

数学培优竞赛
新帮手
SHUXUE PEIYOU JINGSAI XINBANGSHOU

丛书主编：黄东坡

徐菊华 著

小学 数学 培优竞赛 新帮手

XIAOXUE SHUXUE
PEIYOU JINGSAI
XINBANGSHOU

三年级

● 创新从课堂上起步 ○ 能力在训练中提高

湖北辞书出版社

数学培优竞赛

新帮手

SHUXUE PEIYOU JINGSAI XINBANGSHOU

徐菊华 著

丛书主编：黄东坡

数学培优竞赛

SHUXUE PEIYOU JINGSAI XINBANGSHOU

新帮手

小学三年级

湖北辞书出版社

(鄂)新登字 07 号

图书在版编目(CIP)数据

小学数学培优竞赛新帮手. 三年级/徐菊华著. —武汉:湖北辞书出版社, 2002. 1

ISBN 7-5403-0461-8

I. 小… II. 徐… III. 数学课—小学—习题

IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 080886 号

出版发行: 湖北辞书出版社

(武汉市黄陂路 75 号 430077)

印刷: 十堰日报社印刷厂

经销: 新华书店

开本: 787 × 1092 1/16

插页: 4

印张: 9.75

版次: 2002 年 1 月第 1 版

印次: 2002 年 1 月第 1 次印刷

字数: 130 千字

印数: 0001—6000 册

定价: 11.00 元

目 录

知识篇

1. 加减法的速算	(1)
2. 高斯加法	(4)
3. 趣味算式	(8)
4. 数字谜	(14)
5. 有趣的数阵图	(20)
6. 巧填运算符号	(26)
7. 余数的妙用	(30)
8. 寻找规律	(34)
9. 图形的计数	(40)
10. 长方形和正方形的周长	(46)
11. 求平均数问题	(51)
12. 植树问题	(55)
13. 和差问题	(59)
14. 和倍问题	(63)
15. 差倍问题	(67)
16. 一笔画	(71)
17. 有关时间问题	(76)
18. 简单的逻辑推理	(80)
19. 智巧问题	(85)
20. 方案设计问题	(89)
21. 有趣的图形	(93)
22. 长方形和正方形的面积	(98)

方法篇

23. 用枚举法解应用题	(103)
24. 用逆推法解应用题	(107)
25. 用对应法解应用题	(111)
参考答案或提示	(115)

1 加减法的速算

阅读与思考

同学们已经会正确地熟练地运用四则运算的计算法则和运算顺序进行计算，在此基础上还应根据题目的特点，按照加减法的运算规律和性质，选用合理、灵活的计算方法，学会速算。

速算是根据四则运算的辩证关系，数的某些特点及运算定律、性质、公式等，把常规计算转化成较为简便迅速的计算。

加减法的运算定律及性质。

(一) 加法的运算定律。

1. 加法交换律：两个数相加，交换加数的位置，它们的和不变。用字母表示： $a + b = b + a$ 。

2. 加法结合律：三个数相加，先把前两个数相加，再加上第三个数；或者先把后两个数相加，再同第一个数相加，它们的和不变。用字母表示： $(a + b) + c = a + (b + c)$ 。

(二) 减法的性质。

从一个数里连续减去几个数，等于从这个数里减去几个减数的和，用字母表示： $a - b - c = a - (b + c)$ 。

例题与求解

例 1 简算 $28 + 463 + 72 + 69 + 537$

解题思路 运用加法交换律和结合律，把能凑成整百、整千的数先放在一起加，再算出最后结果。

例 2 简算 $9999 + 9998 + 9997 + 9996$

(1999 年吉林省“金翅杯”小学数学竞赛试题)

解题思路 利用“凑整”的方法，先将每个加数凑成 10000，再减去多加的数。

在多个数相加的算式中，可以适当地交换加数的位置，重新组织运算的先后次序，利用凑整（整十、整百、整千……）的方法，利用运算定律进行巧算。

例 3 简算 $500 - 138 - 262$

解题思路 运用减法的性质，从被减数 500 里面减去两个减数的和。

例 4 简算 $1518 - (349 + 518)$

解题思路 利用减法的性质反过来运用，也就是去掉括号，把原来的算式变为连减。

在加、减混合运算中，如果括号前面是“-”号，那么，去括号时，括号内的加号变减号，减号变加号。

例 5 简算 $395 - 283 + 154 + 246 - 117$

(1999 年吉林省“金翅杯”小学数学竞赛试题)

解题思路 运用加减法的运算定律和减法的性质把能凑成整百的数先相加，再计算。

在连加连减或加减混合运算中，如果算式中没有括号，计算时可以带着符号“搬家”。一般地，有：

$$a - b - c = a - c - b$$

$$a - b + c = a + c - b$$

例 6 速算下面各题。

(1) $659 + 202$

(2) $623 - 197$

解题思路 这两道题都有一个数接近整百数，可以把这个数看做整百数来计算，然后加上或减去多（或少）加（或减）的数。

例 7 简算 $41 + 42 + 43 + 44 + 45 + 46 + 47 + 48 + 49$

解题思路 这是九个连续自然数，可用中间数乘以加数的个数。

例 8 简算 $1994 + 1997 + 1999 + 2000 + 2003 + 2008$

解题思路 通过观察上面六个数，可以看出它们都接近 2000，我们可以先把每个加数看做 2000 来计算，再找出每个加数与 2000 的差，通过加减算出结果。

当几个大小不同而又比较接近的数相加时，可选择其中一个数（最好是整十、整百、整千……）作为计数的基础，这个数叫做基准数。

能力训练

A 级

1. 简便计算下面各题。

- (1) $231 + 156 + 469 + 544$
- (2) $42 + 133 + 258 + 75 + 67$
- (3) $9999 + 999 + 99 + 9 + 4$
- (4) $78 + 80 + 85 + 77 + 83$
- (5) $28 + 29 + 30 + 31 + 32 + 33 + 34$
- (6) $213 - 99$
- (7) $368 + 297$
- (8) $4998 - (998 + 1999)$
- (9) $478 - 128 + 122 - 72$
- (10) $997 + 598 - 401$
- (11) $21 + 23 + 25 + 27 + 29$
- (12) $1999 + 199 + 19 + 9$

(甘肃省第七届小学数学冬令营试题)

B 级

1. 简算下面各题。

- (1) $8795 - 4998 + 2994 - 3002 - 2008$
(1999 年吉林省“金翅杯”小学数学竞赛试题)
- (2) $609 - 708 + 306 - 108 + 202 - 198 + 497 - 100$
(1999 年吉林省“金翅杯”小学数学竞赛试题)
- (3) $3854 - (26 + 28 + 30 + 32 + 34)$
- (4) $899999 + 89999 + 8999 + 899 + 89$
(湖北省黄冈市第三届小学生智力竞赛试题)
- (5) $2 + 22 + 222 + 2222 + 22222 + \cdots + 2222222222$
(新加坡小学数学竞赛试题)

2 高斯加法

阅读与思考

德国有一位被誉为“数学之王”的著名数学家高斯（公元 1777 年 ~ 1855 年）。幼年时代聪明过人，他上小学的时候，老师出了一个题目： $1+2+3+4+\cdots+99+100=?$ 小高斯看了看，又想了想，很快地说出了结果是 5050。同学们，你们知道小高斯是怎样算出来的吗？原来小高斯在认真审题的基础上，根据题目的特点，发现了这样的关系： $1+100=101$ ， $2+99=101$ ， $3+98=101$ ，……， $50+51=101$ ，100 个数，每 2 个数一组，一共有 $100\div 2=50$ （组）。

$$\begin{aligned}& \text{那么 } 1+2+3+4+\cdots+99+100 \\&= (1+100)+(2+99)+(3+98)+(4+97)+\cdots+(50+51) \\&= \underbrace{101+101+101+101+\cdots+101}_{50\text{个}101} \\&= 101\times 50 \\&= 5050\end{aligned}$$

由高斯的巧算可以得出下面的公式：

$$\text{和} = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$$

$$\begin{array}{ccc}\uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{第一个数} & \text{最后一个数} & \text{个数}\end{array}$$

例题与求解

例 1 计算 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$

解题思路一 用“凑十”法将能凑成整十数的先加，再看能凑成几个十。

解题思路二 用高斯加法求和公式计算。

按一定顺序排列的一列数叫做数列。数列中的数称为项，第一个数叫做首项，第二个数叫做第二项，……，最后一个数叫做末项。如果每相邻的两项的差相等，就称它为等差数列。

例 2 计算 $58 + 56 + 54 + 52 + 50 + 48 + 46 + 44$

解题思路 这一题首项是 58, 末项是 44, 项数是 8. 用高斯求和公式直接计算.

此列数是公差为 2 的等差数列.

例 3 计算 $13 + 16 + 19 + 22 + 25 + 28 + 31$

解题思路一 这道题是首项为 13, 末项为 31, 项数为 7 的等差数列, 可以用高斯求和公式直接计算.

解题思路二 这是公差为 3 的 7 个连续自然数的和, 也可以用中间数乘以加数的个数计算出结果.

例 4 计算 $2001 - 5 - 10 - 15 - 20 - \cdots - 45 - 50$

解题思路 从题中可以看出减数是公差为 5 的等差数列 (即 5 的倍数), 我们先求出这些减数的和, 再从被减数里减去它们的和.

例 5 计算 $(2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 26 + 28) - (1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 25 + 27)$

解题思路一 观察题中被减数是从 2 开始的连续双数, 减数是从 1 开始的连续单数, 可以先分别求出被减数与减数的和, 再把它们的和相减.

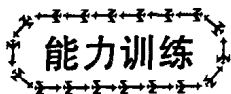
比一比, 哪一种解题思路更好? 哪一种方法计算更简便?

解题思路二 按一个数对应一个数，把被减数中的每一个双数分别减去减数中的每一个单数，再求出所有差的和。

例 6 计算 $99 - 98 + 97 - 96 + 95 - 94 + 93 - 92 + \cdots + 5 - 4 + 3 - 2 + 1$

解题思路一 从题中的数与符号可以看出：加数都是单数，减数都是双数，可以先分别求出单数与双数的和，然后把两个和相减。

解题思路二 再仔细观察，不难发现： $99 - 98 = 1$ ， $97 - 96 = 1$ ， $95 - 94 = 1$ ， $\cdots$ ， $5 - 4 = 1$ ， $3 - 2 = 1$ ，相邻每两个数的差都是 1，同学们只要算出有几组数，也就是有几个 1，再加上最后一个数“1”。



A 级

1. 计算下面各题。

(1) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 95 + 97 + 99$

(2) $2 + 5 + 8 + \cdots + 23 + 26 + 29$

(3) $88 + 84 + 80 + 76 + 72 + 68 + 64$

(4) $14 + 15 + 16 + \cdots + 45 + 46$

(1999 年吉林省“金翅杯”小学数学竞赛试题)

(5) $11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 + 88 + 99$

(6) $4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4$

(7) $2008 - 3 - 6 - 9 - 12 - \cdots - 27 - 30$

$$(8) 48 - 47 + 46 - 45 + 44 - 43 + 42 - 41 + \cdots + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$$

$$(9) (1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 17 + 19) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 16 + 18)$$

$$(10) 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 29 - 2 - 4 - 6 - \cdots - 28$$

(天津市 1998 ~ 1999 年度小学数学竞赛决赛试题)

$$(11) 100 - 98 + 96 - 94 + \cdots + 8 - 6 + 4 - 2$$

$$(12) 4558 - 2 - 4 - 6 - 8 - \cdots - 98 - 100$$

2. 在 1 ~ 50 的自然数中, 所有双数的和与所有单数的和哪个大? 大多少?

B 级

1. 计算下面各题.

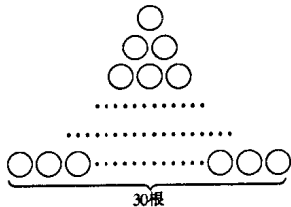
$$(1) 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - 11 - 12 + 13 + \cdots + 94 - 95 - 96 + 97 + 98 - 99$$

$$(2) (2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 50) - (1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 23 + 24 + 25)$$

$$(3) 123 + 234 + 345 + 456 + 567 + 678 + 789$$

(吉林省第五届“我爱中华”小学数学夏令营试题)

2. 如图, 有一堆电线杆, 最底下一层有 30 根, 倒数第二层有 29 根, 以后每上一层减少一根, 最顶上一层有 1 根. 这堆电线杆有多少根?



3. 明明为了买课外书存钱, 2001 年元月份存 1 元钱, 以后每月都比前一个月多存 1 元钱, 那么 2001 年这一年里一共可存多少钱?

4. 求自然数中所有两位数的和是多少?

5. 聪聪把 45 枚棋子放在若干小盒子里, 第 1 个盒子里放 1 枚, 第二个盒子里放 2 枚, 第三个盒子里放 3 枚, …… , 这样放下去, 最后刚好把棋子放完, 问共有多少个盒子?

6. 把 11 盆花摆在 3 个窗台上, 每个窗台上花盆的数都不相同, 放花盆最多的窗台上至少要放多少盆?

(哈尔滨市第十二届“萌芽杯”数学竞赛试题)

3 趣味算式

阅读与思考

趣味数学是国内外广泛流行的一种数学游戏，它既有较强的趣味性，又能培养同学们的逻辑思维能力和推理能力。

趣味算式一般是给出某个算术横式或竖式，但式子中有某些待定的数字或待定的运算符号，要求我们根据算式中给定的运算关系或数量关系，利用运算法则和推理的方法把待定的数字确定出来，把不完整的算式补充完整。研究和解决这一类问题对同学们的观察能力、分析问题和解决问题的能力，以及联想、试探、归纳等思维能力的培养有着重要的作用。

例题与求解

例1 已知 $\bigcirc \div \star = 5$, $\triangle + 2 = 3$, $\star - \triangle = 2$

那么 $\triangle = (\quad)$, $\star = (\quad)$, $\bigcirc = (\quad)$

解题思路 已知 $\triangle + 2 = 3$ ，可以推出 $\triangle = 3 - 2 = 1$ ，由 $\triangle = 1$ ，可推出 $\star = ?$ ，进而推出 $\bigcirc = ?$

在解趣味算式过程中往往要综合运用列举法、筛选法、试验法、反证法等多种方法。

例2 在下面题中的空格内，填上适当的数字，使算式成立。

$$(1) \begin{array}{r} 1\Box\Box6 \\ + \quad 7\Box \\ \hline \Box008 \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} \Box00\Box \\ - 20\Box9 \\ \hline 1\Box99 \end{array}$$

解题思路 此题从个位入手，依次填出十位、百位和千位上要填的数。

例3 在下面各题中的空格内各填入一个合适的数字，使算式成立。

$$\begin{array}{r} 1234 \\ - \square\square\square\square \\ \hline 71 \end{array}$$

解题思路 已知被减数和差，可以利用被减数减去差等于减数的方法求出减数。

在填趣味算式时，可根据加、减法之间的互逆关系，将减法算式转化成加法算式。

例4 在下面的□里填上适当的数字，使等式成立。

$$\begin{array}{r} \square 5 \square \\ \times \quad \square \\ \hline 2 \square \square 1 \end{array}$$

解题思路 由于乘数未知，可以从被乘数个位与乘数相乘的积是□1入手，由于 $1 \times 1 = 1$ ， $3 \times 7 = \square 1$ ， $9 \times 9 = \square 1$ ，它们的个位都是1，而积是四位数，显然乘数不可能是1，因此可从乘数分别是3、7、9去试验。

在解答趣味算式中，要注意答案的完整性，尽可能找出所有答案。

例5 在下面的□里填上适当的数字。

$$\begin{array}{r} 1 \square \square \\ \square \overline{) 13 \square \square} \\ \underline{\square} \\ 4 \square \\ \underline{\square \square} \\ 6 \square \\ \underline{\square \square} \\ 0 \end{array}$$

(1997年吉林省“金翅杯”小学数学竞赛试题)

解题思路 从除数与百位上的商相乘的积入手， $13 - \square = 4$ ，推出□=9，那么除数为9；再推出商个位上是几，最后推出商十位上的数。

趣味算式可分三步思考：一审，审清数字之间关系；二析，分析关键性的空格，找突破口；三试验，从突破口入手，逐一试验。

例 6 在下面的算式中，被盖住了六个数字，这六个数字的和是多少？

$$\begin{array}{r} \square\square\square \\ + \square\square\square \\ \hline 1998 \end{array}$$

解题思路一 两个三位数相加的和是四位数，必然百位上两个数的和相加满十，也就是百位上两个数相加和是 18，再加上十位进上来的 1 得 19，那么百位上只可能填 9。同学们能用同样的方法推出十位和个位上的数吗？

解题思路二 两个三位数的和是 1998，可用 1998 除以 2 求出每一个加数是几， $1998 \div 2 = 999$ ，说明两个加数都是 999，再用 9 乘以 6 求出六个数字的和。

例 7 下式是两个两位数相加的算式，每个方框代表一个数字。这四个方框中的数字的乘积最大是多少？

$$\begin{array}{r} \square\square \\ + \square\square \\ \hline 88 \end{array}$$

解题思路 要使四个方框中的数字的乘积最大，必须使每个数字尽量大，因此个位可取两个 9，而十位上的两个数字相差越少，积越大。由于个位相加满十向十位进了 1，所以十位数字和是 $8 - 1 = 7$ ，7 分成 4 与 3 的和。

例 8 下面是由 1~9 九个数字组成的竖式，请你填出方格中的数字。

$$\begin{array}{r} 6\square\square \\ -\square\square\square \\ \hline 291 \end{array}$$

解题思路 从百位入手, $6 - \square = 2$, $\square$ 可填 3 或 4, 由于差的十位是 9, 所以减数的百位只能填 3, 剩下 4、5、7、8, 分成两组相邻数, 如 4 和 5 与 7 和 8, 分别填入十位和个位.

能力训练

A 级

1. 下面各组图形算式是相联系的, 请求出各种图形代表什么数字.

$$(1) \begin{cases} \square + \triangle = 18 \\ \triangle - 7 = 1 \end{cases}$$

$$\square = ()$$

$$\triangle = ()$$

$$(2) \begin{cases} 35 \div \triangle = 5 \\ \triangle + \square = 30 \end{cases}$$

$$\square = ()$$

$$\triangle = ()$$

$$(3) \begin{cases} \triangle \times \square = 28 \\ 8 \div \triangle = 2 \end{cases}$$

$$\triangle = ()$$

$$\square = ()$$

$$(4) \begin{cases} \square + \square + \triangle = 12 \\ \triangle + \triangle + \square = 18 \end{cases}$$

$$\triangle = ()$$

$$\square = ()$$

2. 在下面 $\square$ 里填入适当的数字, 使竖式成立.

$$\begin{array}{r} \square 6 \square \square \\ + 2 \square 2 6 \\ \hline 9 0 7 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \square \square 7 \\ + 6 5 \square \\ \hline 1 \square 5 4 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square 8 \square \square \\ - 1 \square 1 2 \\ \hline 6 7 8 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \square 1 \square \\ - \square 7 \square 1 \\ \hline 6 1 5 1 \end{array}$$

3. 在下面各空格内填入适当的数字, 使竖式成立.

$$\begin{array}{r} \square 5 \square \\ \times 4 \\ \hline \square 8 \square 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square 6 \square 8 \\ \times \square \\ \hline \square \square 4 \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ 4 \overline{) \square \square 2} \\ \underline{8} \\ 1 \square \\ \underline{\square 6} \\ 1 \square \\ \underline{\square \square} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ 8 \overline{) \square \square \square \square} \\ \underline{\square 8} \\ 2 \square \\ \underline{\square \square} \\ 3 \end{array}$$

4. 在下面算式的空格内填上合适的数字, 使算式成立.

$$\begin{array}{r} \square\square\square \\ - 91 \\ \hline \square \end{array}$$

5. 下面是一个减法算式, 要使被减数尽量大, 被减数是_____.

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square \\ - \square\square\square \\ \hline 2001 \end{array}$$

6. 在下面的算式中, 被盖住了七个数字, 这七个数字的和最大是_____.

$$\begin{array}{r} \square\square\square\square \\ + \square\square\square \\ \hline 2001 \end{array}$$

7. 先在下式每个方框中填入一个数字, 使等式成立. 想一想: 四个方框中数字的和最大是_____.

$$\square\square \times 7 = \square\square$$

A. 8

B. 14

C. 22

D. 25

8. 在下面竖式的□里填上合适的数字, 有_____种填法?

$$\begin{array}{r} \square\square \\ \square)\square8 \\ \hline \square \\ \square8 \\ \hline \square8 \\ \hline 0 \end{array}$$

9. 把 1~5 五个数字分别填写在下式中的□里.

$$\begin{array}{r} 9\square7 \\ - \square\square6 \\ \hline \square8\square \end{array}$$

(1997 年吉林省“金翅杯”小学三年级数学竞赛试题)

10. 如下式, 6 个□所代表的数字加起来的和是_____.

$$\begin{array}{r} \square\square\square8 \\ - \quad \quad 9 \\ \hline \square\square\square \end{array}$$

B 级

1. 在下面的竖式中, 被减数的百位数字和个位数字与减数正好变换位置, 方框中各填_____.