

趣味的数和图

許 蕓 舫 編

商 務 印 書 館

統一書號 13017·177

定價 ¥0.70

序

数学这一門功課，过去有很多人認為它是枯燥、而又艰深难学的东西。可是，实际上，数学是一切科学的基础，不但學習理工科所絕對不能缺少，就是对于學習文科的人，也会从它得到分析推断等思考上的帮助。数学的理論，虽然比較抽象，但它与实际生活有着密切的关系，而是更富于科学趣味的。学校的教师如果在課外給学生找些趣味性的帶有啓發思考的課外讀物，結合到教学中去，或者指导学生課外閱讀，那么学生自然会感觉到数学决不是枯燥無味的东西；相反地，却是一門很有趣味的学科。

这一类的書現在各書店虽有出版，但并不多。从前商务印書館曾經出版过一种“数学游戏大观”（陈怀書編），內容相当丰富。但现在这書已經停版多年，因为書中的文字，取材和意义等各方面，都有和現時不适合的地方，所以非經徹底改編，不能重版。編者任教中学数学，深知这一种游戏数学問題的功效，平日在講課时随时穿插，同學們都觉得津津有味，热烈欢迎。有些素来討厭数学的同学，从此也漸漸对它發生好感，帮助他打开了数学的大門。为了这个緣故，編者特地把改編这書的任务担負起来。

本書的編写，虽然主要是根据“数学游戏大观”一書，但也补充了不少新的材料，尤其是有关中国数学的史話和題材，尽量予以介紹。讀者可以从这里体会到祖国人民在数学方面所表現出来的智慧，借此激發愛祖国的热情。

本書文字虽力求淺显和通俗，使中学程度的讀者都能徹底了解，但說理不够明晰或錯誤的地方，还恐难免，希望讀者多多指正。

許 蕪 舫

目 录

序

一	趣味的数字	1
	答案	9
二	生产和买卖	19
	答案	21
三	巧算时间	25
	答案	27
四	路程和速度	32
	答案	33
五	多少年纪	36
	答案	39
六	重量和容积	42
	答案	44
七	火柴游戏	49
	答案	50
八	伤脑筋的算题	52
	答案	55
九	趣味的图形	63
	答案	76
十	拼板游戏	96
	答案	103
十一	移来移去	107
	答案	123
十二	适当的路线	133
	答案	141
十三	列阵游戏	149
	答案	159
十四	植树妙法	168
	答案	169
十五	怎样排列	171
	答案	175
十六	小玩意儿	182
	答案	187
十七	猜猜看	192
	答案	195
十八	趣味的杂题	198
	答案	201

一 趣味的数字

問 題

1. 奇妙的数 有一个六位的整数 142857, 如果移首位 1 到末位 7 的后面, 成 428571, 恰为原数的 3 倍, 如果移 14 到 7 的后面, 成 285714, 恰为原数的 2 倍。同样, 再移 142, 1428, 14285 到 7 的后面, 成 857142, 571428, 714285, 就为原数的 6 倍, 4 倍, 5 倍。这一个个性虽然很奇妙, 但另外还有一种更奇妙的性质, 读者不妨研究一下。

2. 奇妙的数 142857 这个数既有像上题所述的奇妙性质, 那末有没有别的数也有类似的性质呢?

3. 数字奇观 试计算下列二题, 可得有趣的答数。

(1) 有数 37037037, 它的 18 倍或 27 倍各是多少?

(2) 有数 98765432, 它的 9 倍或 $1\frac{1}{8}$ 倍各是多少?

4. 数字奇观

(1)

$$\begin{aligned}1 \times 9 + 2 &= 11 \\12 \times 9 + 3 &= 111 \\123 \times 9 + 4 &= 1111 \\1234 \times 9 + 5 &= 11111 \\12345 \times 9 + 6 &= 111111 \\123456 \times 9 + 7 &= 1111111 \\1234567 \times 9 + 8 &= 11111111 \\12345678 \times 9 + 9 &= 111111111 \\123456789 \times 9 + 10 &= 1111111111\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}1 \times 8 + 1 &= 9 \\12 \times 8 + 2 &= 98 \\123 \times 8 + 3 &= 987 \\1234 \times 8 + 4 &= 9876 \\12345 \times 8 + 5 &= 98765 \\123456 \times 8 + 6 &= 987654 \\1234567 \times 8 + 7 &= 9876543 \\12345678 \times 8 + 8 &= 98765432 \\123456789 \times 8 + 9 &= 987654321\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & 9 \times 9 + 7 = 88 \\
 & 98 \times 9 + 6 = 888 \\
 & 987 \times 9 + 5 = 8888 \\
 & 9876 \times 9 + 4 = 88888 \\
 & 98765 \times 9 + 3 = 888888 \\
 & 987654 \times 9 + 2 = 8888888 \\
 & 9876543 \times 9 + 1 = 88888888 \\
 & 98765432 \times 9 + 0 = 888888888
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & 1 \times 1 = 1 \\
 & 11 \times 11 = 121 \\
 & 111 \times 111 = 12321 \\
 & 1111 \times 1111 = 1234321 \\
 & 11111 \times 11111 = 123454321 \\
 & 111111 \times 111111 = 12345654321 \\
 & 1111111 \times 1111111 = 1234567654321 \\
 & 11111111 \times 11111111 = 123456787654321 \\
 & 111111111 \times 111111111 = 12345678987654321
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & 1 \times 8 + 1 = 9 \\
 & 11 \times 8 + 11 = 99 \\
 & 111 \times 8 + 111 = 999 \\
 & 1111 \times 8 + 1111 = 9999 \\
 & 11111 \times 8 + 11111 = 99999 \\
 & 111111 \times 8 + 111111 = 999999 \\
 & 1111111 \times 8 + 1111111 = 9999999 \\
 & 11111111 \times 8 + 11111111 = 99999999 \\
 & 111111111 \times 8 + 111111111 = 999999999
 \end{aligned}$$

5. 数字奇观 下面的六种计算是很有趣的,你能够举出类似的算式吗?

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 142857 \times 7 = 0999999, \quad 0999999 \div 9 = 111111. \\
 (2) \quad & 285714 \times 7 = 1999998, \quad 1999998 \div 9 = 222222. \\
 (3) \quad & 428571 \times 7 = 2999997, \quad 2999997 \div 9 = 333333. \\
 (4) \quad & 571428 \times 7 = 3999996, \quad 3999996 \div 9 = 444444. \\
 (5) \quad & 714285 \times 7 = 4999995, \quad 4999995 \div 9 = 555555. \\
 (6) \quad & 857142 \times 7 = 5999994, \quad 5999994 \div 9 = 666666.
 \end{aligned}$$

6. 数字奇观 甲、乙两数的二乘方和四乘方,它们所含的各数字除位置外完全相同,这样的两数有没有呢?

7. 数字奇观 两个连续整数的平方,它们所含的各数字除位

置外完全相同。下面就是一个例子：

$$13^2=169, \quad 14^2=196。$$

另外还有别的連續整数有这同样的性質嗎？

8. 数字奇观 几个数的立方，它們所含的各数字除位置外完全相同，你能举一二个例子嗎？

9. 数字奇观 16 这个数有一种特殊的性質：它的平方根是 4；在 1 和 6 間插入 15，成 1156，則平方根是 34；又在 11 和 56 間插入 15，成 111556，則平方根是 334；再在中間插入 15，成 11115556，則平方根是 3334。依此类推，在中間插入不論几个 15，都成平方数，它的平方根都成 333...34。

除掉 16 以外，别的数也有这样的性質嗎？

10. 括号奇观 把从 1 到 9 的九个基本数字順次排列，中間用加号、乘号和各种括号連結，成种种不同的算式，使它們的結果或相同，或相似，也是很有趣的游戏。下面先举三个例子，讀者也能自己举些别的例子嗎？

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad & 1 + [2 \times 3 + 4 \times (5 + 6) \times (7 + 8)] \times 9 = 5995 \\ & 1 + [2 \times (3 + 4) \times (5 + 6 \times 7) + 8] \times 9 = 5995 \\ & 1 + \{2 \times [3 + 4 \times (5 + 6)] \times 7 + 8\} \times 9 = 5995 \end{aligned} \right\}。$$

$$\left. \begin{aligned} (2) \quad & (1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 + 6) \times (7 + 8) \times 9 = 4455 \\ & \{[(1 + 2 \times 3 + 4) \times 5 + 6] \times 7 + 8\} \times 9 = 4545 \\ & (1 + 2 \times 3 + 4) \times (5 + 6 \times 7 + 8) \times 9 = 5445 \end{aligned} \right\}。$$

$$\left. \begin{aligned} (3) \quad & [(1 + 2) \times (3 + 4) \times 5 + 6 \times 7 + 8] \times 9 = 1395 \\ & \{1 + 2 \times [(3 + 4) \times 5 + 6 \times 7 + 8]\} \times 9 = 1539 \\ & (1 + 2) \times 3 + (4 \times 5 + 6) \times (7 + 8) \times 9 = 3519 \\ & \{[(1 + 2 \times 3 + 4) \times 5 + 6] \times 7 + 8\} \times 9 = 3915 \\ & (1 + 2) \times \{3 + [(4 \times 5 + 6) \times 7 + 8] \times 9\} = 5139 \\ & \{1 + 2 \times [(3 + 4 \times 5 + 6) \times 7 + 8]\} \times 9 = 5319 \end{aligned} \right\}。$$

11. 巧組数字 用六个 9 字組成一个数，使它的值等于 100，方法怎样？

12. 奇偶数字的和 五个奇数字 1, 3, 5, 7, 9 的和是 25, 四个偶数字 2, 4, 6, 8 的和是 20, 兩者不相等。現在要用这奇、偶兩組数字, 各湊成适当的兩個数(整数和分数), 而得相等的和数, 問用什么方法?

13. 九数成三群 用从 1 到 9 的九个基本数字, 任意組成三个数, 使其中兩数的和等于第三数。又第一数可成兩位数或一位数, 第二数可成三位数或四位数, 但第三数必須是四位数。問除下举的二例外, 还有哪几种方法?

$$(1) 12 \times 483 = 5796. \quad (2) 4 \times 1738 = 6952.$$

14. 九数分兩組 把从 1 到 9 的九个基本数字分成兩組, 又每組分成兩数, 使第一組的兩数相乘的积, 等于第二組的兩数相乘的积。举例如下:

$$(1) 158 \times 23 = 79 \times 46. \quad (2) 158 \times 32 = 79 \times 64.$$

但(1)的兩個积数是 3634, (2)的兩個积数是 5056, 都不是最大的值, 問应怎样分組, 所得的积才是最大的值? 但各数至少須有兩位。

15. 九数分兩組 同上題, 但所求的不是积的值最大, 而是积的各位数字的和最大。又若欲使积的各位数字的和最小, 應該怎样分組? 但各数不限定要滿兩位。

16. 十个数字 和第 14 題类似, 但須另加一个数字 0, 共計十个数字分成兩組, 各組又分兩数, 使它們的乘积相等。本題的解法很多, 現在只須求得一最大的积和一最小的积就成。

17. 奇怪乘法 从算式

$$(1) \quad 51249876 \times 3 = 153749628;$$

$$(2) \quad 16583742 \times 9 = 149253678,$$

知每式兩边各含从 1 到 9 的九个基本数字。若用 6 做乘数, 問用何数做被乘数, 才能含有与上式相同的性質?

18. 数字奇观 用从 1 到 9 的九个数字組成兩個数, 以小数除大数恰尽。例如

$$18458 \div 6729 = 2.$$

現在要得商 3, 4, 5, …… 9, 問兩數各怎樣? 但除數和被除數都宜取最小數。

19. 百數難題 用從 1 到 9 的九個數字組成一個帶分數, 使它的值等於 100, 計有十一種方法。下面舉一個例子, 其餘十種讓讀者自己去研究。

$$91\frac{5742}{638} = 100。$$

20. 複雜分數 已知十二個數如下:

13, 14, 15, 16, 18, 20, 27, 36, 40, 69, 72, 94。

這十二個數各是一個帶分數的值, 而各帶分數又都是從 1 到 9 的九個數字組成。問這十二個帶分數各怎樣? 但須注意, 等於 15 和 18 的兩個帶分數中含有繁分數。

21. 和成百數 $123456789 = 100$, 這一個式子一望而知是不成立的。但若用算術中的各種符號(加、減、乘、除和括弧等符號)適當地插入其間, 是可以成立的。讀者試加以研究, 舉出各種不同的方法, 並求出所插符號的個數最少的。

22. 分數合百 用從 1 到 9 的九個數字和 0, 排成兩個帶分數, 使它們的和等於 100, 也是很有趣的。舉例如下:

$$(1) \quad 50\frac{1}{2} + 49\frac{38}{76} = 100,$$

$$(2) \quad 40\frac{1}{2} + 59\frac{38}{76} = 100。$$

還有別的例子嗎?

23. 數字奇觀 排列從 1 到 9 的九個數字, 使成完全立方, 除下例外還有別的方法嗎?

$$\frac{8}{32461759} = \left(\frac{2}{319}\right)^3。$$

24. 數字奇觀 若一數是某數的倍數, 把這數中各數字的次序輪換(即依次循環調換)後, 仍是某數的倍數, 除下例外有沒有別的例子?

$$259 = 7 \times 37, \quad 592 = 16 \times 37, \quad 925 = 25 \times 37。$$

25. 指数变形 某人把 $5^4 2^3$ 誤写作 5423, 結果造成了錯誤。

因为根据指数的意义, 知道

$$5^4 2^3 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 5000,$$

所以和 5423 是不相等的。但是我們如果另換四个适当的数字, 依上法排列, 写法虽錯, 結果却仍相等。問这是什么数?

26. 数字奇观 有数兩組, 它們各自的和相等, 而各自的平方和也相等, 举例如下:

$$1+6+8=2+4+9, \quad 1^2+6^2+8^2=2^2+4^2+9^2。$$

还有兩組数, 非但它們的和相等, 平方和相等, 而且立方和也相等, 举例如下:

$$\begin{aligned} 2+8+12+16+21+25+29+35 \\ &= 3+7+11+17+20+26+30+34, \\ 2^2+8^2+12^2+16^2+21^2+25^2+29^2+35^2 \\ &= 3^2+7^2+11^2+17^2+20^2+26^2+30^2+34^2, \\ 2^3+8^3+12^3+16^3+21^3+25^3+29^3+35^3 \\ &= 3^3+7^3+11^3+17^3+20^3+26^3+30^3+34^3。 \end{aligned}$$

讀者能另外各举一个例子嗎?

27. 数字奇观 三个連續整数可以分別各被一个数的立方除尽, 也是很有趣的。下面举一个例子:

1375 能被 5^3 除尽,

1376 能被 2^3 除尽,

1377 能被 3^3 除尽。

28. 四四呈奇 取四个 4 字, 用算术和代数的符号連接起来, 可成种种的数。例如

$$\frac{4+4}{4+4}=1, \quad \frac{4}{4}+\frac{4}{4}=2, \quad \frac{4+4+4}{4}=3, \quad \frac{4-4}{4}+4=4。$$

依此規則, 要取四个 4, 組成从 1 到 100 的一百个数, 你能够办得到嗎?

29. 乘算奇观 取一个一位数和一个三位数相乘, 或两个二位数相乘, 使所得的积的各数字恰和乘数、被乘数的各数字相同,

問有几种解答?下面是一个例子:

$$15 \times 93 = 1395。$$

30. 乘算奇觀 某人在他的手提箱上揭下一張号單, 号数是 3025, 無意間截成了 30 和 25 兩段, 發見这两数的和是

$$30 + 25 = 55,$$

而

$$55^2 = 3025,$$

所得的仍是原数。他覺得很有趣, 于是拿別的四位数来試驗, 結果又求到两个四位数, 也有这样的性質, 你知道这两个数嗎?

31. 奇异的数 48 是一个奇异的数, 因为 $48 + 1 = 49$ 是 7 的平方, $48 \times \frac{1}{2} + 1 = 25$ 是 5 的平方。有这种性質的数是很多的, 你能求出最小的三个数嗎?

32. 数字成方 分一正方形为九格, 如图 1, 用从 1 到 9 的九个数字分别填入格内, 使每列三个数字各成一个三位数, 其中第二列的数 2 倍于第一列的数, 第三列的数 3 倍于第一列的数。除圖示一法外, 另有三法, 你知道吗?

1	9	2	第一列
3	8	4	第二列
5	7	6	第三列

圖 1.

33. 一数分兩数 分一数为兩数, 使它們的差等于它們平方的差, 問某数是几?



圖 2.

34. 六桶酒 某酒店有酒六桶, 各桶中酒的斤数都不相同, 如图 2 所示。后来把其中的三桶卖給某甲, 兩桶卖給某乙, 还留下一桶。已知某甲买得的总斤数是某乙的 2 倍, 問哪几桶卖給某甲, 哪几桶卖給某乙?

35. 抽屜难题 有 A、B、C 三櫃, 每櫃有抽屜九只, 如图 3。假定在各抽屜上刻一个数字, 每櫃所刻的九个数字須各不相同, 且限于在 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 的十个数字之內。又規定在各櫃的左行三抽屜上(即在 a、b、c 位置的三抽屜)不能刻 0 字; 每

櫃各列的三數字組成一個三位數，第三列的數恰為第一、二兩列的兩數的和；各櫃第三列的數以 A 為最小， C 為最大， B 則在 A 、 C 之間。問各櫃上數字的位置怎樣？

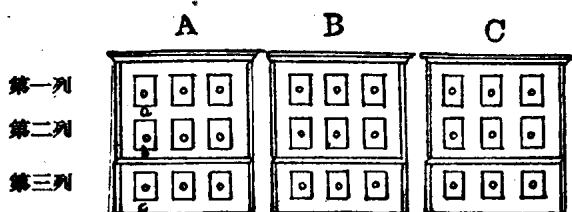


圖 3.

36. 十數連環 十個數字依圖 4 所示的次序連環排在一个環上。現在要把這十個數字分成三組，使第一組和第二組相乘的積等於第三組。例如第一組是 2，第二組是 8907，第三組是 15463，但 $2 \times 8907 \neq 15463$ 。那末要怎樣分組才對呢？

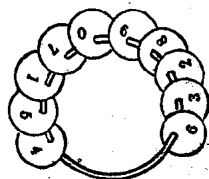


圖 4.

37. 九桶油 有油九桶，桶上分別刻從 1 到 9 的九個號碼，運輸時工人把它們排列成如圖 5 所示的順序。某甲走過，看見最左一桶上的 7，和右面相連二桶上的 28 相乘，恰巧等於中間三桶上的 196。于是對他的同伴某乙說：“如果把這九桶油重新排列，使不但仍有上述的性質，而且最右一桶上的數，和它的左面相連二桶上的數相乘，也等於中間三桶上的數，你能辦得到嗎？但乘得的積不必仍是 196，而搬移的手續愈少愈好。”某乙沒有辦法，要請讀者替他解決。



圖 5.

38. 排數成環 一個圓環上排列着十個正方形，每正方形中各置一個相異的數，其中 A 、 B 、 F 、 G 四個正方形中的數順次已知

是 16, 2, 8, 14, 如圖 6 所示。在这四个数中, $A^2 + B^2 = 16^2 + 2^2 = 260$, $F^2 + G^2 = 8^2 + 14^2 = 260$, 两个平方和恰相等。要使 $B^2 + C^2 = G^2 + H^2$, $C^2 + D^2 = H^2 + I^2$, $D^2 + E^2 = I^2 + K^2$, $E^2 + F^2 = K^2 + A^2$, 但各平方和不限于 260, 其余六个正方形中应该填入什么数呢?

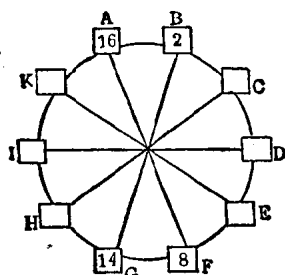


圖 6.

39. 漁翁趣話 有人問某漁翁:“你捕到了多少魚了?”漁翁回答說:“我捕得無頭的六,無尾的九,又八的一半。”這漁翁究竟捕到了多少魚呢?

答 案

1. 奇妙的數 凡是一個六位數,它的六個數字是依 1, 4, 2, 8, 5, 7 的順序循環排列而成的,那末用任何數(非 7 的倍數)乘它,再把所得的積每六位分作一段(從個位向左分),各段相加所得的和,一定仍是這六個數字依前述的順序循環排列而成。下面舉三個例子:

$$(1) 142857 \times 23 = 3,285711, \quad 3 + 285711 = 285714.$$

$$(2) 142857 \times 345 = 49,285665, \quad 49 + 285665 = 285714.$$

$$(3) 142857 \times 514876302 = 73,553683,874814,$$

$$73 + 553683 + 874814 = 1,428570,$$

$$1 + 428570 = 428571.$$

如果所用的乘數是 7 的倍數,那末把所得的積分段相加後的

結果是 999999。举例如下：

$$142857 \times 3514876302 = 502, 124683, 874814,$$

$$502 + 124683 + 874814 = 999999.$$

这样的性質，不是奇妙不可思議嗎？

2. 奇妙的数

$$1 \times 76923 = 076923, \quad 2 \times 76923 = 153846,$$

$$3 \times 76923 = 230769, \quad 5 \times 76923 = 384615,$$

$$4 \times 76923 = 307692, \quad 6 \times 76923 = 461538,$$

$$9 \times 76923 = 692307, \quad 7 \times 76923 = 538461,$$

$$10 \times 76923 = 769230, \quad 8 \times 76923 = 615384,$$

$$12 \times 76923 = 923076, \quad 11 \times 76923 = 846153.$$

3. 数字奇观

$$(1) 37037037 \times 18 = 666666666, \quad 37037037 \times 27 = 999999999.$$

$$(2) 98765432 \times 9 = 88888888, \quad 98765432 \times 1\frac{1}{8} = 11111111.$$

4. 数字奇观 答案見原題。

5. 数字奇观

$$(1) 153846 \times 13 = 1999998, \quad 1999998 \div 9 = 222222.$$

$$(2) 230769 \times 13 = 2999997, \quad 2999997 \div 9 = 333333.$$

$$(3) 307692 \times 13 = 3999996, \quad 3999996 \div 9 = 444444.$$

$$(4) 384615 \times 13 = 4999995, \quad 4999995 \div 9 = 555555.$$

$$(5) 461538 \times 13 = 5999994, \quad 5999994 \div 9 = 666666.$$

$$(6) 538461 \times 13 = 6999993, \quad 6999993 \div 9 = 777777.$$

$$(7) 615384 \times 13 = 7999992, \quad 7999992 \div 9 = 888888.$$

$$(8) 692307 \times 13 = 8999991, \quad 8999991 \div 9 = 999999.$$

6. 数字奇观

$$32^2 = 1024, \quad 32^4 = 1048576,$$

$$49^2 = 2401, \quad 49^4 = 5764801.$$

7. 数字奇观

$$(1) \quad 157^2 = 24649, \quad 158^2 = 24964.$$

$$(2) \quad 913^2 = 833569, \quad 914^2 = 835396.$$

8. 数字奇观

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 345^3 &= 41063625, & (2) \quad 331^3 &= 36264691, \\
 384^3 &= 56623104, & 406^3 &= 66923416, \\
 405^3 &= 66430125.
 \end{aligned}$$

9. 数字奇观 除 16 外只有 49 也有同样的性质:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{49} &= 7, \\
 \sqrt{4489} &= 67, \\
 \sqrt{444889} &= 667, \\
 \sqrt{44448889} &= 6667, \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

10. 括号奇观 下面是另外的三种例子:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \left. \begin{aligned} [1+2 \times 3+4 \times (5+6) \times (7+8)] \times 9 &= 6003 \\ [1+2 \times (3+4) \times (5+6 \times 7)+8] \times 9 &= 6003 \\ \{1+2 \times [3+4 \times (5+6)] \times 7+8\} \times 9 &= 6003 \end{aligned} \right\}. \\
 (2) \quad & \left. \begin{aligned} (1+2 \times 3+4 \times 5+6) \times 7+8 \times 9 &= 303 \\ (1+2 \times 3+4) \times 5+(6 \times 7+8) \times 9 &= 505 \\ [1+(2 \times 3+4) \times 5+6 \times 7+8] \times 9 &= 909 \end{aligned} \right\}. \\
 (3) \quad & \left. \begin{aligned} (1+2) \times (3+4) \times 5+(6 \times 7+8) \times 9 &= 555 \\ [1+2 \times (3+4)] \times (5+6 \times 7)+8 \times 9 &= 777 \\ (1+2) \times 3+[4 \times 5+6 \times (7+8)] \times 9 &= 999 \end{aligned} \right\}.
 \end{aligned}$$

11. 巧組数字 $99\frac{99}{99}=100$ 。

12. 奇偶数字的和 最簡單的答案如下:

$$79+5\frac{1}{3}=84\frac{1}{3}, \quad 84+\frac{2}{6}=84\frac{1}{3}.$$

13. 九数成三群 除題中的二例外, 还有七种解答:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 28 \times 157 &= 4396. & (2) \quad 42 \times 138 &= 5796. \\
 (3) \quad 18 \times 297 &= 5346. & (4) \quad 27 \times 198 &= 5346. \\
 (5) \quad 39 \times 186 &= 7254. & (6) \quad 48 \times 159 &= 7632. \\
 (7) \quad 4 \times 1963 &= 7852.
 \end{aligned}$$

14. 九数分兩組 $174 \times 32 = 96 \times 58$ 。

兩边的积都是 5568, 是最大的值。

15. 九数分兩組 数字的和最大的:

$9 \times 654 = 18 \times 327$, 兩边的积 5886 各数字的和是 27。

数字的和最小的:

$23 \times 174 = 58 \times 69$, 兩边的积 4002 各数字的和是 6。

16. 十个数字 最大的积是 58560, 分組如下:

$$732 \times 80 = 915 \times 64。$$

最小的积是 6970, 分組如下:

$$3485 \times 2 = 6970 \times 1。$$

17. 奇怪乘法 $32548791 \times 6 = 195287346$ 。

18. 数字奇观

$$17469 \div 5823 = 3, \quad 16758 \div 2394 = 7,$$

$$15768 \div 3942 = 4, \quad 25496 \div 3187 = 8,$$

$$13485 \div 2697 = 5, \quad 57429 \div 6381 = 9。$$

$$17658 \div 2943 = 6,$$

19. 百数难题 其余十答如下:

$$(1) \quad 96 \frac{2148}{537} = 100, \quad (2) \quad 96 \frac{1752}{438} = 100,$$

$$(3) \quad 96 \frac{1428}{357} = 100, \quad (4) \quad 94 \frac{1578}{263} = 100,$$

$$(5) \quad 91 \frac{7524}{836} = 100, \quad (6) \quad 91 \frac{5823}{647} = 100,$$

$$(7) \quad 82 \frac{3546}{197} = 100, \quad (8) \quad 81 \frac{7524}{396} = 100,$$

$$(9) \quad 81 \frac{5623}{297} = 100, \quad (10) \quad 3 \frac{69258}{714} = 100。$$

20. 复杂分数

$$(1) \quad 9 \frac{5472}{1368} = 13, \quad (2) \quad 9 \frac{6435}{1287} = 14,$$

$$(3) \quad 12 \frac{3576}{894} = 16, \quad (4) \quad 6 \frac{13258}{947} = 20,$$

$$(5) \quad 15 \frac{9432}{786} = 27, \quad (6) \quad 24 \frac{9756}{813} = 36,$$

$$(7) \quad 27 \frac{5148}{396} = 40, \quad (8) \quad 65 \frac{1892}{473} = 69,$$

$$(9) \quad 59 \frac{3614}{278} = 72, \quad (10) \quad 75 \frac{3648}{192} = 94,$$

$$(11) \quad 3 \frac{8952}{746} = 15, \quad (12) \quad 9 \frac{5742}{638} = 18.$$

21. 和成百数 下面举出十一种不同的方法, 其中的最后一种仅有三个符号, 要算最简单的了。

$$(1) \quad 1+2+3+4+5+6+7+(8 \times 9) = 100.$$

$$(2) \quad -(1 \times 2) - 3 - 4 - 5 + (6 \times 7) + (8 \times 9) = 100.$$

$$(3) \quad 1 + (2 \times 3) + (4 \times 5) - 6 + 7 + (8 \times 9) = 100.$$

$$(4) \quad (1+2-3-4) \times (5-6-7-8-9) = 100.$$

$$(5) \quad 1 + (2 \times 3) + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 100.$$

$$(6) \quad (1 \times 2) + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 - 8 + 9 = 100.$$

$$(7) \quad 12 + 3 - 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 100.$$

$$(8) \quad 123 + 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 100.$$

$$(9) \quad 123 + 4 - 5 + 6 + 7 - 8 - 9 = 100.$$

$$(10) \quad 123 + 45 - 6 + 7 + 8 - 9 = 100.$$

$$(11) \quad 123 - 45 - 6 + 7 + 8 - 9 = 100.$$

$$\mathbf{22. 分数合百} \quad 80 \frac{27}{54} + 19 \frac{3}{6} = 100, \quad 89 \frac{27}{54} + 10 \frac{3}{6} = 100.$$

23. 数字奇观

$$\frac{8}{24137569} = \left(\frac{2}{289}\right)^3, \quad \frac{125}{438976} = \left(\frac{5}{76}\right)^3,$$

$$\frac{512}{438976} = \left(\frac{8}{76}\right)^3, \quad \frac{9261}{804357} = \left(\frac{21}{93}\right)^3.$$

24. 数字奇观 除 37 外, 41 的倍数也有这样的性质。

$$17589 = 429 \times 41, \quad 75891 = 1851 \times 41,$$

$$58917 = 1437 \times 41, \quad 89175 = 2175 \times 41,$$

$$91758 = 2238 \times 41.$$