Finite Element Method）

有限元法（FEM）产生于 20 世纪 50 年代，最先应用于固体力学，60 年代开始在流体力学中有所应用。有限元法的基础是极值原理和剖分插值，它吸收了有限差分中离散处理思想，同时采用了变分计算中选择逼近函数及对任意形状（三角形或四边形）的许多微小单元进行积分处理的合理方法，因而具有很广泛的适应性，特别适合于几何、物理条件比较复杂的问题。该方法具有较强的适应性，计算精度较高，但存在计算格式复杂、计算量

及贮存量较大，大型系数矩阵较难求解等缺点。

常见的有限元计算方法有直接法、变分法、加权余量法及能量平衡法等。其中变分法类的里兹法（1909 年）、加权余量法类的 Galerkin 法和最小二乘法常用于河流数值模拟。采用常规的有限元方法时，对于对流效应比较强的情况，常常由于有限元网格不恰当而造成数值解的失真或震荡。在有限元方法中通常是附加人工粘性和采用迎风格式，但这样做使方程失去了加权余量的数学意义，从而近似方程不满足相容性，即在保证稳定的条件下，失去了精度。后来又提出了流线迎风 Petrov-Galerkin 有限元法，简称 SUPG，该方法在稳定性、收敛性及精确度等方面已有很大的提高。

在多维数学模型计算中，因有限元方法贮存量比较大，且大型系数矩阵求解较困难等，直接影响着计算速度，因而在非恒定问题及其它对计算速度要求比较高的问题中应用不是很多。

四、有限体积法（Finite Volume Method）

有限体积法（FVM）又称有限控制容积积分法，该方法与有限元方法一样，把计算区域离散为若干点，以这些点为中心，把整个计算区域划分为若干互相连接但不重叠的控制体。在有限体积法计算中，对每一控制体分别进行水量和动量平衡计算，便得到一组以控制体特征量平均的物理量为未知数的代数方程组，同时沿坐标方向对方程组进行离散，形成的离散方程与有限差分法有些相似。因为跨控制体间界面运输的通量，对相邻控制体来说，大小相等，方向相反，故对整个计算区域，沿所有内部边界的通量相互抵消，对由一个或多个控制体组成的区域，以至整个计算区域，都严格满足物理守恒定律，不存在守恒量的误差。

在有限体积法中，若采取相邻控制体形心处通量平均，在矩形网格计算中，便相当于二阶中心的有限差分方法，而在三角形或四边形网格中，若物理量定义在网格顶点，则又与线性三角形和双线性四边形单元的 Galerkin FEM 等价。若采用特征逆风格式计算通量，有限体积法适于处理对流占优的输运问题，且在矩形网格上相当于守恒逆风有限差分格式。

因为有限体积法从物理规律出发，每一离散方程都是有限大小体积上的某物理量的守恒表达式，在推导过程中物理概念清晰，并可以保证离散方程的守恒特性，同时该方法能像有限元方法一样适用于不规则网格和复杂边界情况，且处理效率与有限差分法相似，远远高于有限元方法，所以在数值模拟中有着很大的发展潜力。

五、有限分析法（Finite Analytic Method）

有限分析法是 20 世纪 70 年代美籍华人陈景仁提出来的，该方法是在局部单元上线性化微分方程和插值近似边界的条件下，在局部单元上求微分方程的精确解，而构成整体的线性代数方程组。有限分析法有较高的计算精度，并具有自动迎风特性，计算稳定性好，收敛较快，在我国有了较多的研究和应用。但由于有限分析系数中含有交错级数，这给实际计算与理论分析都带来了一些困难。

在 20 世纪 80 年代末、90 年代初，李炜等提出混合有限分析法，这种方法是在有限分析方法思想的基础上，把精确差分格式与非定常项的差分处理结合起来，建立一种混合有限分析格式。这种格式保持了有限分析法的优点，同时避免了无穷级数带来的不便。但无论是有限分析方法，还是在此基础上发展起来的混合有限分析法，都存在单元系数较复杂、

计算速度比较慢等缺点。

在数值模拟的过程中，虽然采用的离散求解方法不同，但都有相同的特点，即首先把计算区域划分成许多控制体或网格，然后在这些小块上把微分方程离散成代数方程，再把小块上的代数方程汇合成总体代数方程组，最后在一定的初边值条件下求解此方程组，从而求得计算区域内各节点的物理量。所以数值模拟的正确性和精确度取决于网格的划分、方程的离散、初边值条件、代数方程组的求解以及所建模型的物理理论依据是否正确合理等几个因素。各种方法均有其自身的优点和适应性，在实际计算时选择什么数值方法应根据所研究问题的特点和计算精度要求，以及研究者的习惯而定。

第三节　二维数学模型存在的主要问题

二维水沙数学模型的研究分为两方面的问题：一类是水流和泥沙运动规律的研究，如阻力、输沙率等问题的研究，这一类问题的解决是数学模型能够反映实际情况的根本保证；另一类问题是计算方法的研究，在河道数学模型计算中，所需计算量大，时间长，关系到所建模型是否有实际应用价值的问题。目前国内外学者分别对这两个问题进行了长时间的研究，但由于二维问题本身的复杂性和工程实际应用中对模型的要求越来越高，二维泥沙数学模型还有许多问题值得深一步研究探讨，需要进一步完善。

一、计算方法中存在的问题

1. 不规则边界的处理

目前比较常用的数值方法主要有有限差分法、有限分析法、有限元方法、有限体积法以及特征线方法等。但对于边界形状比较复杂的区域，一些数值格式的应用受到了限制。对于这一问题，很多学者作了许多工作。在 20 世纪 60 年代 Winslow 最早提出用偏微分方程变换生成网格，随后不少学者对这种方法进行了改进。在 20 世纪 70 年代 Thompson 等提出了贴体坐标系（Body－fitted coordinate）计算网格的生成方法，它使计算网格与计算域边界相重合，从而使边界条件能准确地引用到计算网格节点上，并使得变换后的网格成为规则的矩形网格。但数值网格生成方法计算比较繁琐，变换后的基本方程也相当复杂，因而至今未能在平面二维计算中推广应用。另外对于复杂边界的处理问题，喻国良于 1987 年提出了镜像法，周建军于 1988 年提出了边界对称点法。这两种方法都是根据对称原理，假定流场外有一虚拟流动，从而导出计算域外节点各物理量的计算式。该方法简单易行，提高了不规则边界上运用差分方法的计算精度，但由于域内外对称点一般不在节点上，仍需一定的插值过程，会带来一定的误差。

2. 动边界的处理

由于河床冲淤变化和水位的波动，在河岸及洲滩等区域都会遇到动边界问题。动边界数值模拟的困难主要在于沿动边界法向的流动不同于明渠均匀流，非恒定和非均匀性强，常用的曼宁摩阻公式等在形式上难以套用，再者是因水深很小，对离散格式的要求很高，要求数值解不产生假振，保证水深总是大于零。

对于动边界的处理一般有两种方法：一种是追踪动边界的准确位置进行模拟；另外一种方法是把整个计算区域作为固定计算域，不管有水无水照常进行计算，在计算过程中采

取一些方法对露出水面部分进行处理。

在第一种情况下，把动边界作为当时的计算域边界，该处水深设为零或小于某个值，把格子分为干、淹及半淹三类，半淹格子可进一步剖分成干及淹两部分，使动边界内侧格子局部变形，但这种方法在程序编制中处理较复杂，应用较困难。

目前经常采用的方法是第二种方法，在计算过程中不追踪动边界位置，使整个计算域参与计算。对干河床部分采用一些处理技巧进行处理，1986年何少苓提出“窄缝法”处理动边界问题，在床面上人为设置窄缝，由于缝足够深，总是有水流动，而缝很窄，当局部河床露出水面时由窄缝引起的水量守恒误差很小。但当研究洪水干河床演进时该方法不是很适用，水量计算误差比较大。后来周建军根据窄缝法的基本思路，提出了渗透边界法，附加渗透方程，增加了计算量和计算难度，目前应用不多。程文辉、王船海等运用“冻结”技巧，将一薄水层“冻结”在浅滩上，同时通过加大糙率等手段以保证计算结果的合理性。该方法比较简单且在程序中易于处理，故目前在二维平面水流模拟中比较通用。

另外，计算机的迅猛发展带动了数学模型的发展，计算机运行速度的提高使数学模拟得到更加广泛的应用。但二维及三维模型的运行速度还是很慢，在不经过概化处理的情况下，计算速度还是不能满足工程实际的要求。提高二维、三维数学模型的计算速度单靠计算机的发展是不能从根本上解决其问题的，尤其对于高维非恒定水沙数学模型来说，改进其计算格式和计算方法是很有必要的。特别是现在随着计算机的进一步发展，人们对数学模型的要求也越来越高。目前国内外对数学模型的前、后处理越来越重视，不仅在程序编制调试和实际计算过程中用到计算机，同时把计算机技术应用到数值模拟的前、后处理过程中，实现数学模拟过程的静态及动态显示，使整个数值模拟过程直观化。同时这也要求提高数值模拟的计算速度和减少模拟程序的计算存贮空间，尤其对高维数值模拟，这一要求更为突出。多重网格法是近20多年来新发展起来的一种快速迭代方法，其思想早在20世纪30年代就有人提出，自从1979年布朗特发表他的开创性文章“边值问题多重网格适应解”之后，多重网格方法数值模拟研究领域中得到了越来越多的重视。现在多重网格法在许多学科中得到了广泛应用，尤其在计算流体学中，应用尤为广泛。在水沙数学模型的研究中，多重网格方法也逐渐被引用，但因在大尺度大范围的计算域内地形条件比较复杂，目前该方法还没有得到广泛应用。

二、水沙基本理论中存在的主要问题

数学模型能否反映实际物理情况，计算结果是否合理可靠，在很大程度上取决于建立数学模型所依赖的物理模式是否合理可靠。数学模型要取得实质性的突破，不能只靠数值方法的改进和计算速度的提高，主要取决于其物理模式是否合理，尤其是水沙运动的基本规律合理正确的描述，对水沙数学模型计算结果的可靠性起着至关重要的作用。目前尚未很好地解决的问题主要有以下几个方面：

1. 阻力问题

阻力计算是阻力系数（糙率系数及涡流粘性系数）的确定问题。阻力系数是反映水流条件和河床形态的综合系数，其合理与否直接影响到水力计算的精度，进而影响到含沙量及河床变形的计算结果。以往有关糙率的研究工作多限于一维问题，处理阻力的方法有两种，一种是采用水力半径分割法或能坡分割法划分阻力单元，分别计算各单元的阻力，然

后计算总阻力；另一种方法是根据实测资料直接计算总阻力。以上两种方法都只能用于一维水流的糙率计算，至多也只能将河槽分割为岸壁和河底、主槽和漫滩，分别计算其糙率。对平面二维阻力问题，现在的研究相对较少，其困难在于比降沿河宽分布资料很难取得。多数的二维数学模型均是直接采用一维阻力系数进行计算的，这种处理方式显然比较粗略。李义天在考察一维情况下断面综合糙率沿河宽变化分布的情况下，提出了二维糙率计算公式。实际应用表明，该方法比直接采用一维方法确定的糙率更合理，能较好地反映实际情况。不同流量下的糙率变化原则上可以从沙波的发展变化来推求，但由于因素比较复杂，由此得到的推论在定量上尚未能被实测资料所证实。

平面二维阻力的另一个问题是涡流粘性系数的确定问题。这一系数可通过采用一定的湍流模型来确定，目前虽然已有不少的湍流模型，如 $K—\varepsilon$ 模型，且有一些成功的算例。但存在的主要问题是计算量太大，在河道泥沙模型计算中难以应用，常用的方法还是一些比较简单的经验公式。不少二维模型中将这一项略去，这种做法在没有回流产生的河段是可以的，在有可能出现回流的河段就不允许了。这是因为回流的存在是以铅直面摩阻力的存在为前提的，有些二维模型不能计算回流的原因就在于此。对剖面二维及三维模型也存在类似的阻力问题。

2. 水流挟沙力问题

水流挟沙力是一个非常复杂的问题，对一维水流挟沙力问题也没有很好地解决，甚至在某些问题上有争议。水流挟沙力的计算一般有两种方法，一种是将含沙量沿垂线分布公式积分求垂线平均含沙量，但河底含沙量很难确定，不同的研究者给出不同的计算办法，所得的结果与实际情况差别较大。另一种方法是半经验半理论方法，这类公式很多，公式中包含两类参数，一类是反映水力条件的参数，如流速、水深、比降等；另一类是反映泥沙特性的参数，如沉速、泥沙粒径等。由于这类方法所得的公式的系数是由实测资料确定的，所得结果能较好地与实测资料吻合，因而得到广泛地应用。现有挟沙力的研究成果也多限于一维问题。对二维挟沙力问题，研究甚少，多数的二维问题也均是直接采用一维挟沙力公式进行计算的。李义天曾用点绘一维挟沙力经验关系的同样方法，点绘了垂线平均挟沙力关系，发现二维挟沙力与一维挟沙力有很大的差异，并用类似确定二维阻力的方法，提出了二维水流挟沙力计算公式。

挟沙力的另一问题是分组挟沙力计算问题。现有的研究成果可归为三类：一类是仅考虑悬移质含沙量级配的影响，其方法是取水流挟沙力级配和含沙量级配相同，并通过反复试算确定含沙量级配，韩其为模型即属于这一类。另一类是仅考虑床沙级配的影响，方法是先求每一粒径组均匀泥沙的可能挟沙力，即为该粒径组的实际挟沙力，Hec—6 模型属于这一类，国外发展的数学模型多属于这一类。还有一类同时考虑水流条件及床沙级配的影响，其方法是首先建立平衡状态下的床沙质与床沙级配之间的函数关系以推求挟沙力级配，然后据此计算分组挟沙力。在此应该指出的是，挟沙力是指冲淤平衡状态下的饱和含沙量，对于一定的水流条件及床面补给条件，无论实际含沙量是否处于冲淤平衡状态，其挟沙力是一定的，因此水流挟沙力的确定应同时考虑水流条件及床面组成的影响，至于来沙条件的影响，则通过冲淤造成的床沙粒径变化来加以考虑。但由于目前对水流运动规律认识的不足，有些问题也待进一步的研究。

3. 床沙及悬移质级配的沿程变化问题

目前在数学模型计算中存在的尚未很好地解决的问题是床沙质及床沙级配的沿程变化问题。对于冲淤幅度甚小的处于自然状态下的河流，在许多情况下床沙及其级配在冲淤过程中可以假定基本不变，而冲泻质级配则视来水来沙条件而定；对于冲淤幅度甚大的受人工控制影响的河流，对床沙质及床沙级配的沿程变化不能不进行考虑。

现有的大多数模型将推移质和悬移质分开、将悬移质中床沙质与冲泻质分开的做法基本相同，至于将床沙质进一步分级来推求不同粒径组的冲淤变化，一般都比较粗糙。Hec—6模型与卢田和男的做法是先求每一粒径组均匀泥沙的可能水流挟沙力，再按各粒径组在床沙中含量的百分数加权平均作为实际水流挟沙力。韩其为提出了一套考虑泥沙级配沿程变化的计算模式，其基本思路是不区分床沙质与冲泻质，假定水流挟沙力的级配和实际输移的级配一致，而悬移质和床沙质级配在每一时段内的变化都看成本时段内河段冲淤变形的直接后果，计算断面各粒径组的含沙量须经反复试算才能确定，该方法对泥沙输移的物理过程考虑比较细致但计算过于复杂。李义天从河床冲淤平衡概念出发，推求出在输沙平衡情况下床沙质级配与床沙级配的函数关系并据此计算分组水流挟沙力，进一步采用非饱和输沙模式计算河段内的冲淤，再根据冲淤结果调整床沙级配，作为下一时段的计算依据，与韩其为方法相比较，该方法可避免试算，有一定的优越性。

在平面二维模型中，另一个重要的参数是泥沙扩散系数。这一参数对回流区的淤积量影响较大，在非回流区忽略这一项对计算结果的影响不大。目前确定这一参数的方法也多为经验方法。具体做法是在模型验证阶段，对这一参数进行调试，使其淤积量和实际情况相符，然后将其作为进一步预报的依据。至于剖面二维和三维模型的有关参数确定问题，目前研究工作相对更少，近年来有人采用 $K—\varepsilon$ 模型来确定有关参数，也存在不少问题。

4. 模型验证问题

一个数学模型能否有效地发挥作用，主要在于能否给出具有足够精度的定量结果，为此，模型的验证工作至关重要。对于泥沙数学模型来说，如果没有天然河流实际资料的验证认可，一般是不能用来进行工程计算的，如果缺乏野外资料的验证认可，无论模型多么复杂、精致，也无法判断模型成果的可靠性。在模型验证中所采用的实际资料必须与所研究问题属同一类型，并且有相似的地理水文条件，验证所需要覆盖的空间和时间也应大体上相互匹配，通过验证适当调整参数是可以的，但调整幅度要合理，否则就不是调整参数，而是要调整模式。

综上所述，目前对水沙运动的基本规律的认识还很不够，有关参数的确定还较困难，而这些参数又是数学模型所必需的，因此今后对这方面的研究应更加进一步深入。目前数学模型作为一种研究和解决工程泥沙问题的工具，模型中的有关参数一般用实测资料反求为宜。限于目前泥沙数学模型的发展水平，模型的验证工作是一个关键问题，任何一个数学模型，要用来进行实际工程计算，必须经实际资料验证的认可。

参 考 资 料

1 谢鉴衡，魏良琰．河流泥沙数学模型的回顾与展望．泥沙研究，1987（3）

2 谢鉴衡等．下荆江系统裁弯后的河床演变研究．武汉水利电力学院研究报告，1959
3 Chen. Y. H. Water and Sediment Routing in the Rivers Modeling of Rivers. Edited by H. W. Shen, Colorado State University, 1977
4 Challet. J. P. and J. a Cunge. Sediment of Unsteady Flow in Alluvial Streams. Proceedings of the international symposium on river sedimentation. 北京：光华出版社，1980
5 朱家鲲．计算流体力学．北京：科学出版社，1985
6 周雪漪．计算水利学．北京：清华大学出版社，1995
7 程心一．计算流体动力学．北京：科学出版社，1984
8 汪德灌．计算水利学理论与应用．南京：河海大学出版社，1989
9 陆金甫，关治．偏微分方程数值解法．北京：清华大学出版社，1987
10 郑邦民等．流体力学．北京：水利电力出版社，1989
11 郑邦民．计算水动力学（研究生讲义）．武汉水利电力学院，1988
12 耿兆铨．二维非恒定流有限元计算模式．华东水利学院学报，1984.4
13 林秉南．林秉南论文选集．北京：水利电力出版社，1990
14 林秉南．明渠不恒定流研究的现状和发展．水利水电科技进展 第一册．北京：水利出版社，1980
15 张瑞瑾．张瑞瑾论文选集．北京：中国水利水电出版社，1996
16 汪德灌等．边界拟和坐标法的应用．河海大学学报，1989.8
17 李义天．泥沙数学模型的研究及应用．第一届全国泥沙基础理论研讨会论文集，1993
18 吴伟明，李义天．一种新的河道一维水流泥沙运动数值模拟方法．泥沙研究，1992.1
19 李义天．河道平面二维泥沙数学模型的研究．水利学报，1989.2
20 李义天．平面二维泥沙数学模型的研究．武汉水利电力学院博士论文，1987
21 杨国录．河流数学模型．北京：海洋出版社，1993
22 杨国录，贡日．冲积河流一维数学模型．泥沙研究，1989.4
23 杨国录．四点时空偏心 Preissmann 格式的应用问题．泥沙研究，1991.4
24 曹志先．水沙两相流立面二维数学模型及数值方法研究．武汉水利电力学院博士论文，1991
25 窦国仁，赵士清．三峡工程中二维全沙数学模型的研究及初步应用报告．"七五"国家重点科技攻关．三峡工程泥沙和航运关键技术，1990
26 林秉南．关于一维动床数学模型的讨论．三峡工程泥沙问题研究成果汇编（169～180m 蓄水方案）．水利电力部科学技术公司，1988
27 何少苓，林秉南．破开算子法在二维潮流问题中的应用．海洋学报，1989.9（3）
28 谢鉴衡．河流模拟．北京：水利电力出版社，1990
29 张瑞瑾，谢鉴衡．河流泥沙动力学．北京：水利电力出版社，1989
30 谭维炎著．计算浅水动力学——有限体积法的应用．北京：清华大学出版社，1998

第二章 控制方程及数学模型

第一节 连续介质假设及密度

自然界的物质都是由分子组成的，分子之间都存在空隙，分子本身也在不停地作随机运动。如果以分子作为研究对象，从微观的角度观察分子运动规律，那么所有物质运动随时间和空间都是不连续的。河道水沙运动主要是研究水沙运动的宏观特性和宏观运动规律，即研究河道水沙微粒运动的统计平均特性和统计平均运动规律，因而引入连续介质的假设，即假设介质（水、沙）是由其本身质点完全充满整个流动空间，各质点之间毫无空隙、连续不断地排列在一起。质点的尺度在宏观上看是非常微小的，但仍含有大量的分子，其统计平均的宏观特性不受分子随机运动影响。例如，水质点的特征尺度可取 10^{-9}mm^3，其中含有 3.34×10^{10}个水分子。水沙两相流的宏观研究方法主要有双流体模型和扩散模型。双流体模型假设水、沙两相介质均为连续介质，均是完全充满整个流动空间，这里对固相泥沙颗粒做了拟流体假设。扩散模型假设水沙两相混合流体可视为单一的连续介质，完全充满整个流动空间，类似于单相流模型。设 ρ 为清水的密度，ρ_s 为泥沙的密度，ρ_m 为水沙两相流浑水的密度，ρ_f 为液相水的表观密度（即单位体积浑水中的液相水含量），s 为固相泥沙的表观密度（即单位体积浑水中的固相泥沙含量，亦即含沙量）。它们之间的关系为

$$\rho_f = \rho - s\rho/\rho_s \tag{2-1}$$

$$\rho_m = \rho_f + s \tag{2-2}$$

可以看出，浑水密度 ρ_m 和液相水的表观密度 ρ_f 均随含沙量而变，因此，河道水沙流动属于变密度流，只有在含沙量较小的情况下，才可看作是均质不可压流体。另外，水沙两相流的相间作用力及相间相互影响非常复杂，现有理论还不能满意地处理泥沙粒子之间及泥沙粒子与流体之间的相互作用。目前常见的水沙数学模型都是建立在连续介质假设的基础上，只适用于低含沙浓度和细颗粒悬移质泥沙情况。一般认为，泥沙颗粒对水流脉动具有良好的跟随性，而除沉降运动外，水沙之间没有相对运动，并忽略水沙两相间的相互影响。

第二节 三维浑水水流基本方程

天然河道水沙运动一般都属于三维流动，运动要素既沿程变化，又沿水深和河宽方向变化。由于三维水流运动比较复杂，常将运动要素沿水深方向平均，把三维问题转化为平面二维问题，若将运动要素沿过水断面平均，则把三维问题转化为一维问题。本章先推导出三维流动的基本方程，然后再在一定条件下简化为平面二维流动控制方程。

一、三维浑水水流连续性微分方程

三维浑水水流连续性微分方程的推导依据为质量守恒定律，在 dt 时段内，流入控制体

的质量与流出控制体的质量之差等于 dt 时段内控制体内的质量变化。在流体运动空间内，选取一个微小正交六面体作为控制体（图 2-1），其中心点坐标为 M（x，y，z），棱长分别为 dx，dy，dz。设某瞬时 t 流体质点通过 M 点的速度为 u_x，u_y，u_z，流体密度 ρ_m，其它各

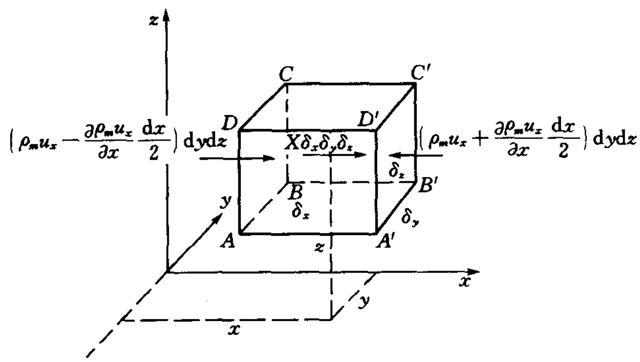

图 2-1　连续性方程控制体示意图

点的速度和密度可由泰勒级数展开式确定。在 dt 时段内，沿 x 方向由 $ABCD$ 面流入控制体的质量为 $\left(\rho_m u_x - \frac{1}{2}\frac{\partial \rho_m u_x}{\partial x}dx\right)dydzdt$，沿 x 方向由 $A'B'C'D'$ 面流出控制体的质量为 $\left(\rho_m u_x + \frac{1}{2}\frac{\partial \rho_m u_x}{\partial x}dx\right)dydzdt$，则沿 x 方向流入控制体的质量与流出控制体的质量差为 $-\frac{\partial \rho_m u_x}{\partial x}dxdydzdt$。同理，在 d$t$ 时段内，沿 y，z 方向流入控制体的质量与流出控制体的质量差分别为 $-\frac{\partial \rho_m u_y}{\partial y}dxdydzdt$，$-\frac{\partial \rho_m u_z}{\partial z}dxdydzdt$。另外，在 d$t$ 时段内控制体内的质量变化为 $\frac{\partial \rho_m}{\partial t}dxdydzdt$。根据质量守恒定律，在 d$t$ 时段内，流入控制体的质量与流出控制体的质量之差应等于 dt 时段内控制体内的质量变化，即

$$-\frac{\partial \rho_m u_x}{\partial x}dxdydzdt - \frac{\partial \rho_m u_y}{\partial y}dxdydzdt - \frac{\partial \rho_m u_z}{\partial z}dxdydzdt = \frac{\partial \rho_m}{\partial t}dxdydzdt \tag{2-3}$$

整理可得

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho_m u_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho_m u_z}{\partial z} = 0 \tag{2-4}$$

方程式（2-4）是变密度可压缩流体的欧拉连续性微分方程式，当流体可以看作是均质不可压缩流体时，方程式（2-4）可以简化为

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \tag{2-5}$$

一般河道中的含沙水流的密度随着含沙量的变化而变化，属于不可压缩变密度流体，应该用方程式（2-4），但是在含沙量较小时，一般都采用方程式（2-5）作为控制方程。

方程式（2-4）和方程式（2-5）用张量形式可以分别表示为

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_j}{\partial x_j} = 0, \quad \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1,2,3) \tag{2-6}$$

二、三维浑水水流运动微分方程

三维浑水水流运动微分方程的推导依据为牛顿第二定律（$F=ma$）或动量守恒定律。作