

# 非均匀材料力学

王保林  
韩杰才  
张幸红  
著

0.1

 科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

# 非均匀材料力学

王保林 韩杰才 张幸红 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书讨论了非均匀材料的力学问题,重点介绍梯度非均匀材料(功能梯度材料)力学。全书分两篇:上篇为非均匀介质的连续介质力学,着重介绍梯度非均匀材料的力学分析和材料设计方法。下篇为非均匀介质的断裂力学,概括功能梯度材料的热/机械耦合断裂力学问题;重点介绍非均匀材料和传统的均匀材料之间的不同断裂特征;从断裂力学的概念出发,阐述梯度非均匀材料的设计方法。

本书可供高等院校力学和材料专业的教师、高年级本科生、研究生,以及有关的科研、工程设计人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

非均匀材料力学/王保林,韩杰才,张幸红著. —北京:科学出版社,2003  
ISBN 7-03-011786-7

I. 非… II. ①王…②韩…③张… III. 功能梯度材料-材料力学  
IV. TB340.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 063289 号

策划编辑:吕虹 胡凯/文案编辑:彭斌 姚晖  
责任校对:包志虹/责任印制:钱玉芬/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

丽源印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2003年10月第一版 开本:B5(720×1000)

2003年10月第一次印刷 印张:19 1/2

印数:1-2 000 字数:370 000

定价:39.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

## 前 言

随着现代科学技术的发展,人们对材料使用性能的要求越来越高,新材料也不断涌现。一个具有挑战性的例子就是宇宙往返航天飞机和特超音速客机,它们必须在大气层中长时间飞行加速,其速度可达8~25马赫。飞行过程中机体表面与空气剧烈摩擦将产生很高的温度。如此苛刻的工作环境对机体的热防护系统和发动机的耐热材料都提出了极高的要求:一方面要有优异的耐热隔热特性以承受高温和热冲击,另一方面又能耐低温且导热性良好,以提供足够的强制冷却作用;同时还要求材料具有优良的强韧性以承受机械载荷和温度梯度引起的热应力的作用,达到一定的耐久性和使用寿命。因此作为机体材料的隔热型超耐热材料的开发是必不可少的。

根据上述背景,材料科学工作者提出了“功能梯度材料”(functionally gradient material)的新概念。功能梯度材料的最大优点,是可根据工件的实际服役条件要求,对其组成、结构等进行灵活柔性设计而达到预期的功能要求。功能梯度材料技术被一致认为是未来航空、航天、核能等国防武器装备的核心关键技术,对武器装备及国防科技的发展具有重要作用和意义。此外,功能梯度材料在生物医学工程、化学工程、信息工程、光电工程、民用及建筑等领域也有着广阔的应用前景。

由于功能梯度材料的非均匀性,要得到其力学问题的精确解非常困难。因此功能梯度材料的发展为我们提供优化设计机会的同时,也提出了许多新的问题。功能梯度材料的力学问题成为近年来的研究热点,引起了世界的广泛关注。

本书研究的是功能梯度非均匀材料力学,特别强调数学模型的建立。主要介绍材料的非均匀性参数对力学性能的影响,以及非均匀材料的设计方法,外载条件为热、力耦合载荷。

本书内容分为两篇共十章。上篇包括前五章,为非均匀材料力学基础。其中第一章叙述功能梯度材料的定义及其产生的背景、应用范围,简单介绍了功能梯度材料的制备技术;第二章从热力学的能量守恒定律出发,推导出非均匀弹性介质的基本控制方程;第三章介绍传统的细观力学模型在梯度非均匀材料热物性参数预测中的应用情况,并对细观力学模型的适用性进行了评述,说明建立梯度非均匀材料细观力学分析高阶理论的必要性;第四章研究功能梯度材料中的热应力及相关的优化设计问题,考虑了稳态热应力和动态热应力问题,针对几个典型的结构类型介绍梯度材料的优化设计方法;第五章介绍复杂载荷情况下的热应力分析方法,主要应用广泛使用的有限元法对功能梯度材料进行分析和设计,按照优化设计结果,

实际制备出功能梯度材料。第六章至第十章为下篇,介绍非均匀材料的断裂力学,其中第六章介绍梯度非均匀材料断裂力学的基本概念,包括裂纹尖端的奇异特征以及梯度非均匀材料断裂力学的求解方法;第七章介绍非均匀材料的混合模式断裂问题,主要研究无限大或有限大非均匀介质中的混合模式裂纹、功能梯度涂层和均匀基底之间的界面裂纹、梯度多层介质的断裂问题等;第八章讨论裂纹平行于梯度方向时的断裂问题,虽然这是一种简化的裂纹模型,但具有重要的实际意义,因为实验已经观察到平行于梯度方向的表面开裂是一种典型的断裂模式,本章研究单个表面裂纹问题、多个表面裂纹问题,最后建立材料特性任意变化时的求解方法;第九章介绍非均匀材料的轴对称裂纹问题;第十章讨论功能梯度材料的热弹性断裂力学,分别介绍了功能梯度材料中热裂纹的应力强度因子以及材料特性任意变化时的多层板分析模型。

著 者  
2003年2月

# 目 录

## 前言

### 上篇 梯度非均匀材料力学基础

第一章 功能梯度材料基础	3
1.1 功能梯度材料的定义	3
1.2 功能梯度材料的历史发展过程	4
1.3 功能梯度材料的应用范围	5
1.4 功能梯度材料的制备技术简介	6
1.5 功能梯度材料的组分材料分布	8
参考文献	10
第二章 非均匀材料的基本方程	11
2.1 能量守恒定律	11
2.2 功能梯度热弹性体的基本控制方程	20
2.3 圆柱坐标系下的控制方程	22
2.4 边界条件和初始条件	24
参考文献	26
第三章 梯度非均匀材料的宏观热弹性性能	27
3.1 传统的细观力学分析模型	27
3.2 细观力学分析模型在梯度材料热物性参数预测中的应用	31
3.3 各种模型预测值的比较	35
3.4 细观力学模型的适用性	37
3.5 高阶理论	38
参考文献	39
第四章 梯度非均匀材料的动态热应力分析及优化设计	42
4.1 一维瞬态温度场	42
4.2 一维稳态温度场	59
4.3 一维热应力	59
4.4 优化设计问题	61
4.5 基底/涂层结构受热冲击	65
4.6 功能梯度圆筒受热冲击	73
参考文献	80
第五章 复杂载荷情况下的热应力分析	82

5.1 有限元法的基本原理 .....	82
5.2 优化设计实例 .....	83
5.3 燃烧合成 TiC-Ni 功能梯度材料的热物理性能 .....	87
5.4 燃烧合成 TiC-Ni FGM 的热应力缓和 .....	95

## 下篇 梯度非均匀材料的断裂力学

<b>第六章 梯度非均匀材料断裂力学的基本概念</b> .....	<b>103</b>
6.1 边缘效应和奇异场 .....	106
6.2 梯度非均匀材料的裂纹尖端场 .....	107
6.3 功能梯度材料的 $J$ 积分 .....	109
6.4 非均匀材料断裂力学问题的求解方法 .....	110
参考文献 .....	115
<b>第七章 梯度非均匀材料的混合模式断裂问题</b> .....	<b>121</b>
7.1 平面弹性问题的基本方程 .....	121
7.2 无限非均匀介质中的混合模式裂纹 .....	122
7.3 梯度涂层和均匀基底之间的界面裂纹 .....	137
7.4 正交各向异性非均匀介质中的混合模式裂纹 .....	145
7.5 梯度多层介质的断裂 .....	156
7.6 非均匀介质断裂问题的级数解法 .....	163
参考文献 .....	177
<b>第八章 裂纹平行于梯度方向时的断裂问题</b> .....	<b>179</b>
8.1 单个表面裂纹问题 .....	179
8.2 梯度涂层中的周期性裂纹 .....	193
8.3 材料特性任意变化时的求解 .....	208
参考文献 .....	216
附录 A .....	217
附录 B .....	217
附录 C .....	218
附录 D .....	218
<b>第九章 梯度非均匀材料中的轴对称裂纹</b> .....	<b>220</b>
9.1 轴对称弹性问题的基本方程 .....	220
9.2 两均匀材料通过梯度层连接 .....	221
9.3 扭转载荷下的轴对称梯度多层介质 .....	251
参考文献 .....	257
<b>第十章 梯度非均匀材料的热弹性断裂力学</b> .....	<b>259</b>
10.1 非均匀材料中的热裂纹 .....	259
10.2 梯度多层介质中贯穿型裂纹的热弹性断裂 .....	275
10.3 梯度多层介质中圆币型裂纹的热弹性断裂 .....	287

参考文献 .....	296
附录 E .....	296
附录 F .....	298
附录 G .....	299
结束语.....	302



## 上篇 梯度非均匀材料力学基础

本篇为梯度非均匀材料的力学基础。这里始终假设材料为理想连续介质,不考虑其中的缺陷或者裂纹。先介绍功能梯度材料的基本概念,然后推导出梯度非均匀材料的控制方程,最后阐述梯度材料的应力分析和优化设计方法。



# 第一章 功能梯度材料基础

## 1.1 功能梯度材料的定义

功能梯度材料(functionally graded material, FGM)一般由两种或两种以上材料复合而成,各组分材料的体积含量在空间位置上是连续变化的,因而功能梯度材料的宏观材料特性表现出梯度(逐渐变化)的性质(见图 1.1)。除了图 1.1 所示的连续变化的梯度材料外,材料的梯度也可以按照分段不连续的方法变化。比如图 1.2 所示的多层梯度材料,它可以看成是许多均匀单层材料堆积而成的。

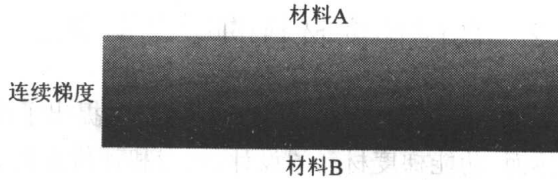


图 1.1 连续梯度材料

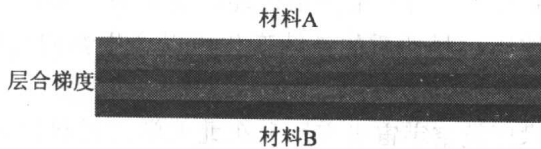


图 1.2 多层梯度材料

图 1.1 和 1.2 为广泛研究的一维梯度材料。当然,实际的功能梯度材料不能仅仅局限于一维,它可以是二维甚至是三维的,见图 1.3。

众所周知,构件中材料成分和性质的突然变化常常会导致明显的局部应力集中。由于功能梯度材料的力学和热学参数没有突变,因而大大地缓解了应力集中。另外,这种材料是可设计的,通过优化各组分材料体积含量的空间分布规律,可以充分发挥各组分材料的优势,满足了现代高技术对材料多功能化的要求。功能梯度材料的最大优点是可根据工件的实际服役条件要求,对其组成、结构等进行设计而达到预期的要求。功能梯度材料在航空、航天、核反应堆、燃气机、生物医学、化学工程、信息工程、光电工程、微机械系统等方面有着广阔的应用前景。

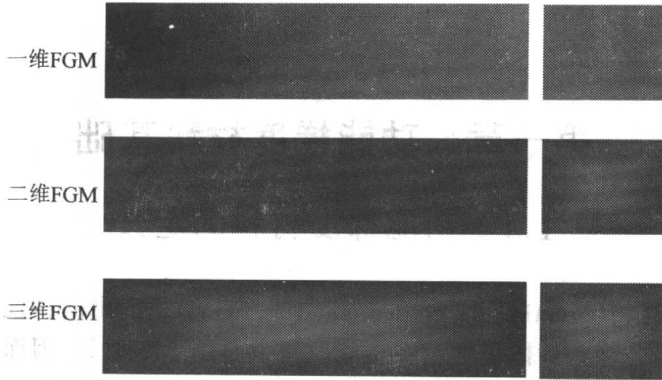


图 1.3 梯度变化的不同模式

## 1.2 功能梯度材料的历史发展过程

材料梯度的基本思想可以追溯到 1972 年<sup>[1,2]</sup>,当时提出了使材料性质呈梯度变化的一些建议。然而,功能梯度材料的设计、制造和评价直到 20 世纪 80 年代中期才真正开始。

在 1984 年,为了提高可重复利用火箭发动机中陶瓷涂层和金属基体的黏结强度,并降低热应力,制造出了材料组织结构连续变化的耐热材料<sup>[3]</sup>。在此之后,研究人员认识到通过控制材料性质的连续变化可以产生新的材料或新的功能。于是,功能梯度材料的概念就产生了<sup>[4]</sup>。

日本的科学技术厅航空宇宙研究所和东北大学材料研究者于 1987 年也提出了功能梯度材料的概念<sup>[5]</sup>。其基本思想是:为了避免陶瓷/金属复合部件在使用过程中,由于陶瓷与金属在热膨胀系数、热传导系数、弹性模量及强度、韧性等物理性能和力学性能上的巨大差异所造成的过高界面应力,而引起陶瓷层开裂和剥落现象,就将陶瓷和金属设计成不直接相连,而是在它们之间形成一个在成分、组织及性能上均呈梯度连续变化的过渡区。典型的用作防热结构的功能梯度材料如图 1.4 所示,通过控制过渡区的成分、微观结构和孔隙率,使外层陶瓷与内层金属的热膨胀系数差得到补偿,使结合部位的宏观界面消失,从而得到具有热应力缓和功能的高性能功能梯度材料。这样,一方面避免了金属和陶瓷之间因物理及力学性能上的巨大差异所造成的界面应力问题,另一方面又能充分缓解材料在使用过程中因高温梯度落差所产生的热应力。

由于功能梯度材料是非均匀材料,为了成功地制造和应用,需要在理论模型、设计手段、成型过程以及评价方法等方面进行广泛的研究。为此,日本的科学技术厅于 1987 年开始实施“关于缓和热应力的功能梯度材料的基础技术研究及开发”

的五年研究计划<sup>[6]</sup>。该计划的目标是开发出可以应用于超高音速航天飞机的耐高温功能梯度材料,这种飞机在返回大气层时,机体表面温度高达 1700℃ 以上,内外表面温度差则达 1000℃ 以上。该计划的第一期任务是制备出厚度为几个毫米、直径大于 3cm 的功能梯度材料。通过这一研究计划,在材料的设计、合成和评价方面进行了许多开创性的工作。该计划于 1991 年完成。

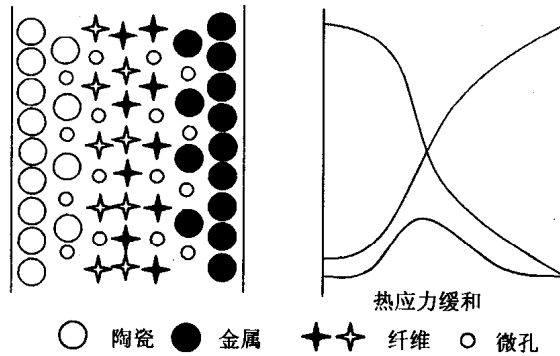


图 1.4 陶瓷/金属功能梯度材料的概念

从 1989 年开始,上述计划的许多研究成果都以论文、国际会议和国际交流程序的形式公开。1990 年在日本仙台召开了第一届国际功能梯度材料学术会议。从此以后,每两年主办一次这样的会议。2002 年 10 月 15 日至 18 日在北京召开了第七届功能梯度材料国际会议。

1994 年的第三届功能梯度材料国际会议决定,为了从字面上和语法上更确切地反映功能梯度材料的概念,决定将功能梯度材料的英文名称由最初的 functionally gradient material 改为 functionally graded material,并在 1996 年的第四届功能梯度材料国际会议上正式开始使用。现在,功能梯度材料已经引起了世界范围内的广泛关注。

### 1.3 功能梯度材料的应用范围

功能梯度概念可以应用于许多领域(见图 1.5)。很多互不相容的功能(比如耐热性、耐腐蚀性、韧性以及可加工性等)都可以结合在一个结构部件中,这些功能的不同组合又可以产生新的功能和新的材料。

自然界中许多天然材料都呈现功能梯度的特性,例如:树和竹子沿其纤维方向呈梯度性质;贝壳沿其厚度方向呈梯度性质;动物的骨头则呈现连续变化的有机-无机性质。在生物医学方面,功能梯度材料也具有广阔的应用前景,主要包括人造牙齿、人造骨头和人造关节等。

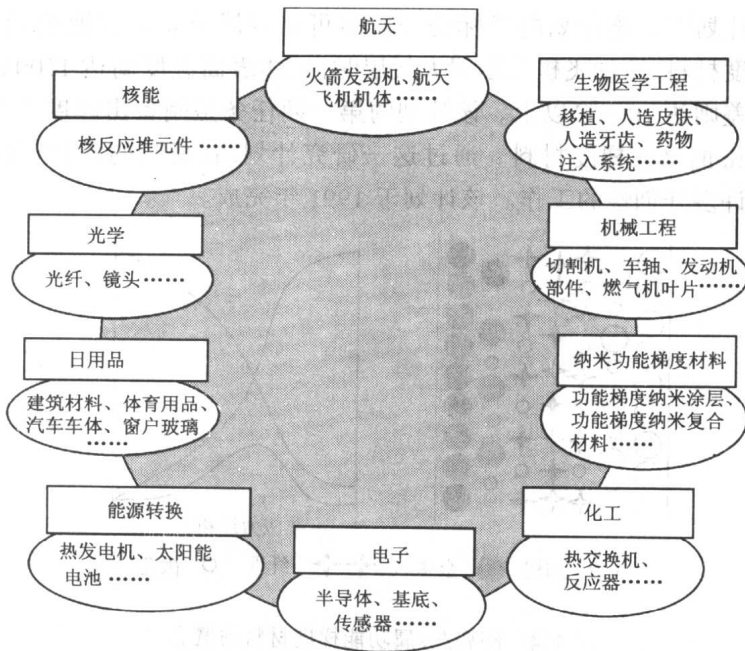


图 1.5 功能梯度材料的应用领域

## 1.4 功能梯度材料的制备技术简介

本节简单介绍功能梯度材料(FGM)的制备技术。目前 FGM 制备方法主要有:粉末冶金法、等离子喷涂法、激光熔敷法、气相沉积法、自蔓延高温燃烧合成法等<sup>[7]</sup>。

### 1. 粉末冶金法

粉末冶金法先将原料粉末按不同混合比均匀混合,然后以梯度分布方式积层排列,再压制烧结而成。按成型工艺可分为直接填充法、喷射积层法、薄膜叠层法、离心积层法、粉浆浇注法和涂挂法等。

### 2. 等离子喷涂法

这种方法可获得高温、超高速的热源,最适合于制备陶瓷/金属系 FGM。其方法是将原料粉末送至等离子射流中,以熔融状态直接喷射到基材上形成涂层。喷涂过程中改变陶瓷与金属的送粉比例、调节等离子射流的温度及流速,即可调整成分与组织,获得 FGM 涂层。这种方法沉积速率高,无需烧结,不受基材截面大小的限制,尤其适合于大面积表面热障 FGM 涂层。

### 3. 激光熔敷法

激光熔敷方法制备 FGM 涂层是 20 世纪 90 年代发展起来的一种新方法。这种工艺的基本原理是：把少量 B 陶瓷粉置于 A 金属基体表面，采用激光照射，使 B 和 A 上表面薄层区同时熔化，通过冶金结合形成 B-A 合金金属。重复以上过程，并合理控制 B 涂层厚度、激光束能量及激光束扫描速度或工件 A 移动速度等参数，可以制得含有多层薄层的梯度涂层。在涂层中，A 成分含量沿厚度方向上逐渐减少。

### 4. 气相沉积法

气相沉积是利用具有活性的气态物质在基体表面成膜的技术，按机理的不同分为物理气相沉积(PVD)和化学气相沉积(CVD)两类。物理气相沉积法(PVD法)是通过各种物理方法(直接通电加热、电子束轰击、离子溅射等)使固相源物质蒸发进而在基体表面成膜，即是固体原料→气相→膜的过程。PVD 法沉积温度低，对基体热影响小，故可作为最后工序处理成品件，通过改变蒸发源可以合成多层不同的膜。但 PVD 法沉积速率低，且不能连续控制成分分布，故一般与 CVD 法联用以制备 FGM。化学气相沉积法(CVD 法)的过程是加热气体原料使之发生化学反应而生成固相的膜沉积在基体上。气相沉积法可制备出大尺寸的试样，其缺点是合成速度低，一般不能制备出大厚度的梯度膜(>1mm)，且设备要求高，如何提高气相沉积速度并得到大厚度的梯度膜是今后要研究的课题。

### 5. 自蔓延高温燃烧合成法(SHS 法)

自蔓延高温燃烧合成法(self-propagating high-temperature synthesis, SHS)是一种合成材料的新工艺。其基本原理如图 1.6 所示，通过加热原料粉局部区域激发引燃反应，反应放出的大量热量依次诱发邻近层的化学反应，从而使反应自动持续地蔓延下去。SHS 法的特点是它反应时的高温(2000~4000K)和反应过程中快速移动的燃烧波(0.1~25cm/s)。SHS 法具有产物纯度高、效率高、耗能少、合成物污染少、工艺相对简单等优点。

该技术最早是由前苏联的化学物理研究所于 1967 年发明的，从那时起前苏联的科学工作者为之进行了长期的研究工作，得到了外界的关注。为了加强 SHS 的研究力量，前苏联于 1987 年建立了 SHS 研究中心。苏联科学院结构宏观动力学研究所，即现在的俄罗斯科学院结构宏观动力学研究所(ISMAN)，专门从事 SHS 研究工作。

除上述粉末冶金法、等离子喷涂法、激光熔敷法、气相沉积法和 SHS 法等基本的 FGM 合成技术外，尚有电铸法、电沉积法、直接通电烧结法、爆炸合成法和溶胶-凝胶法等。

从工艺角度看,粉末冶金法的可靠性高,但成本也较高,主要适合于制造形状比较简单的 FGM 部件;等离子喷涂法适合于几何形状复杂的器件表面梯度涂覆,但梯度涂层与基体间的结合强度不高,并存在涂层组织不均匀及存在空洞疏松、表面粗糙等缺点;PVD 和 CVD 法可制备大尺寸试样,但存在着沉积速度慢,沉积膜较薄(<1mm),涂层与基体结合强度低等缺点;SHS 法的优点在于其高效率、低成本,并且适合于制造大尺寸和形状复杂的 FGM 部件,其目前的局限性在于仅适合于存在高放热反应的材料体系,另外其复杂的反应控制技术(包括 SHS 反应过程与动力学、致密化技术和 SHS 热化学等)也是获得理想 FGM 的一个难题。

总之,不同的制备方法各有优缺点,所获得 FGM 的尺寸、组织和性能也各有特点。

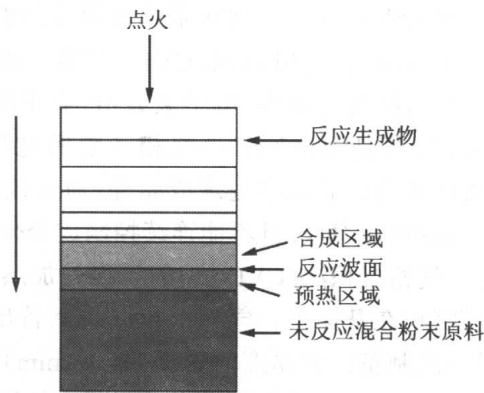


图 1.6 SHS 法原理图

## 1.5 功能梯度材料的组分材料分布

功能梯度材料的设计有别于传统材料的设计方法,它主要按照所要设计的物体的形状和工作环境,选择可能合成的材料组配和恰当的制造方法,进而根据材料的物性参数及控制梯度化的适宜条件,进行温度分布和热应力分析,以探索应力比(应力和强度的比值)达最小值的组成分布形状或材料组配,最后将有关设计结果提交材料合成部门。

假定功能梯度材料构成要素为 A(如陶瓷)、B(如金属)和 P 孔隙率,各组分体积比分别为  $f_A$ 、 $f_B$  和  $f_P$ ,则有下式成立:

$$f_A + f_B + f_P = 1 \quad (1.1)$$

为处理简便,令



$$f'_B = f_B / (f_A + f_B) \quad (1.2)$$

则功能梯度材料组分分布函数可表示为

$$f'_B = f(x) = \begin{cases} f_0, & 0 \leq x < x_0 \\ f_0 + (f_1 - f_0) \left( \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \right)^n, & x_0 \leq x \leq x_1 \\ f_1, & x_1 < x \leq 1 \end{cases} \quad (1.3)$$

式中,  $x$  为组分点距表面的距离与总厚度的比率, 即相对距离或相对厚度;  $x_0, x_1$  分别为内、外表面非梯度层的相对厚度;  $f_0, f_1$  分别为内、外表面上的成分比率;  $n$  为控制梯度成分分布的参数。

图 1.7 为 FGM 和成分分布函数。

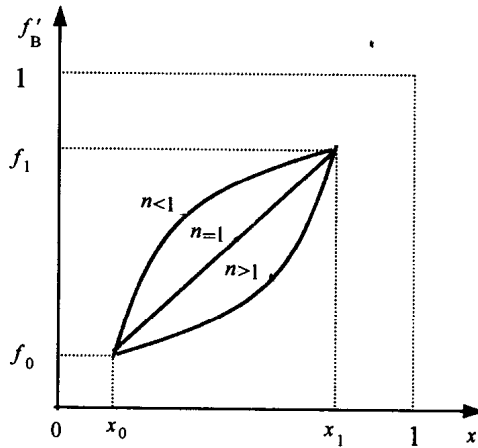


图 1.7 FGM 和成分分布函数

若将孔隙分布单独处理, 则有

$$\begin{aligned} f_A &= (1 - f_P)(1 - f'_B) \\ f_B &= (1 - f_P)f'_B \end{aligned} \quad (1.4)$$

如果  $f_P = 0$ , 则表明材料中不存在气孔。此时, 式(1.3)和(1.4)得到简化, 且  $f_0$  和  $f_1$  分别为 0 和 1。