

泥浆在环空内的流动效应与流变参数选择

汪仲英 汤松然

(地质矿产部探矿工程研究所)

摘 要

泥浆的流动对井径异常、泥浆中的岩屑浓度和环空压力状态有密切的关系,本文讨论了环空流动效应,提出冲蚀、流送和动压等三个流效准数。确定了环空效应的相似准则。导出了三个准数的公式。推荐了环空效应的评价指标。提出了流变参数和排量的选择方法。

引 言

泥浆的流动对井内的状态有什么影响?它与井内复杂现象相关关系如何?应根据什么标准来评价或选择流变参数?这些问题都是长期未得解决而又亟待解决的困难课题。

长期以来,现场泥浆设计都停留在纯经验或半经验的水平上。经验的不完全性,往往导致措施的失误和井内的麻烦。

为了评价环空状态,1971年以来,R.E.Walker等人曾作了许多有益的工作^{[1][2]},他们提出了稳定性参数Z、环空压力降和平均环空粘度等三个评价准则。并依据幂函数模式,导出了有关公式。这一方法虽然比经验方法前进了一步,但仍然未能真正揭示环空变化的实质。也未给出评价指标。

本文将在讨论泥浆流动对环空状态的影响的基础上,提出三个新的相似准数——流动效应准数(Flow Effect Criteria),并依据这些准数,确定环空效应的相似准则,进而实现定量评价,为流变参数的合理选择,提供理论依据。由于大多数现代泥浆都很类似卡森流体^[3](Casson Fluids),因此,本文中的公式主要依据卡森方程导出。但为了照顾更广泛的兴趣,本文也验出了双参数幂模式的结果。至于宾汉模式,由于应用于环空流动时误差很大,本文从略。

流动效应准数

由于泥浆的流动对环空状态所造成的影响,可以定量地用三个流效准数来表达。即:

(1) 冲蚀势准数*i*(Erosion Potential Criterion)。说明了泥浆对井壁的冲蚀能力的大小。定义式为

$$i = \frac{D_o}{D_b} - 1 \quad (1)$$

(2) 岩屑流送准数 λ (Cuttings' Lifting Criterion)。说明了泥浆携带岩屑能力的大小,也说明了岩屑浓度的情况。定义式为

$$\lambda = 1 - \frac{V_s}{V_a} \quad (2)$$

从定义式(2)可以看出, λ 即是岩屑的输送比。

(3) 环空动压力准数 j (Annular Dynamic Pressure Criterion)。说明了环空压力降对井内压力状态的影响。定义式为

$$j = \frac{\Delta E_a}{\rho} \quad (3)$$

下面分别对这三个准数进行讨论。

1. 井径异常与冲蚀准数 (Erosion Critetion)

众所周知, 作为泥浆流动通道的井眼, 与一般金属导管不同, 其直径不是一成不变的。它可能由于泥浆的水力冲蚀作用而扩大, 也可能由于泥饼和岩屑的沉积或者由于泥岩吸水膨胀而缩小, 从而导致井径的正异常或负异常。大多数油气井地层, 都属于易冲蚀地层, 仅少数完整、坚硬者例外。因此, 如果不仔细地控制泥浆的流动参数, 冲蚀扩大的现象是经常发生的; 容易发生泥皮缩径的井段是多孔地层井段, 如砂岩、砂砾岩等。如果泥浆粘度过高, 在孔隙地层或膨胀性地层井段, 缩径现象也是经常出现的。

井径异常所引起的井内麻烦, 是最常见的井内复杂现象。例如, 正异常往往伴随着钻具的折断, 携带岩屑的困难, 过量的固井水泥消耗和测井曲线解释的困难; 而负异常则往往伴随着起下钻遇阻(甚至提不起来), 粘附卡钻, 提钻抽吸(可能导致井塌或井喷), 以及泵压的升高。因此, 不论正异常还是负异常, 都应当尽力避免。

研究与实践经验证明, 由于泥浆循环所引起的井径异常(由于地层的物理化学或其他原因所引起的井径异常不在此列), 与雷诺数有密切关系, 当雷诺数低于临界值时, 流动为层流, 泥浆质点的径向动量可以忽略, 因而对井壁几乎没有冲蚀作用。这时, 井壁上的泥皮和岩屑沉积, 或者泥岩的膨胀, 将使井径愈来愈小, 同时, 雷诺数也随着升高, 直至临界值为止。相应于临界雷诺数的井径, 称为临界井径。当井径缩小至临界值时, 层流转变为紊流, 泥浆质点转变为无规则的运动状态, 径向动量大大增强, 对边壁的冲蚀作用出现。这样, 井径的缩小趋势就会受到控制; 而当雷诺数高于临界值时, 径向冲蚀作用将使井径不断扩大, 雷诺数随之也降低, 直至降低到临界值为止, 这时的井径也扩大至临界值。

根据上面的叙述可以看出, 不论开始时的雷诺数有多大, 井径变化的最终结果都是以临界井径为极限, 因此, 可以这样认为, 在井径可变的井段, 井的实际直径是临界井径的直线相关函数。如果以钻头的直径作为基准直径, 则临界井径与钻头直径之差, 称为冲蚀潜势。冲蚀潜势说明了井径可能被冲蚀的最大限度, 它可以是正值(井径扩大或井径正异常), 也可以是负值(井径缩小, 或井径负异常)。

上面的结论已为大量现场实践经验所验证。例如, 井径测量的结果与临界井径的计算结果很吻合; 又如, 当泥浆失水量较高而且雷诺数较低时, 钻头在井内工作数十小时后, 在孔隙地层井段往往出现提钻困难, 而用同样的泥浆, 提高排量使雷诺数超过2100, 提钻却很顺利; 用模拟岩屑测量岩屑沿环空上行的时间时, 在排量和井深都相同的条件下, 如果雷诺数较低(泥浆较稠), 岩屑返速则较大(甚至大于按井的名义直径计算得的泥浆平均上返速度), 模拟岩屑的回收率也较低, 说明存在着缩径和岩屑在井壁上的沉积现象。相反, 当泥浆适当稀释时, 岩屑的返速和回收率也变得较为正常; 此外, 高粘度的加重泥浆, 在头几个循环周

中, 比重不容易维持稳定, 这也与井壁上的沉淀有关。

临界井径的计算公式可以通过令雷诺数等于临界值而导出。一般可取临界雷诺数为2100。下面是其结果: (1) 卡森流体 (公式的推导见附录A)

$$D_c = 2B(1 - 2.4\varphi^{\frac{1}{2}} + 1.5\varphi - 0.1\varphi^3) - D_p \quad (4)$$

式中的 ρ 可按隐函数式(5)求出:

$$f_1(\varphi) = \frac{A\varphi^{\frac{1}{2}}}{1 - 2.4\varphi^{\frac{1}{2}} + 1.5\varphi - 0.1\varphi^3} - B(1 - 2.4\varphi^{\frac{1}{2}} + 1.5\varphi - 0.1\varphi^3) + D_p = 0 \quad (5)$$

$$A = \left(\frac{3R_{e,c}}{\varphi\tau_c} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \mu_c \quad (6)$$

$$B = \frac{2\varphi Q}{\pi R_{e,c} \mu_c} \quad (7)$$

(2) 幂流体 (Power Law Fluid)

$$f(D_c) = (D_c - D_p)^{2-2n} \cdot (D_c + D_p)^{2-n} - \frac{192}{\pi^2 R_{e,c}} \left(\frac{\pi}{16} \cdot \frac{n}{2n+1} \right) \frac{\rho Q^{2-n}}{K} \quad (8)$$

式(8)中, K 与 n 值的选择应与环空剪率相适应, 把由式(4)或(8)求得的 D_c 值代入式(1)即可求得冲蚀准数。

2. 岩屑浓度异常与流送准数

岩屑不能及时地从井内输送上来会导致环空泥浆中的岩屑浓度过量升高。这是导致井内麻烦的另一重要原因。许多井内的复杂现象都与不良的岩屑流送有关, 如:

环空泥浆密度和环空静压力变大, 导致压力平衡控制的困难;

大量的岩粉, 导致泥浆流变性能、泥饼质量、粘滞性系数和其他性能的恶化;

粘附卡钻和岩屑埋钻的或然率增高;

井底沉砂过多, 钻具下放不到底;

岩屑录井困难

岩屑浓度的大小可以通过流送准数来控制。二者之间成反比关系, 见式(9):

$$C_s = \frac{C_{s0}}{\lambda} \quad (9)$$

$$\text{其中, } C_{s0} = \frac{Q_s}{Q} \quad (10)$$

$$Q_s = \frac{\pi(1-\phi)D_p^2}{4t} \quad (11)$$

岩屑的比产率 C_{s0} 是一个仅与钻进速度和泥浆排量有关的量。因此, 流送准数 (或输送比) 越小, 岩屑的浓度越高。

钻井现场的实际岩屑更近似圆饼形。Walker, R.E. 等人提出了一个圆饼形岩屑的滑沉理论,^[4]被认为比较准确。为了简化运算, 我们曾对该理论作了一些改进, 并提出了下述计算公式^[5]

$$\tau_s = 2.169\delta_s^{\frac{1}{2}}(\rho_s - \rho)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

$$\hat{\tau}_s = \frac{51.83}{\rho^{\frac{1}{2}} d_s} \quad (13)$$

$$V_s = 1.93 \frac{\tau_s \cdot W}{\rho^{\frac{1}{2}}} \quad (14)$$

W称为绕流流态指数。对卡森流体，可按式(15)计算；对幂流体可按式(15)_a计算。

$$W = \frac{\tau_s^{\frac{1}{2}} - \tau_c^{\frac{1}{2}}}{\mu_c^{\frac{1}{2}} \hat{\tau}_s^{\frac{1}{2}}} \quad (15)$$

$$W = \left(\frac{\tau_s}{K \hat{\tau}_s^n} \right)^{\frac{1}{n-1}} \quad (15)_a$$

当 $W \geq 1$ ，为紊流； $W < 1$ ，为层流。

按式(15)或(15)_a所求得的W值，当用于式(14)中时应按下述规则取值：

当 $W \leq 0$ ，取 $W = 0$ ；当 $W \geq 1$ ，取 $W = 1$ ；当 $W < 1$ ，取实际计算值。

利用式(15)_a计算幂流体的W值时，K与n值应按下述规则选取：

当 $\tau_s \geq \tau$ 时，取中剪区的值，即 K_2, n_2 ；当 $\tau_s < \tau$ 时，取低剪区的 K_1 与 n_1 。其中

$$\tau = K_2 \left(\frac{K_1}{K_2} \right)^{\frac{n_2}{n_2 - n_1}} \quad (16)$$

把求得的 V_s 代入式(2)即可求得流送准数 λ 。注意，式(2)中的 V_s 应取环空断面最大处的值。

3. 环空压力状态的动态变化与动压准数

维持环空压力的相对稳定，是维持井壁稳定、防止井喷和井漏的前提，是泥浆水力学设计的重要内容之一。

循环过程中的环空压力，由泥浆柱的静压力和环空压力降组成，前者是持续性的，不依钻井工况而变，是约束地层的基本压力；后者是随发性的，只存在于泥浆流动的情况下，只要循环停止，这一压力也随之消失。因此，随着开泵或停泵，作用于井内的环空压力也在某一范围内变动。这一动压力如果不加控制，也会出现井内麻烦。

环空压力状态的变化情况，可以用动压力准数来定量衡量。从式(3)可以看出，动压准数主要决定于环空压力降当量密度 ΔE_s 。按幂模式(Power Law Model)计算 ΔE_s ，已有许多文献，^{[6][7]} 此处从略。这里仅介绍根据卡森模式(Casson Model)所导出的公式，下面是其结果。公式的推演见附录B。

$$\Delta E_s = f \cdot \frac{2\rho V_s^2}{Dg} \quad (17)$$

范宁摩擦因素(Fanning Friction Factor) f 决定于雷诺数，当 $R_o \geq 2100$ ，紊流，

$$f = \frac{0.046}{R_o^{0.3}} \quad (18)$$

当 $R_o < 2100$ ，层流，

$$f = \frac{24}{R_o} \quad (19)$$

$$\text{式中, } R_o = R_n \cdot \frac{\varphi}{\Pi} \quad (20)$$

$$R_n = \frac{\rho D V_a}{\mu_c} \quad (21)$$

$$\Pi = \frac{D \tau_c}{12 \mu_c V_a} \quad (22)$$

φ 值可从隐函数式(23)求出

$$f_2(\varphi) = \varphi - (1 - 2.4\varphi^{\frac{1}{2}} + 1.5\varphi - 0.1\varphi^3)\Pi = 0 \quad (23)$$

把式(17)的结果代入式(3)即可求出动压准数。

4. 讨论

(1)三个流效准数分别从不同的侧面,对流动的环空效应进行了评价。可以认为,如果两种流动的三个准数都相同,环空效应也相似,换句话说,二者对井内的影响程度相同。因此,利用这一相似准则,可以定量预测井内的状况,并对井内复杂现象进行定量控制。

(2)从流效准数公式可以看出,三个流效准数都是流变参数和排量 Q 的函数;此外还受井径(D_b),钻杆或钻铤直径(D_P)和泥浆密度(ρ)的影响。例如:

增大 μ_c 或 τ_c , (增大 K , 降低 n)将降低 i , 提高 λ 和 j ;

提高排量 Q , 可使三个准数都提高;

增大 $(D_b - D_P)$ 的值, 可使三个准数都降低;

泥浆密度大, 流送准数 λ 和冲蚀准数 i 也高, 但动压准数 j 则降低。

流送准数还与岩屑尺寸和密度有关, 随着这些参数的增大, 流送准数也降低。

上述能够影响流效准数的变数中, μ_c , τ_c (或 K , n)和 Q 是三个最重要的变数。因为 D_b , D_P 决定于井的设计, 而 ρ 决定于地层压力, 不能随意变动。只有流变参数和 Q 可以在较大的范围内调节。这些变数中, 最易于调节的参数是 τ_c , 这是由于 μ_c 与密度 ρ 有一定的相关关系, Q 还受泵的能力所限制, 因而调节的范围也相对小一些。

(3)流送准数计算中, 最困难的是如何选择岩屑颗粒的尺寸。我们早先的一篇论文^[1]对这一问题曾做过较详细的论述。因为岩屑是一类形状、大小及其级配, 甚至密度都不相同的复杂群体, 其群体特性不但随钻井条件而变, 而且在从井底向地表的流送过程中, 也会由于水力学的、物理化学的和机械的作用而发生变化。地面观察到的, 只是经过改造了的最终结果。因此, 要对这一变化着的群体进行研究, 是很复杂困难的。为了简化运算, 我们推荐采用标准岩屑。标准岩屑的尺寸是依据下述原则决定的:

(a)岩屑录井对颗粒尺寸的起码要求, 最好不要小于 $3 \sim 5 \text{ mm}$;

(b)足够的代表性。也就是说, 标准岩屑的尺寸应比80%以上体积的现场岩屑颗粒都要大。因此, 只要标准岩屑具有良好的携带效果, 绝大部分井内岩屑也就不成问题了。

依据对一般现场岩屑的粗略统计, 我们推荐下述两种标准岩屑:

标准岩屑 1*: $d_1 \cdot \delta_1 = 10 \times 4 \text{ mm}$

标准岩屑 2*: $d_2 \cdot \delta_2 = 7.5 \times 3 \text{ mm}$

这两种尺寸都能满足岩屑录井的要求。

一般情况下, 建议采用 1*标准岩屑。只有在环空返速很低(例如, 低于 0.3 m/s)的情况下(这一情况一般出现于钻进浅井段时), 才采用 2*标准岩屑。

(4)钻铤部位的冲蚀准数一般都大于钻杆部位。但是, 二者之差一般不超过0.2。为了保

证能顺利提钻,推荐按钻杆直径进行冲蚀准数的计算。

(5)流效准数公式虽然比较复杂,但通过任何一种可编程序的小型计算器都可以方便计算。

流动效应的评价

依据冲蚀、流送和动压三个准数的大小,可以对流动效应实现全面的评价。表1列出了推荐的评价指标。

表1 流动效应的评价指标

评 价	i	λ	j	标准岩屑
最佳指标	± 0.03	≥ 0.5	≤ 0.02	1#
可行指标	$-0.1 \sim 0.03$	≥ 0.5	≤ 0.02	1#
浅井指标	$-0.2 \sim 0.03$	≥ 0.5	≤ 0.02	2#

一般情况下,应先按最佳指标来评价,如果无法满足,再取可行指标。在用大口径钻进表层时,常因泥浆排量不足,以致上返流速较低(常低于 0.3m/s)。在这种情况下,往往连可行指标也难满足。因此,推荐了另一个折衷的指标——浅井指标。这里依据浅井段的有利因素确定的。这些因素是:

- (1)钻头较大,一般都大于 $17\frac{1}{2}"$,因而满眼程度较低,提钻时不容易引起泥皮阻钻;
- (2)岩屑较软,孔隙度也高些,运动中易于破碎,因而易于输送;
- (3)泥浆柱静压力较低,因而泥饼强度和形成速度也较低。此外,地层也较松软,即使发生缩径,对钻具运动的阻力也较小;
- (4)起下钻较频繁,井壁能够得到较及时的机械清理;
- (5)浅部地层的岩屑录井要求较低。

表1的指标是依据东海探区龙井、平湖等三口四千米左右的井的实践确定的。同时参考了近十口陆上油气井的成功与失败的经验。实践证明,这些指标是可行的。

经验与计算证明,当环空返速大于 0.5m/s 时,冲蚀准数与流送准数的指标不难满足;当返速低于 0.3m/s 时,则可能连可行指标也难以达到。为减少井内麻烦,固相与失水量控制等补充措施,将是必要的。这一情况往往出现于口径较大的较浅的井段。

深井段的问题主要是高的动压准数和高泵压。合理地降低环空返速,这一问题可以解决。一般情况下,返速超过 1m/s 是不适宜的。

现 场 应 用

流效准数的现场应用方式有:

1. 按表1的指标,评价所选择的流变参数和排量是否合理。并用于了解井内可能出现的问题,便于及时采取对策;
2. 按要求的流效准数指标,选择或设计流变参数和排量。其程序如下:先按经验初步选定一组参数(μ_0 , τ_0 和 Q),分别算出三个准数。如果冲蚀准数偏高,可适当提高 τ_0 , μ_0 或

降低 Q ，再重新校核三个准数；如果偏低，则需采取相反方式处理。如果流送准数偏低，可适当提高 Q （如果可能的话），或提高 τ_c 和 μ_c （一般情况下提高 μ_c 比提高 τ_c 效果更明显）。如果动压准数偏高，应考虑降低排量和流变参数。

一般的规律是，在大口径井段，主要的问题是冲蚀与流送准数过低；而在小口径井段，主要问题则是冲蚀准数和动压指数二者都可能过高。三个准数中，最重要的是冲蚀准数，应认真加以控制。

结 论

1. 研究了泥浆流动所引起的环空效应，提出了冲蚀、流送和动压等三个相似准数。如果三个准数相同，可认为流动效应相似。因此，三个流效准数可以作为环空水力学设计，尤其是泥浆排量和流变参数选择的依据。文中给出了流效准数的推荐指标，可供现场应用参考。

2. 按照卡森流变模式，推导了三个流效准数的计算公式。这些公式看来复杂，但利用任何一种可编程的小型计算器均不难求解。卡森模式已被证明更适合现代泥浆系统，其流变参数有更确定的物理意义。

符号意义与单位 (SI单位系统)

C_a —— 环空泥浆中的岩屑体积含量，无因次；
 C_{s0} —— 岩屑比产率，无因次；
 D —— 当量直径， $D = D_b - D_p$ ，m；
 D_b —— 钻头直径，即裸眼直径，m；
 D_c —— 临界井径，m；
 D_p —— 钻杆或钻铤外径，m；
 d_s —— 圆饼形岩屑的直径，m；
 ΔE_a —— 环空压力降当量密度， Kg/m^3 ；
 f —— 范宁摩擦因数 (Fanning Friction Factor) 无因次；
 g —— 重力加速度， $g = 9.81$ ， m/s^2 ；
 i —— 冲蚀势准数 (Erosion Potential Criterion)，无因次；
 j —— 环空动压力准数 (Annular Dynamic Pressure Criterion)，无因次；
 K —— 幂模式稠度指数 (Consistency Index)， $\text{Pa} \cdot \text{s}^n$ ；
 L —— 井段长度或深度，m；
 n —— 幂模式指数 (Exponent of Power Law Model)，无因次；
 Δp_a —— 环空压力降，Pa；

Q —— 泥浆排量， m^3/s ；
 Q_a —— 每秒内钻头刻取的岩屑体积， m^3/s ；
 R —— 雷诺数，无因次；
 R_{c0} —— 临界雷诺数，无因次， $R_{c0} = 2100$ ；
 r —— 剪率， S^{-1} ；
 γ_e —— 卡森结构指数， S^{-1} ；
 $\dot{\gamma}_s$ —— 临界绕流剪率， S^{-1} ；
 t —— 钻头钻进 1 米的时间，S；
 V_a —— 环空平均流速， m/s ；
 V_s —— 岩屑滑沉速度， m/s ；
 W —— 绕流流态指数，无因次；
 δ_s —— 圆饼形岩屑的厚度，m；
 λ —— 岩屑流送准数，无因次；
 μ_c —— 卡森粘度， $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ；
 μ_a —— 环空当量粘度， $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ；
 Π —— 环空塞流准数，无因次；
 ρ —— 泥浆密度， Kg/m^3 ；
 ρ_s —— 岩屑密度， Kg/cm^3 ；
 τ —— 剪应力，Pa；
 τ_c —— 卡森屈服值，Pa；
 τ_a —— 绕流剪应力，Pa；
 τ_w —— 井壁剪应力，Pa；
 ϕ —— 岩屑孔隙率，无因次；
 φ —— 环空流动的比流核，无因次。

参 考 资 料

1. Walker, R. E. and Holman, W. E: "Computer Program Predicts Drilling Fluid Performance" Oil and Gas J., March 29, 1971
2. Walker, R. E. and Korry, D. E.: "Field Method of Evaluating Annular Performance of Drilling Fluids" SPE Paper No. 4321 presented at Second Annual European Meeting, London, England, April 2-3, 1973.
3. Wang Zhongying and Tang Songran: "Casson Rheological Model in Drilling Fluid Mechanics" SPE paper No. 10564 presented at International petroleum Engineering Symposium, Beijing, P. R. of China, March 21-23, 1982.
4. Walker, R. E. and Mayes, T. M., "Design of Muds for Carrying Capacity" Trans., AIME, 1975, 1-893.
5. 汪仲英“岩屑的流送及滑沉计算”探矿工程论文集, P18-31, 1983, 7, 地矿部勘探技术研究所出版。
6. Dodge, D. G. and Metzner, A. B., "Turbulent Flow of Non-Newtonian Systems" J. of AIChE, 1959, Vol. 5, P189.
7. "Drilling Mud and Cement slurry Rheology Manual" P.57. 1982 Editions Technip, Paris.

附录 A: 临界井径公式推导

据雷诺数公式

$$R_o = \frac{\rho(D_H - D_P)V}{\mu_o} \quad (A-1)$$

又
$$\mu_o = \tau_w \cdot \frac{D_H - D_P}{12V} \quad (A-2)$$

$$\tau_w = \frac{\tau_c}{\varphi} \quad (A-3)$$

当 $R_o = R_{oc}$ (临界值) 时, $D_H = D_c$ 代入上述各式, 并联解之, 即可求得

$$V = \left(\frac{R_{oc} \tau_c}{12\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\varphi^{\frac{1}{2}}} \quad (A-4)$$

据卡森模式的环空 Π 值公式^[3]

$$\Pi = \frac{\tau_c}{r_n} = \frac{(D_c - D_p) \cdot \tau_c}{12\mu_o \cdot V} \quad (A-5)$$

又
$$Q = \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_p^2) \cdot V \quad (A-6)$$

联解式(A-4), (A-5)和(A-6), 并注意到^[3]

$$\Pi = \frac{\rho}{1 - 2.4\varphi^{\frac{1}{2}} + 1.5\varphi - 0.1\varphi^3} \quad (A-7)$$

即可求得正文中的式(5)至(8)各式

附录B: 环空压力降当量密度的计算

依当量密度的定义, 得

$$\Delta E_a = \frac{\Delta P_a}{\rho L} \quad (B-1)$$

$$\text{又} \quad \Delta P_a = \frac{4\tau_w L}{D} \quad (B-2)$$

$$\text{则} \quad \Delta E_a = \frac{4\tau_w}{D\rho} \quad (B-3)$$

$$\text{又} \quad \tau_w = \frac{1}{2}\rho V_a^2 \cdot f \quad (B-4)$$

由式(B-3)和(B-4)即可求得当量密度公式, 见正文中的式(17)。

范宁摩擦因素(Fanning Friction Factor) f 是一个与雷诺数有关的无因次数, 其计算见正文中的式(18)和(19)。

雷诺数计算:

据雷诺数公式

$$R_e = \frac{\rho D V_a}{\mu_e} \quad (B-5)$$

注意到

$$\mu_e = \frac{\tau_w}{r_n} \quad (B-6)$$

$$\tau_w = \frac{\tau_o}{\rho} \quad (B-7)$$

$$\tau_o = \mu_o \cdot r_o \quad (B-8)$$

$$\Pi = \frac{r_o}{r_n} \quad (B-9)$$

可以求得

$$R_e = \frac{\rho D V_a}{\mu_e} \cdot \Pi \quad (B-10)$$

由式(B-10)可得式(20)(21), 见正文。

如果注意到

$$r_n = \frac{12 V_a}{D} \quad (B-11)$$

则可求得正文中的 Π 值公式(22), 据已知的 Π , 按附录A中的式(A-7), 稍作改变即可得出式(23)。