

中国精算师资格考试应试指导丛书

风险理论

主编 邹公明



上海财经大学出版社

中国精算师资格考试应试指导丛书

风 险 理 论

顾	问	周绿林	
主	编	邹公明	
编	写	邹公明	范兴华

 上海财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

风险理论/邹公明主编. —上海:上海财经大学出版社, 2003. 7
(中国精算师资格考试应试指导丛书)

ISBN 7-81049-929-7/F·807

I. 风… II. 邹… III. 风险投资-资格考核-自学参考资料
IV. F830.59

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 037451 号

☐ 责任编辑 袁 敏

☐ 封面设计 周卫民

FENG XIAN LI LUN

风 险 理 论

主 编 邹公明

上海财经大学出版社出版发行
(上海市武东路 321 号乙 邮编 200434)

网 址: <http://www.sufep.com>

电子邮箱: webmaster@sufep.com

全国新华书店经销

上海财经大学印刷厂印刷

上海叶大装订厂装订

2003 年 7 月第 1 版 2003 年 7 月第 1 次印刷

850mm×1168mm 1/32 7.25 印张 181 千字

印数: 0 001—3 000 定价: 18.00 元

总 序

保险是转移和分散风险的一种有效手段。在商品经济社会中,保险对经济的发展和繁荣起到了极大的推动作用。与众多学科一样,保险与定量分析息息相关。保险精算学领域是教学方法应用得最成功的领域之一,数学学科在保险中用的是多么的相得益彰。

保险离不开精算。例如新险种的开发、保险费率的厘订、责任准备金的评估、再保险的安排、自留额的确定、社会保障计划和制度的建设,甚至营销策略的制定等诸多环节都需要精算师运用精算科学技术进行合理的推测。精算亦离不开保险实践,不然精算不会像今天这样枝叶繁茂而自成体系。所谓保险精算,就是将数学方法(其中更多的是概率统计方法)应用于保险定价、利润评估、负债评估等技术而产生的一套理论,它包括:寿险精算数学、利息理论、人口理论、修匀理论、生存模型、生命表的构造理论、风险理论、非寿险精算数学、养老金数理技术、时间序列等。这套理论数百年日益成长壮大并经过千锤百炼。它的重要性、权威性与科学性已得到保险界的公认。

世界上保险发达国家的精算教育具有高度的系统性、严密性、科学性。英国、北美、澳大利亚和日本等国的精算教育可谓各领风骚。而在中国,一二十年之前听说过 Actuarial Science 一词的人恐怕屈指可数。而在今天,中国精算教育倍受关注。中国众多的莘莘学子纷纷参加精算师资格考试,尽情享受精算的乐趣,同时也感悟到精算师职业的艰辛。精算学得越多,感悟越深。精算科学涉及到保险学、经济学、金融工程、数学、会计学等诸多学科。仅数学就许多人望而生畏。再者,更为重要的,只有数学而没有实务,

精算教育岂不成了数学教育,博大精深的实务性极强的精算似乎变成了抽象的令人生厌的符号游戏。如此等等都要求我们同心协力,迎难而上,为建立中国精算师职业制度,为中国保险业的健康发展做出实质性的贡献。

邹公明等几位同志就近几年他们自己的精算教育经验与中国精算师资格考试状况,经过整整一年的努力,编写出一套适合中国考生考试、又适合提高精算知识和应用能力的丛书。这套丛书已先期完成的有《风险理论》、《非寿险精算数学及实务》、《寿险精算数学》,后续的还有《生命表构造理论》、《利息理论》、《寿险精算实务》、《综合经济基础》等。这套丛书将弥补市场上的精算学书籍缺乏,尤其是中文精算资料缺乏的不足。相信这套丛书将对读者学习精算学并应用于保险实践,以及准备参加中国精算师资格考试都会有很大的帮助。

最后有一句话希望成为每一位考生的座右铭:“路漫漫其修远兮,吾将上下而求索”。借此以鼓励中国勇敢、智慧和勤勉的年轻人。

王静龙
于华东师范大学

前 言

《风险理论》可以说是概率论中的一项内容,也可以认为是概率论内容的延伸,当然,认为是概率论的应用也无可厚非,可谓是仁者见仁,智者见智了。这门课包括三个基本的模型:短期个别风险模型、短期聚合风险模型、长期聚合风险模型。前两个模型可直接应用于保险产品纯保费的计算,而长期聚合风险模型对再保险、保险监管、非寿险利润与定价的有关测算等都有重要的作用。因此,这门课可谓是精算学中比较基础的课程了。本丛书把《风险理论》单列一门,不仅仅是因为中国精算师资格考试将其单列成一门,而且它的重要性和自成体系也是我们将其单独编纂的原因之一。

编写此书的目的是想解决一些中国精算师资格考试考生的疑问,提高中国考生的精算知识水平,不至于让考生感到通过了一门课的考试,还不知道这门课讲了些什么,有不知所学之感。由于本书是应试指导书,故编排简洁,共分为六章,每章内容由“内容要点”、“本章重点及难点解析”、“习题解答”、“补充习题”、“思考题”等部分组成。其中每章的“习题解答”的题目来源于谢志刚和韩天雄编著的《风险理论与非寿险精算》(南开大学出版社出版)中的习题部分,在此对他们表示感谢。本书对这些习题进行了详细的推导和计算,并给出了答案,使读者能方便地加深和巩固每章内容。

另外,本书最后还给出四套模拟试题,每套模拟试题后都给出了详细的解答。希望读者在学习本书后能有所收获。当然,由于作者水平有限,错误和疏漏之处在所难免,敬请读者和专家批评指正。

最后,在编写本书的过程中,得到了多位教授和精算专家的大力帮助和指点,在此表示衷心的感谢。由于他们的谦逊,使我很遗憾不能将他们的鼎鼎大名列于纸上。

编 者

2003 年 5 月

目 录

总 序	(1)
前 言	(1)
第 1 章 风险与精算	(1)
第 2 章 随机模拟	(7)
第 3 章 短期个别风险模型	(26)
第 4 章 短期聚合风险模型	(41)
第 5 章 长期聚合风险模型	(74)
第 6 章 效用理论与保险决策问题	(100)
模拟试题(一)	(112)
模拟试题(一)解答	(121)
模拟试题(二)	(142)
模拟试题(二)解答	(152)
模拟试题(三)	(170)
模拟试题(三)解答	(180)
模拟试题(四)	(200)
模拟试题(四)解答	(209)

第 1 章 风险与精算

【内容要点】

这一章的内容是介绍风险的含义、保险经营中的风险因素及保险精算的几个基本问题。

1. 风险的含义

风险与三个因素直接有关,那就是:自然状态的不确定性、人的主观行为及两者结合所蕴涵的潜在后果。这是决策论者认为的风险。

保险学者认为:风险是危险与危险发生的不确定性及两者结合在一起所形成的。

2. 度量风险应注意的几个问题

(1) 决策者或当事人更关注不利的潜在后果,因此不利的潜在后果的发生概率与损失额度概率分布的评估便显得十分必要。

(2) 风险态度的测定是风险研究的重要组成部分。

对保险人来说,了解投保人的风险态度对保单设计及产品定价无疑是非常重要的。

(3) 策略风险大小的度量和策略风险对决策分析的影响是风险管理者应考虑的基本问题。

3. 保险公司财务收支的基本结构与风险

表 1 中的每一项都可能形成风险,譬如“保费收入”如不稳定,假设出现大量的退保现象,则会形成保费收入现金流动风险。“税务”一栏也会形成风险,假设法律法规更改突然规定税率的提高,则会形成税金准备金不足风险等等。

表 1 保险公司财务收支的基本结构

收 入	支 出
保费收入	赔付
投资收入	营运费用
分保和再保险佣金	再保费
新投入资本	红利、税务
其他收入	其他杂费

4. 非寿险公司面临的不确定因素

- (1) 保费计算与实际相差较大；
- (2) 准备金的提取不充分；
- (3) 赔付过早发生；
- (4) 营运成本扩大；
- (5) 佣金的提高；
- (6) 投资失利；
- (7) 巨灾事故频繁发生；
- (8) 风险聚合估计不周；
- (9) 意外责任事故的理赔；
- (10) 市场条件发生不利的变化；
- (11) 保单责任文字界定不清晰；
- (12) 宏观经济环境的不利变化；
- (13) 法律法规的改变；
- (14) 公司管理人员的贪污渎职行为。

5. 保险精算的几个基本问题

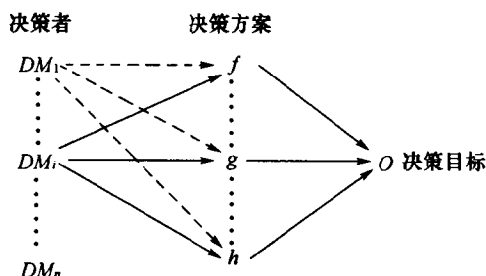
- (1) 厘订费率；
- (2) 准备金的计提、分配及偿付能力；
- (3) 再保险形式的选择及自留额的确定问题；
- (4) 资产负债配比问题。

【本章重点及难点解析】

1. 保险公司面临的风险
2. 保险精算的几个基本问题
3. 本章的难点是风险态度的测定

因为不同的人对同一潜在后果有不同的风险态度,即使是同一个人不同的时候对同一风险亦有不同的认识,当然价值判断也就不同,折射到保险学方面,就会有不同保额的产生或者保单的不同设计条款。

在下面这个问题的框架下可以考察决策者的风险态度,假如有 n 个决策者 $DM_1, DM_2, \dots, DM_n$ 为了达到某个决策目标 O 而提出一系列备选方案 $f, g, \dots, h$,要在其中选择一个最优或最满意的方案,具体考察如下的风险度量结构图:



例如,有两个决策者,其中一个是概率论高手 A ,一个是做梦都想发财的 B ,两人手中和有 10 元钱,目标是通过购买彩票或不购买彩票这两种可能的决策方案来获取最大收益,结果 A 的决策方案是不作为,而 B 却选择了购买。面临着同样的风险, A 和 B 的风险态度便有了区别。

【习题解答】

1. 风险的含义包括哪两个基本方面?请举例说明。

答:风险与三个因素直接有关:自然状态的不确定性、人的主观行为及两者结合所蕴涵的潜在后果。形象地说,从潘多拉魔盒中飞出去的各种天灾人祸与被留在魔盒中的不可预知或不确定性结合在一起便构成了形成风险的两个方面。例如,股票的涨跌与炒股者的买卖或不买或不买不卖行为便构成了形成风险的两个方面。

2. 何谓风险态度?如何能够定量地刻画风险态度?

答:从某个决策问题出发,讨论一个决策者面对某种风险的反应或态度,常称之为风险态度,或者说是比较一群人各自的风险态度之间的差异程度。假如有 n 个决策者 $DM_1, DM_2, \dots, DM_n$ 为了达到某个决策目标 O 而提出一系列备选方案 $f, g, \dots, h$, 要在其中选择一个最优或最满意的方案,在这个问题框架下,可以研究相对于某项或某些方案的潜在后果来考察某个决策者的风险态度或者比较决策者之间风险态度的差别。

3. 简要叙述 1.3 节中的四个保险精算问题。

答:(1) 厘订费率:根据大数法则,保险人必须聚合足够多的同质性风险,把承保风险的保费大量地汇集,用以抵消少数小概率事件发生所造成的较大额度的赔付。但进行这项工作的一个基本前提是要对标的的损失分布包括损失的频度和每次损失的额度大小进行正确的预测;而在实务上要汇集大量同质风险这一条件是较为苛刻的,保险人承保多种从属于不同类别的风险,因而,对于风险非同质性的衡量,也同样是费率厘订所要解决的问题。

(2) 准备金及其分配:保险人收取保险费以后,就要随时准备履行其承担的保险责任,及时地赔付可能发生的损失。为此,保险人必须从所收的保险费中提留部分资金作为准备金,并将该准备金分配至各险种业务,尤其是需要对所承保的巨灾风险提留恰当

的准备金。这些工作都建立在对潜在风险的正确评估基础之上。

(3) 再保险与自留额: 保险人承保被保险人的风险, 保险人为保证自己的财务稳定, 可以将承保风险的一部分转移给再保险人。再保险决策不仅包括选择再保险的种类, 更重要的是要根据公司的偿付能力决定公司的自留额以及相应的再保险额。这一决策对于不同的风险也不同, 对风险评估的要求更高。

(4) 资产负债配比与偿付能力: 保险公司作为承担被保险人风险和保障被保险人经济利益的专门机构, 必须有能力来保证对被保险人作出的承诺, 这就是保险公司的偿付能力。按我国保险法的定义, 它是“保险公司的实际资产减去实际负债的差额”; 但偿付能力是一个动态的、具有相当不确定性的变数, 它不仅与保险运营的诸多环节有关, 更是与保险公司的基本精算问题如风险评估、费率厘订、准备金提留、投资策略、动态偿付测试等直接相关。这是个更具综合性的、更核心的保险决策问题之一。

【补充习题】

1. 从保险学的角度, 如何理解“风险”的概念?
2. 从决策论的角度, 如何理解“风险”的概念?
3. 从保险学的角度, 风险的基本结构的构成要素有哪些?
4. 在风险的基本结构图中, 何谓高风险区域、中风险区域与低风险区域?
5. 在非寿险公司中, 保险公司的收入主要有哪几项?
6. 在非寿险公司中, 保险公司的支出主要有哪几项?
7. 列出非寿险公司面临的 10 种风险。(2002 年中国精算师资格考试考题)
8. 保险精算有哪几个基本问题?
9. 论述费率厘订、准备金的分配与再保险之间的关系。

【思考题】

现在社会上存在大量的贿赂保单,如局长夫人销售保单给其丈夫下属的工作人员,而下属工作人员为了某种目的购买了大量的这种贿赂保单,请思考这些保单在法律上能否成立?这些保单的存在给保险公司会带来什么风险?

第 2 章 随机模拟

【内容要点】

本章的主要内容是随机数的产生及模拟的方法和应用,另外本章的最后还讲述了模拟的样本容量的确定问题。

1. 随机模拟方法

又称蒙特卡罗(Monte Carlo)方法或统计试验法,是指随机系统可以用概率模型来描述并进行试验的方法。

随机模拟方法可应用于如下情况:

- (1) 在费用和时间上均难以对风险系统进行大量实测;
- (2) 由于实验风险系统的损失后果严重而不能进行实测;
- (3) 难以对复杂的风险系统构造精确的解析模型;
- (4) 用解析模型不易求解;
- (5) 为了对解析模型进行验证。

模拟的基本步骤如下:

- (1) 建立恰当模型;
- (2) 统计试验方法;
- (3) 从概率分布中重复生成随机数;
- (4) 分析结果。

2. 均匀分布的随机数

产生均匀分布随机数的几种方法:

- (1) 检表法;
- (2) 物理方法;
- (3) 数学方法。

数学方法常见的有平方取中法、倍积取中法、乘同余法、二阶

与三阶线性同余法。

平方取中法又称自然取中法,用数学式子表示就是:

$$w_n = \{w_{n-1}^2 \text{ 的中间 } N \text{ 位数字}\}$$

按此公式依次可得到一个随机数列,以该数列的每一个元素除以 10^N ,可得到 $[0, 1]$ 区间上均匀分布的随机数列 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 。

例 1 取初值 $w_0 = 3\,456$, 则 $w_0^2 = 11\,943\,936$, 取中间 4 位数字 9 439 为 w_1 , 则 $w_1^2 = 9\,439^2 = 89\,094\,721$, 可知 $w_2 = 947$, $w_2^2 = 947^2 = 896\,809$, 则 $u_1 = 0.943\,9$, $u_2 = 0.094\,7$, $u_3 = 0.968\,0, \dots$ 。

倍积取中法与平方取中法惟一的区别是产生 w_i 序列的方法不是平方取中而是固定的倍数再取中, 看下列:

例 2 取 $N = 4, K = 1\,234, w_0 = 5\,678$, 则 $w_1 = K \times w_0 = 1\,234 \times 5\,678 = 7\,006\,652$, 取中间 4 位数字 0665 为 w_1 , 从而 $u_1 = \frac{w_1}{10^4} = \frac{665}{10^4} = 0.066\,5$, 而 $w_2 = 1\,234 \times 665 = 820\,610$, 得 $u_2 = \frac{2\,061}{10^4} = 0.206\,1$, 再得 $w_3 = 1\,234 \times 2\,061 = 2\,543\,274$, 得 $u_3 = \frac{4\,327}{10^4} = 0.432\,7, \dots$ 。

乘同余法产生随机数的递推式为:

$$w_n = k_1 w_{n-1} \pmod{m} \quad (0 \leq w_n < m)$$

$$u_n = \frac{w_n}{n_1}$$

乘同余法又称一阶线性同余法,它是混合同余法的一个特例,用混合同余法产生随机数的递推式为:

$$w_n = k_1 w_{n-1} + I \pmod{m} \quad (0 \leq w_n < m)$$

$$u_n = w_n / m$$

其中 k_1, I, m 和种子 w_0 为正整数。

二阶和三阶线性同余法的递推式如下：

$$w_n = k_1 w_{n-1} + k_2 w_{n-2} \quad (\text{Mod } m)$$

$$w_n = k_1 w_{n-1} + k_2 w_{n-2} + k_3 w_{n-3} \quad (\text{Mod } m)$$

$$u_n = \frac{w_n}{m}$$

例 3 用二阶线性同余法产生 3 个 $[0,1]$ 区间上均匀分布的随机数, $m = 998\,917$, $k_1 = 366\,528$, $k_2 = 508\,531$, $w_0 = 931\,125$, $w_1 = 970\,710$ 。

$$\begin{aligned} \text{解 } w_2 &= k_1 w_1 + k_2 w_0 \\ &= 366\,528 \times 970\,710 + 508\,531 \times 931\,125 \\ &\quad (\text{Mod } 998\,917) \end{aligned}$$

$$\text{假设 } w_2 = 456\,531, \text{ 则有 } u_1 = \frac{456\,531}{998\,917} = 0.457\,0$$

$$\begin{aligned} w_3 &= k_1 w_2 + k_2 w_1 \\ &= 366\,528 \times 456\,531 + 508\,531 \times 970\,710 \\ &\quad (\text{Mod } 998\,917) \end{aligned}$$

$$\text{假设 } w_3 = 541\,290, \text{ 则有 } u_2 = \frac{541\,290}{998\,917} = 0.541\,9$$

$$\begin{aligned} w_4 &= k_1 w_3 + k_2 w_2 \\ &= 366\,528 \times 541\,290 + 508\,531 \times 456\,531 \\ &\quad (\text{Mod } 998\,917) \end{aligned}$$

$$\text{假设 } w_4 = 236\,974, \text{ 则有 } u_3 = \frac{236\,974}{998\,917} = 0.237\,2$$

若要产生 $[a, b]$ 区间上均匀分布的随机数 Q_n , 只要将 $[0,1]$ 区间上均匀分布的随机数 u_n 做线性变换 $Q_n = a + (b - a)u_n$ 即可。

3. 各种分布的随机数

一段分布的随机数的产生常见的方法有反函数法、取舍法、Box-Muller 方法和极方法。