

· 中華文化叢書 ·

中國數學發展史

傅 溥 著



中華文化復興運動推行委員會主編
中央文物供應社發行

• 中華文化叢書 •

中國數學發展史

傅 溥 著

中華文化復興運動推行委員會主編
中央文物供應社發行

中國數學發展史

中華民國七十一年二月出版

基本定價 精裝 四元
平裝 三元二角

著作者：傅 溥

審查者：劉 拓

主編者：中華文化復興運動推行委員會

發行者：中央文物供應社

經銷者：中央文物供應社

地址：臺北市仁愛路一段二號

電話：3212936

郵政劃撥2181號

印刷者：裕台公司中華印刷廠

地址：臺北縣新店市文化路二號

電話：9110111-6

• 版權所有 • 翻印必究 •

中國數學發展史

目 錄

概說	1
第一章 不明時期	
第一節 河圖與洛書	5
第二節 八卦	8
第三節 干支的配合	10
第四節 矩矩的使用	10
第五節 自然數竟有雌雄之分東西古人同其異想	12
第六節 墨子的幾何定義與數理哲學	13
第七節 公孫龍的妙說白馬非馬	16
第八節 惠施的妙說	18
第二章 茁壯時期	
第一節 周髀算經	27
第二節 九章算術	39
第三節 孫子算經	57
第四節 徐岳的數術記遺	65
第五節 劉徽的業績	67
第六節 海島算經	74
第七節 五曹算經	78
第八節 夏侯陽算經	79
第九節 張丘建算經	80
第十節 五經算術	85
第十一節 甄鸞的著述	88

第十二節	圓周率的改進	88
第十三節	祖暅之的開立圓術	94
第十四節	失傳了的文獻	97
第十五節	籌算	98

第三章 鼎盛時期

第一節	隋唐兩朝的算學制度	113
第二節	王孝通撰緝古算經	115
第三節	李淳風受詔註釋算經十書	123
第四節	劉孝孫與百雞問題	123
第五節	中國數學輸入日本	127
第六節	中印的數學知識交流	128
第七節	唐朝的邊境算法	131
第八節	唐朝的數學名家與失傳了的算書	132

第四章 代數學突飛猛晉時期

第一節	宋朝的算學制度	137
第二節	宋刊算經十書	139
第三節	宋元兩朝的算書	140
第四節	天元術	143
第五節	四元術	147
第六節	沈括及其著作夢溪筆談	152
第七節	秦九韶及其傑作數書九章	155
第八節	秦九韶的大衍求一術	167
第九節	秦九韶的開多乘方法	176
第十節	李冶及其著作	192
第十一節	楊輝及其著作	215
第十二節	縱橫圖的發展	220
第十三節	百雞問題的正解	230
第十四節	郭守敬與球面三角法	233

第十五節	朱世傑及其著作	233
第十六節	宋元兩朝的算書	242
第十七節	數碼的出現	245
第十八節	宋儒的易經象數研究	247
第十九節	中波的數學交流	248
第五章 衰退時期		
第一節	永樂大典中收錄的算書	251
第二節	算法統宗中著錄的算書	252
第三節	散見於其他著作中或現存的算書	252
第四節	算經十書的流傳	254
第五節	明朝的算學名家	255
第六節	算法統宗	257
第七節	珠算	262
第八節	中國數學繼續輸入日本	275
第九節	西算的輸入	277
第十節	清康熙帝親研西算	281
第十一節	輸入西算舉要	284
第十二節	清初算學制度	307
第十三節	清初研究西算有成就的學者	308
第十四節	陳世仁尖錐法	314
第十五節	張潮的縱橫圖	318
第六章 復興時期		
第一節	算經十書的傳刻	321
第二節	宋元算學的研討	323
第三節	中算復興功臣點將錄	324
第四節	復興時期中算家新術舉要	337
第五節	瞿人傳的編著	350
第六節	李善蘭與華蘅芳的偉績	351

第七節	教會的數學教育	356
第八節	清末數學制度	358
第九節	數學教科用書	360
主要參考書籍		362

中國數學發展史

概 說

我國爲文明古國，開化之早，甲於全球。精神物質，莫不齊頭並進，領先世界。科技方面，尤以數學一枝獨秀，成績輝煌燦爛。除秦朝以前，因文獻盡被焚燬，無法稽考外，漢、唐以來，大家迭作，著述風起雲湧，新法層出不窮。有組織，有系統，斐聲海內外，識者讚嘆。綜其發展過程，約可分爲六個時期，茲分述如下：

(一) 不明時期 這個時期，遠自太古，下迄暴秦，爲時約計二千五百餘年，卽史家所謂的先秦時代。因爲在秦火的浩劫中，先秦時代的數學典籍，皆被焚燬無遺，它究竟發展到了什麼程度？沒法考證；卽其一鱗半爪，亦僅能於其他文獻中，偶爾尋獲，故曰不明。或曰：凡百科技，必有啓蒙時期，這個秦朝以前的情況不明時期，稱之爲啓蒙時期，當無問題。此說似是而非。要知我中華民族爲世界上最優秀民族，它對於任何科技，啓蒙期間，決不至需要二千數百餘年之久。況且「周禮」「保氏」有云：「養國子以道，乃教之六藝：一曰五禮，二曰六樂，三曰五射，四曰五馭，五曰六書，六曰九數。」「周禮」爲陳述周室官制的專書，「保氏」爲當時掌管教育的官名，國子則爲公卿大夫之子弟。數學既屬周室國子所習六藝之一，則其進展程度，當已可觀；啓蒙時期，決遠在周朝以前，可以斷言。總之，不明就是不明，不必強不明以爲明也。

(二) 茁壯時期 這個時期，上自兩漢，下迄南北朝，爲時約計七百餘年。因爲在這期間，數學於秦火後荒漠的廢墟上，不僅蘇甦，而且茁壯的崛起了。擅長數學的學者輩出；內容充實，組織完備的劃時代傑作，亦迭興。我國數學重心，後世嚮人奉爲圭臬的「算經十書」，除了「緝古算經」係唐朝的著作外，其餘「周髀算經」、「九章算

術」、「孫子算經」、「海島算經」、「五曹算經」、「夏侯陽算經」、「張丘建算經」、「五經算術」與後來遞補「綴術」的「數術記遺」等九書，莫不都是這個期間的產物。

(三) 鼎盛時期 這個時期，爲隋、唐兩朝。因爲數學在這兩朝，皆居國子監中六學之一，稱爲算學。不但釐訂了編制，確定了教科用書，勵行考試制度；而且崇其待遇，厚其薪給，開前代未有之盛典。短命的隋朝雖僅二十餘載，但唐祚綿延幾達四百年，故其間學者專家輩出，研究風氣，盛極一時。

(四) 代數學突飛猛晉時期 這個時期，爲宋、元兩朝。在這期間，大家諸如秦九韶、楊輝、李冶、朱世傑、郭守敬等輩出，著作風起雲湧；新法迭創，尤以「天元術」、「四元術」馳譽世界，真可說是我國數學史上的黃金時代。歐文代數學「algebra」這個字，就是由一個亞刺伯（亞刺伯現被改作阿拉伯）數學家叫做亞魯·科瓦利米(al-Khowarizmi)的，著了一部題名爲

「Hisāb al-Jabr W' al-Muqābalah」

的書，將「天元術」介紹到歐洲去，歐洲人根據書名中的「al-Jabr」這個字，纔創造出來的。

(五) 衰退時期 這個時期，爲有明一代以迄清初。因爲明朝有個毫無數學頭腦，盜名欺世，妄居領導地位的假數學家顧應祥，他對於「天元術」竟莫明其妙，自認漫無下手之處，擅將前人著作中演算天元的細草，一筆勾消，全部刪去。害得當時百數十年間的數學家，對於「天元術」竟懵然無知，前朝先哲的輝煌燦爛成績，亦於以煙消雲散。堪笑的是：其後西方傳教士東來，將 algebra 帶回本土，當時我國數學家竟不知其卽爲自家的祖傳瓊寶，不得已來從事音譯。有的譯作「阿爾熱巴拉」，有的譯作「阿爾熱八達」，有的譯作「阿爾朱巴拉」，形形色色。清初意譯作「借根方」，「借」係假定的意思，「根」指未知數本身，「方」則爲未知數的指數。直至乾隆年間，由我國大數學家梅穀成參證結果，方知所謂「阿爾熱八達」、……「借

根方」也者，就是本國古代的「天元術」。梅氏曾在其所著「赤水遺珍」中，痛加指摘，使這顆「赤水遺珠」，方得重歸故壠。

在這期間，「算經十書」以及宋、元時代各數學名著，不但問津者少，而且漸趨湮沒。所出算書，大都以實用為主，非官曹民事所必需者，雖「九章」古法，亦所摒棄。撰述者競以編製歌括為學算捷徑，其算術合理與否，概不討論。當時所謂儒士，清高者則談性天，撰語錄；卑劣者則疲精弊神於舉業間。一切實學，均鮮研究；治曆、算者，尤所罕聞，誠屬我國數學史上一個黑暗的低潮時期。

話又說回來，這個時期，一般人雖為時尚所趨，競向適應現實的方向努力，置長遠發展計畫於不顧，坐令數學研究狀況，陷入了低潮，仍有一事值得大書特書的，就是發明了「珠算」。使計算的技術，起了一個大革命。明朝所出算書，大都採用珠算，顯見籌算已被打倒。同時作成歌訣，便於記誦，俾能迅速普及到一般民衆，也值得稱道。

在此時期，西洋曆、算亦漸次輸入，和古代算法並行不悖，以致引發了許多創意的研究，亦值得一述。

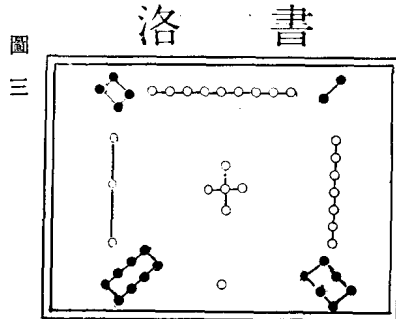
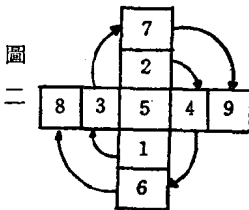
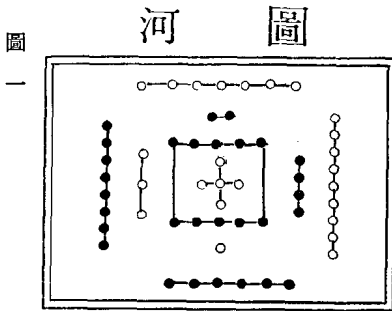
(六) 復興時期 這個時期，起自清朝乾隆初年，下迄同治十三年「白芙堂算學叢書」二十三種刻成止，為期約計百餘年。在此期間，朝野上下，一致銳意復古，重刻重要數學典籍多種，行銷海內外，洛陽紙貴。宋、元算經經如此提倡鼓勵後，研習者日衆，著作亦風起雲湧，對於先哲遺業，盡力發揚光大，使中算在各種科學中，復呈一枝獨秀之勢。同時亦因明末清初所輸入的西算，往往不說明理由，至此對之抱不滿態度，蓄意加以補充的，更有人在。論幾何，則李潢、安清翹、項名達輩的證明勾股弦定理〔即西洋的畢打哥拉士 (Pythagoras) 定理〕；其他如項名達的「平三角和較術」，孔廣森、董祐誠、戴煦、丁取忠、李善蘭、徐有壬、夏鸞翔等的圓率解析法證明，以及安清翹、左潛輩三角法公式的證明，亦莫不需要幾何學的幫助。此外，論曲線的有朱鴻、董祐誠、項名達、戴煦、徐有壬、夏鸞翔等；論

方程的有汪萊、鄒伯奇、夏鸞翔等；論級數的有汪萊、董祐誠、項名達、戴煦、羅士琳等；論對數的有李善蘭、鄒伯奇、顧觀光、戴煦、徐有壬等；論縱橫圖的有保其壽；論益智圖的有秋芬室、巢睫（亦作睫巢）等；論弧三角法的有汪萊、安清翹、董祐誠、項名達等，皆為其中犖犖大者。又李善蘭、華衡芳的譯述西算，亦為清季中算中的一件大事。譯述各書，並曾遠道流傳至日本。是時清室國祚時感動搖，說者雖羣言興學，而士大夫祇視為入官捷徑，成效甚微。不久清室屋後，民國肇興，以世界潮流所趨，我中華固有算學，遂即步入一個新的時代，和各國數學合流，完全世界化，達到了學術上的大同境域。

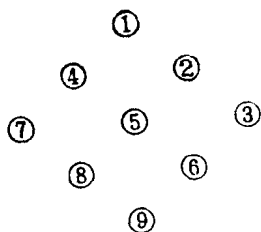
第一章 不明時期

第一節 河圖與洛書

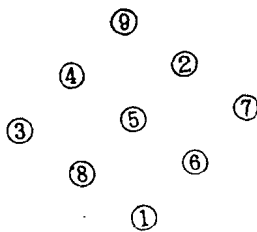
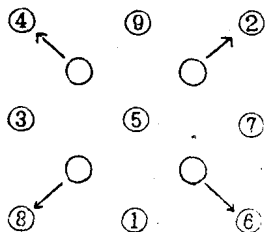
我國古代傳說：「伏羲氏王天下，龍馬負圖出於河，遂則其文以畫八卦。」「大禹治水，理龜負文列於背，有數至九。」這個龍馬所負的「圖」，與理龜所負的「文」，就是我們所謂的「河圖」與「洛書」。河圖與洛書，當然係古人智慧的產物，傳說不過故示神秘，托詞出之於龍馬與靈龜而已。這兩種數學產物，究竟在什麼時候始有？雖不可考，但鑑於「易經」第十一章中有：「河出圖，洛出書，聖人則之。」「書經」顧命篇中有：「弘璧琬琰在西序，大玉夷玉天球河圖在東序。」「論語」子罕第九章有：「子曰：鳳鳥不至，河不出圖，吾已矣夫。」「墨子」卷五非攻下第十九中有：「河出綠圖」，「莊子」天運第十四中有：「九洛之事」等句其為時之早，當在三、四千年以前，殆無疑問。河圖與洛書，根據「易經」的記載，如下：



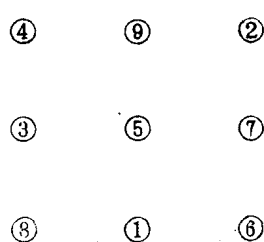
前面四圖，第一圖爲河圖，第三圖爲洛書。圖中白圈表示奇數即陽數，黑點表示偶數即陰數。第二、第四兩圖，爲用亞刺伯數字，各表出其上圖的結構。即河圖爲由一至十這十個自然數組成的十字架，如果把它中央部分的五與十除掉不算，它內中所有偶數或奇數，加起來的和都是二十。洛書則不論直行也好，橫列也好，或沿對角線也好，它內中三個數加起來的和，都是十五。洛書因爲它上面所載的九個連續自然數的位置將正方形分成了九格，所以後漢徐岳所著的「數術記遺」中，把它改稱爲「九宮」。甄鸞註云：「九宮者，卽二、四爲肩，六、八爲足，左三右七，戴九履一，五居中央。」把它的構造，說得詳盡無遺。迨至宋朝，楊輝擴充起來，將各行各列及兩對角線上三、或四、或五、或六、或七、……等數字加起來的和皆相等的圖形，



九子斜排

上下對易
左右相更

四維挺出

戴九履一
左三右七
二四爲肩
六八爲足

概稱為縱橫圖，並將洛書的作成方法，創造出來了。即「九子斜排，上下對易。左右相更，四維挺出。戴九履一，左三右七。二四爲肩，六八爲足。」其圖示如前。換言之，即洛書爲世界上出現最早的，第一個縱橫圖。

洛書在我國出現得如斯之早，在西方如何呢？這事說起來，真不成比例。英國在十八世紀，美國在十九世紀，方纔有它的文獻。十八世紀英、美發行的帝爾窩司 (Dilworth T.) 所著的算術，與十九世紀美國發行的亞丹姆司 (Adams D.) 所著的算術上面，皆載得有下列這樣的一個問題：

「將由一至九這九個連續自然數，排列於一個正方形上，使其位於任何一直線上的三數，加起來的和都等於十五。問要如何處置？方能達到目的。」

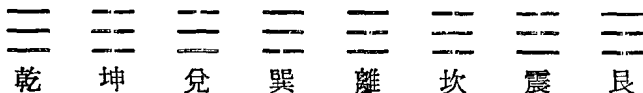
這個問題的答案，當然就是「洛書」。帝爾窩司和亞丹姆司的著作，當然都係印刷品。至於抄本，則時間更可提前。十三世紀時，德國就出現過一種抄本，它載得有下列這樣一個問題：

「兄弟三人共有九個瓶子，第一瓶裝酒一杯，第二瓶裝酒二杯，第三瓶裝酒三杯，第四瓶裝酒四杯，第五瓶裝酒五杯，第六瓶裝酒六杯，第七瓶裝酒七杯，第八瓶裝酒八杯，第九瓶裝酒九杯。問原裝不動，要如何分法？方能使兄弟三人平分這九瓶酒。」

縱橫圖英文叫做 magic square。爲什麼他們要將縱橫圖稱為 magic square 呢？這是因爲中世紀歐洲人認爲它具有符籙的法力，能够鎮壓妖魔，那時歐洲各寺院的神殿中都用它。magic square 日本人譯作「魔方陣」，「魔方陣」是「鎮魔方陣」的簡稱，用在中國，雖不免有數典忘祖之譏，但也不失歐文原意。乃我國竟有人另起爐竈，改譯作「幻方」的，真是既不知彼，復不知己了。

第二節 八 卦

上面介紹河圖時，我們報告過古代傳說：「伏羲氏王天下，龍馬負圖出於河，遂則其文以畫八卦。」這「八卦」的圖形和名稱，又如何呢？根據「易經」的記載，它們是這樣的，茲抄錄於下：



即「乾三連、坤六斷、兌上闕、巽下穴、離中虛、坎中滿、震仰盂、艮覆碗」。細察這八個卦圖的構造，它們是由兩種不同的爻——（陰爻）、一（陽爻）中，每次取出三爻，作成三、三、三、三四個不同組合；然後再將這四個不同組合，又各自作出不同的排列。因為三、三兩組合中三個元素均相同，它們的排列方法，皆祇有一種；而三、三兩組合中二種元素均有。它們的排列方法，計有三、三、三和三、三、三等六種之多。所謂八卦，就是由這種方法得到的八種不同排列，而加上乾、坤、兌、巽、離、坎、震、艮等名稱的。據此可知，我國對於排列、組合的研究，雖未作出公式，但概念明晰，方法正確，在世界各國中，允推嚆矢。因為印度與歐洲，在十二世紀以前，關於這方面的發見，皆極度缺乏；十五世紀末葉，歐洲的柏昔娥里(Pacioli)與其他諸人，雖皆曾着手研究，並無真正進展；直至西曆一千七百一十三年，法國伯爾奴衣(Bernoulli, Jacques)所著的「Ars Conjectandi」問世後，方始完成系統的研究。

介紹八卦後，不能不附帶說明的，就是「二進法」。二進法是一種逢二便進位的簡單進位法，因為它逢二便進位，所以只要零和一兩個數字，就足夠敷用了。八卦既係由--、一兩種不同的爻排列而成，它們的組織，就自然而然的和二進法相同了。因為承認--代表零時，一就代表一；承認一代表零時，--就代表一，不論你如何指定，均屬相同的緣故。所以這八個卦圖被微積分發明人之一，德國大哲學家萊

卜尼茲 (Leibnitz) 看見了，便斷然指出，它是二進法。不錯，八卦的構造，完全和二進法相同，但八卦是八卦，二進法是二進法，二者不可混淆。第一：我國進位法，自古以來，用的就是最優秀的十進法，從未有過二進法。因為除了兩個一可以叫做對或雙外，兩對或兩雙，就沒有特別名稱。至於第四位以上，那更不用說了。如果用過二進法，頭腦那裏會簡單得僅僅識別三？對於它第三位以上的單位，概未命名。第二：八卦均係由三個爻組成，二進法表零時，僅需一個零號即足，不必將三個零號並列；表一時僅須一個一號即足，前面不必多附兩個零號；餘類推。似此，八卦既非二進法，那麼，萊卜尼茲說它是二進法，有沒有原因呢？這事可拿一個譬喻來解釋。有人畫了一個圓，問小孩這是什麼東西？小孩答稱是個餅；問車夫這是什麼東西？車夫答稱是車輪；問詩人這是什麼東西？詩人答稱是中秋夜的滿月；問古代美人這是什麼東西？古代美人答稱是她的化粧鏡。因為餅和車輪、滿月、化粧鏡都係圓形，而小孩、車夫、詩人、古代美人習見的東西各不相同，故所答亦不一致。八卦的構造既和二進法相同，萊卜尼茲係大哲學家，他對於進位法的觀察，目光銳利，見到了與二進法同調的八卦，當然會誤認它為二進法的表現。

近年發展成功，計算迅速，效力偉大的電子計算機（俗稱電腦），它灌輸情報的電流斷、續，恰和二進法中零和一兩個數字符符合，故可利用二進法來完成任務，使二進法大為吃香起來。有人意欲分享這份光榮，遂又舊事重提，為文強調我國古時，曾經使用過二進法。其實大可不必，因為二進法係簡單得和電子計算機電流的斷、續同調，纔被利用上，所謂依人成事，並非有什麼了不起，能够創造出電子計算機來。要知二進法係一種最簡陋記數法，只有未開化民族，頭腦簡單，不得已纔使用它。最優秀的記數法為十進法，我國自古以來，便一直使用，足資證明的文獻甚夥。何必為了電子計算機使用二進法，而拋却自己光榮歷史，去附和他人誤解呢？

第三節 干支的配合

我們現在猶在使用，那用以表示年、月、日、時先後次序的甲子、乙丑、丙寅、……等，它的組成方法，是這樣的：將甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸等十個文字分別置於上方，稱為天干；子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥等十二個文字置於下方，稱為地支。配合時天干由甲起，地支由子起，逐漸推移下去，週而復始。因為十和十二的最小公倍數為六十，所以由甲子以迄癸亥這一週期間的六十年或六十日，便稱為一個「甲子」。用干支來表示年、月、日、時的辦法，是從什麼時候開始的呢？確實時間雖不可靠，為時之早，當遠在殷朝以前，是可斷言的。因為殷朝皇族都係用生日的「干」來命名，例如湯名「天乙」，紂即「帝辛」等是。七十餘年前，河南彰德附近發見殷朝遺留下來的甲骨文字甚多，其卜辭皆以六十甲子紀日，且有六十甲子表，始於甲子而終於癸亥。於此可見我國算術中，關於整數性質最小公倍數、最大公約數的闡明，為時之早，出人意表。

第四節 規矩的使用

我們作圖時，畫直線用尺或矩（矩是兩條長短不一的尺，互相垂直拼合起來的繪圖工具，除了畫直線外，更能畫出與直線垂直的直線；俗稱曲尺），畫圓用規，而且僅僅限於使用這兩種器械，這是大家熟知的。這種規定，西洋係西元前四個世紀時，希臘大哲學家柏拉圖（Plato 429?—347 B. C.）創始的；東洋呢？我們中國還要早過柏拉圖哩。「墨子」卷七天志上第二十六，云：「輪匠執其規、矩，以度天下之方、圓。」「孟子」卷四離婁章句上，云：「孟子曰：離婁之明，公輸子之巧，不以規、矩，不能成方、圓。」又「孟子」卷七盡心章句上，云：「孟子曰：梓、匠、輪、輿，能與人規、矩，不能使人巧。」「荀子」賦篇第二十六，云：「圓者中規，方者中矩。」此外，「