



联合国教科文组织
数学教育研究丛书

3

小学教师的 数学教育

Robert Morris 编



人民教育出版社

数 学 教 育 研 究

小学教师的数学教育



Robert Morris 编

人民教育出版社数学室 译

人民教育出版社

小学教师的数学教育

罗伯特·莫里斯 编

人民教育出版社数学室 译

*

人民教育出版社出版

新华书店总店科技发行所发行

北京顺义冠中印刷厂印装

•

开本850×1168 1/32 印张 5.25 字数 127,000

1988年4月第1版 1988年4月第1次印刷

印数 1-3,000

ISBN 7-107-10159-5

G·1030 定价1.00元

说 明

《数学教育研究》是联合国教科文组织的一套数学教育论文专辑。本书文章选自它的第3卷，专门探讨小学教师的数学教育。它展现了世界各地小学教师数学教育的现状，并预示了未来的趋势。但须指出，各篇文章所表述的观点只是作者的见解，并不完全代表联合国教科文组织或原书编者的看法。

本书由人民教育出版社（中国，北京）数学室翻译，参加翻译工作的有曹飞羽、蔡上鹤、卢江、杨刚、李建华、薛彬。由蔡上鹤校译，李建华任责任编辑。

译 者

1987年11月

文章选自《数学教育研究》第3卷
联合国教科文组织，1984年出版
中文译文由北京的
人民教育出版社负责提供

Selection of articles from
STUDIES IN MATHEMATICS EDUCATION
Volume III.C Unesco 1984
The Chinese translation has been prepared
under the responsibility of the People's
Education Press, Beijing

目 录

当代小学数学趋势：包含师资培训.....	Hilary Shuard (1)
从教育的角度开展数学活动，是培养小学数学教师 的一个方针.....	Gerhard Walther (30)
信息科学：计算器和计算机对小学数学的意义	David Johnson (52)
儿童在数学学习中掌握概念困难的原因.....	Ken Clements (72)
几何教学中想象的各个方面和关于小学中对称的 几点考虑	Michele Pellerey (94)
应用题教学.....	Randall J. Souviney (100)
当代小学数学教师职前培训的风格.....	Andrew Herriot (107)
当前小学数学教师在职教育的方式	Alan Osborne, James Schultz (121)
斯威士兰1973年至1977年在职教师教育规划	Bryn Roberts (137)
教师协会和广播对数学教师的支援	Benjamin Eshun, Klaus Galda, Peter Sanders (146)
作者传略	(157)

当代小学数学趋势：包含师资培训

小学数学的目标

在教育的诸目标中，总有一些目标强调培养能写会算的公民和工人的社会需要，这些公民和工人应能满足工农业对技术的要求。其他一些目标则强调发展作为一个独立的人的个性，对他的教育侧重于他对生活的全面理解和鉴别能力。在数学教育中，朝向上述两类目标的教学过程从小学就开始了，而且对许多国家的许多儿童来说，所有他们学过的正式的数学是在小学校内学习的。在英国数学协会(1956)的远景报告《小学数学教学》中，坚决以发展作为一个思考者的个性为目标：

小学教学的目标……立足于适龄儿童关于他们所面对的事和物在数与形方面的数学思维。

上述观点后来又被学校督察组在一篇关于小学数学的讨论文件中增强了(教育科学部,1979)：

我们教数学是为了帮助人们更好地理解事物——也许是帮助人们懂得他们以后可能受雇参加的工作，懂得人类思维的创造性成就或自然界的习性。正是数学的特殊力量，使得它的中心思想能帮助我们做所有上述事情。

这种强调发展个性的趋势，不仅仅在发达国家的课程目标中

是明显的。1976年第三届国际数学教育会议上的报告《学前和小学数学教育》(Athen和Kunle,1977)中,阐述了一个世界性的见解:

根据一名儿童和一位数学家原先没有差别的基本观点,趋势是缓慢而又明显地在儿童身上建立起来的;这种趋势是用儿童活动中的典型问题去代替机械的学习及其应用,在这些活动中儿童展示他们的研究和发明……吸引学生祈求理解知识,使他们发展自己的研究本领,并由此体会解决问题后的乐趣,发挥他们的知识和天才,并请他们提出新问题。

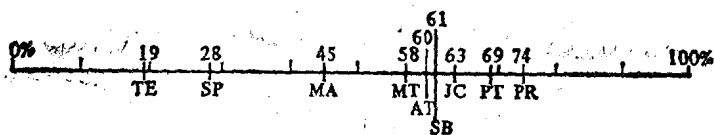
不能否认,即使在发达国家里,要履行这样的目标,也是十分困难的。根据学校督察组在英格兰(教育科学部,1978)关于小学教育状况的调查,对于所有的年龄,都发现在大约三分之一的班级中,学生用于重复操练的时间过多,而操练的内容又是他们已经掌握了。

全国数学教育咨询委员会(美国)考虑了计算技能,在1975年的报告中指出:

当前在课程制定方面潜伏着一股强大的潮流,迫使制定者在算术和代数中重新强调计算技能。这种趋势无疑是公众批评在测验中降低计算要求的一个反应。传统的学校教学过分强调事实和技能,过于频繁地用死记硬背和操练的方法来教技能。这样的方法除了把学生弄糊涂以外,丝毫无助于他们的理解、记忆或运用数学知识的能力。……“新数”时期有许多教师企图通过加深学生对隐藏在计算方法之下的结构的理解,来改进技能训练程序。……我们有理由怀疑,在许多教室里,教师讲不清楚结构与包括结构的算法之间的关系。……全国数学教育咨询委员会沮丧地看到,相当一部分儿童的学校生涯花费到追求基本算术运算的熟练敏捷上去了。

对于公众、家长或部分学生来说,显然是没有这种沮丧的。所有这些人都持一种观点,如果到了某一特殊年龄,儿童还没有通过

操练和实践学会计算技能,那么提倡进一步的操练和实践。例如美国全国数学教师理事会的计划就是这样(1981)。“学校数学优先权”组织在对80年代学校数学优先权的意见进行调查后,发现关心教育的公众支持提供更多的时间进行操练和实践(图1),尽管研究结果表明这可能对成绩有害。必须注意,在这份调查报告中,与小学数学教学密切相关的两部分人——学校中数学教师的教育工作者和数学督学员,对于操练和实践的兴趣比其他部分的人差得多。其次要算职业数学工作者,他们也对增加操练不感兴趣。



图示: PR 中小学校长
 (部分) PT 家长—教师组织主席
 SB 学校董事会主席
 MA 学院的数学教师
 SP 数学督学员
 TE 数学教师的教育工作者

图 1 在容量线上支持增加操练和实践时间
 的人员百分比

在许多发展中国家,情况十分相似,那里的教育实践历来强调死记硬背。联合国教科文组织《数学教育研究》第2卷(1981)中的两段文字将说明这个问题的世界性实质:

虽然学科对象的复审和重新组织可能使数学更有意义,讲课和死记硬背的方法仍然占着统治地位。能够利用“以学生为中心的活动”和操练材料来进行教学的小学,仅仅是一些例外。……国家考试对于学生的未来起着至关重要的作用。……数学试卷中……作为样板的问题大多数提倡低级的认识过程。于是考试本身促进了死记硬背。[阿拉伯国家](联

联合国教科文组织,1981)

教学方法是正式的,强调操练和信息的记忆;课程把儿童从他们的社会和文化环境中迁移出来,强调课本学习和考试。[西印度,但更一般地说,写的是关于发展中国家的事情](联合国教科文组织,1981)

如果数学教育工作者和公众(包括儿童的家长)之间关于数学教育目标的意见不一致,那么就应提出一个有关数学师资培训的严重问题。例如,考虑美国年轻的小学教师所面临的困境。她先前所受的训练使她确信通过实际活动来奠定数学思维的基础的重要性,而且她受委托使儿童发展自己的研究本领。然而她将发现,面对学校校长、选择课本的学校董事会和国家考试制度(这种制度强调她所不同意的教育目标)坚持操练和实践的现实,她要使上述委托付诸实施是十分困难的。在世界上许许多多的国家里,包括发达国家和发展中国家,都发生了关于教育目标的同样的争论。教师吸收着他们生活和工作地方周围产生的教育思想的潮流。1977年,Ashton重新提出了他1969年曾提出过的调查报告Simon和Willocks,1981),这份报告是关于英格兰小学教师的教育目标的。在调查中要求教师把小学教育的可能目标按重要顺序列出。结果顺序单中与数学有关的三个目标改变了他们八年来对教师所认为的重要性的估价,如表1所示。

表 1 由教师列出的小学教育目标的顺序

	1969	1977
日常生活中的数学	15	5
计 算	20	2
“现代”数学	34	10

总的说来,这八年期间,在教师的教育目标中,数学变得更重要了。特别是计算的重要性戏剧般地上升,1977年居第二位。当然不能说,在这八年期间,英国对刚就任的或在职的教师的培训的侧重点已发生了根本性的改变,以便反映许多教师在这些年间恢复了、特别是通过操练和实践的方法来学习计算的新侧重点。

技术和小学数学课程

简易、实用、价廉的手用电子计算器,改变了一个成年人在他日常生活中需要用到的算术方面的技能。在发达国家中,成年人总是靠着计算器的帮助来进行不能心算的计算。在英国、美国和其他许多发达国家中,大批儿童到了11或12岁时,或者自己拥有计算器,或者他们家里的其他成员拥有计算器。对于数量虽小但正在增加着的一部分儿童来说,微型电子计算机已经成了他们家庭的财富之一。这种技术的到来,在发达国家中对于小学数学课程的影响是比较小的。在英国的许多小学校中,禁止在数学课上使用计算器,或者至多允许用于检验其他方法所获得的答案。英国还没有出版这样的小学数学教学计划,企图挖掘计算器的潜力,来帮助儿童更好地理解数学。在美国,全国数学教师理事会(1980)在《行动的日程安排:对80年代学校数学的劝告》中劝告说:

数学大纲应就所有年级水平的学生,最大限度地发挥使用计算器和计算机的优点。……应该用难以想象的方式来运用计算器和计算机,不仅用来检验计算所得的数值,或用来操练和实践,而且要用来开掘、发现和发展数学概念。……学校应该坚持在教材中真正发挥这种新媒介有着广泛且互异的潜力的优点。

然而,同一报告在其关于计算器和计算机的建议的前头,却冠

以这样一段话:

应该确认,在低年级,教学在很大比例上必须致力于概念和技能的直接获得,不使用计算器。

这一相当谨慎的前言可能制止了某些课程的发展,在这些课程中企图使用计算器去帮助儿童理解数学。但是它反映了一种可能性——某种课程(其中用计算器作为工具使学生在早期阶段发展数学思维)可能被公众和小学教师误解,可能被他们拒之门外。许多小学教师、学生家长和公众仍然普遍确信,小学数学教育的目标是使儿童能够用笔和纸进行算术四则运算。无论原因是什么,发达国家中的许多小学教师把在小学数学教学中使用计算器看作一种威胁。

在学院前教育(美国)中使用计算器的调查报告(Suydam, 1981)里指出:

对于许多人来说,最大的失望是缺乏在整个课程中贯穿着计算器使用的公开发行的教材。大多数教材只是建议作附加的调整。虽然存在少数例子,这里,计算器已经影响到方法论(即如何教数学),但仍然有着是否使用计算器问题……改变内容的例子(由于计算器有用,对内容作了增删)发生得同样缓慢。

除了需要在小学数学课程中贯穿计算器的使用以外,还需要在课程的变革中考虑如何教会儿童有效地使用计算器。已经发现,英国有许多成年人对于用计算器进行类似 $10 \div 3$ 这样的计算表示惊慌,所以,他们因害怕而放弃了一个能够帮助他们有效地进行计算的工具。翻译和使用计算器上的小数显示,应该成为小学数学教学的一部分。同样地,小学数学教学也应该包括对期望的答案进行评估以及用另一种方法检验计算器给出的答案的技能。以上两者都需要有效地使用计算器。新的强调教会学生解决日常生活中的数学问题的方法,以及强调教会学生使用计算器作为工

具来做上述事情，将要取代旧的只强调教会学生机械计算的方法。这样，是否还需要训练多于两位数字的数的笔算技能，就值得怀疑了。但是对心算的需要将会增加。

在发展中国家，计算器并不如此迅速变得有用。但是在巴西召开的第三届国际数学教育会议（Athen和Kunle，1977）指出：

在学校里使用计算器和计算机，必须看成一件必不可少的事情。不仅对发达国家应该这样，而且对发展中国家也应该这样……由于这些国家的经济状况造成学校教育缺乏经验，这样的学校教育必须进行弥补。关于计算器对数学教学的影响方面，数的纯粹机械计算的重要性必须作为问题加以考虑。必须考虑在低年级就给予更多的时间，用于创造性的数学教育。

在发展中国家，教师们可能面临着对于计算器侵入传统的小学数学课程的态度问题（类似于发达国家中他们的同行所展示的问题）。如果要在小学各年级有效地使用计算器，或者要使还不善于使用计算器的小学生长大成人后，变为计算器的使用行家，全世界原先的师资培训就必须保证还在当学生的教师对于在小学数学中使用计算器和由此而来的主要课程的变革都能持积极态度。另外，巨大的在职期间的培训（这是为帮助教师理解这种新的需要并对它们持积极态度而设计的）必须先进行这种课程的变革。

存在着这样一种危险，作为实用的、廉价的个人工具的计算器（人们能够终生有规律地使用它来帮助自己进行有效的计算），将随着课程的发展而被更为惊人的微型电子计算机所排挤。虽然至今只有很少的小学班级在有规律地使用微型电子计算机作为数学教学的工具，但发展工作正在进行着。随着这一技术变得越来越有用，小学教师的思维也需要变得更为灵活，以便在数学教学中接受微型电子计算机的帮助。他们的可接受性当然不是无可

评论的，因为许多早期大纲在设计时，加强了小学数学的笔纸操练和实践，而这种操练和实践正由于计算器的到来迅速变得过时。

在发达国家中许多小学儿童已经拥有的另一作为新技术的工具，就是数字手表。数字读数祈求新的翻译技能，它不同于看作为类似物的手表所需要的技能。所以，关于“认说时间”的学习的侧重点也需改变。这里，许多学校的课程也须缓慢地实施；教师们并不乐于寻找儿童精通“认说时间”的新方式所带来的优缺点。

数 学 的 学 习

最近几年关于考试和评估的新侧重点揭示了：在许多发达国家，有相当比例的小学儿童没有学习数学课程期望他们学习的许多教材。如果课程强调对数学概念的理解，那么理解并不总是最终产物。如果课程强调通过立足于操练和实践的方法来获得用笔和纸进行计算的技能，那么儿童常常发展他们自己的错误方法，而这显然不是教学所期望的。例如，在分数的计算中，世界上大批儿童给出的答案表明他们在不适宜的情况下应用了错误的法则。“实施单元评估”机构(1981, 英格兰、威尔士和北爱尔兰)在对11岁的儿童作了大规模调查后，在调查报告中描述了儿童对于分数计算问题的回答水平。某些例子如表2所示。

表 2 11岁英国儿童关于分数加法的实施情况

问 题	正 确 率 (%)	分子相加, 分母取大的	分子相加, 分母相加
$\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$	58	$(=\frac{2}{4}) 4\%$	$(\frac{2}{6}) 13\%$
$\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$	37	$(=\frac{3}{6}) 6\%$	$(\frac{3}{9}) 21\%$
$\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$	60	(与正确方法 答案相同)	$(\frac{5}{10}) 13\%$

在许多英国学校里，教学方式是强调理解的。所以大多数儿童有这样的经验：当他们进行为他们设计的用以考察他们对等值分数与分数运算的理解的活动时，他们能够把图形切割成要求的份数，并且涂上颜色。即使这样，用笔和纸进行测试的结果表明，相当比例的11岁儿童不能把这些思想运用于抽象的分数计算。

在儿童关于分数的运算能力上存在着问题的国家不仅仅是英国。“全国教育进展评估”机构(美国，1979)在美国13岁的儿童中发现了大规模的相似结果，如表3所示。

表3 13岁美国儿童关于分数加法的实施情况

问 题	正确率(%)	分子相加，分母相加
$\frac{4}{12} + \frac{3}{12}$	74	(未给)
$\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$	35	$(-\frac{4}{6})$ 34%
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	33	(未给)

苏格兰在1978年对“中心地区”的15岁的学生重新进行了一次算术考试，这考试在这些学生11岁时已进行过。在15岁的学生中，53%能够给出

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$$

的正确答案，而在这些学生11岁时，只有38%能正确计算此题(苏格兰教育研究理事会，1978)。

在英格兰(Hart, 1981)，“CSMS设计”组织考查了12和15岁之间的儿童关于分数的计算。此外还考查了儿童解决问题的能力，在这些问题的实际情景中孕有同样的计算。例如，在同一考查

中，先给出计算题

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8},$$

再给出下面的问题：一家面包厂用 $\frac{3}{8}$ 的面粉做面包，用 $\frac{2}{8}$ 的面粉做糕饼，一共用掉面粉的几分之几？

已经发现，随着儿童年龄的增长，他们进行加减运算的能力逐步下降，但解决问题的能力没有下降，这里假定解决问题无需依赖计算规则。事实上，许多儿童似乎并不把规则与解决问题联系起来，而是使用他们自己的方法。

越来越多的类似上面引用过的研究结果，带来了这样的问题：对所有小学学龄儿童，在数学课程中包含了需要学生掌握与诸如等值分数同样抽象的技能，究竟是否合适？显然大批儿童对这些思想有很大的误解。Shuard (1982) 在用英语作母语的发达国家中，就“位值”这一概念（这是一个集中于儿童对数的理解的题目）进行大规模的测试，并把结果作类似的比较。她发现了非常相似的误解水平。例如，1974年，在用英语作母语的10岁儿童中，只有48%能回答这样的问题：小汽车的里程表上显示

0	2	6	9	9
---	---	---	---	---

英里，这辆车再行驶1英里后，里程表上显示的是什么？

然而，重要的是记录这样的事实：由“CSMS设计”组织提出的十分类似的问题在12岁儿童中有68%的成功率，以及儿童到15岁时成功率增至88% (Hart, 1981)。令人鼓舞的是，很大比例的英国儿童是在对于几千以内的位值理解后离校的，但是许多小学教师将惊奇地体会到，除了位值以外，有多少11岁的学生不能回答以整数的运算技能为基础的问题。

取自发展中国家的评估的类似项目，在本文中不值得细述了。但是Wilson (1978) 在1970年“加勒比海数学设计”开始以前对

加勒比海情景的描述，表明在某些发展中国家情况不佳。例如，1970年在被调查的一些地方，在12至14岁的儿童中，能够正确回答

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{9}$$

等于什么的，比例最大的仅占18%。

算术上同样实质的困难可以从Vandewiele和d' Hondt (1978)在达喀尔关于中学学生的一份调查报告中推出。

在发展中国家，这样的问题对于教育系统常常是有吸引力的。这里的教育系统遭受着严重缺乏训练有素的教师、教室过分拥挤、课本和其他物资严重短缺的痛苦。如果对这些困难没有争议，那么就应该考虑教学内容和教学方法是否适合，因为上面引述过的那些概念上的困难对于发展中国家是不受限制的。人们希望，由国际教育成就评估协会于1980年所进行的数学研究的结果，将会使参加调查的国家中的传统小学数学课程是否适合这一问题变得明朗一些。不过，国际教育成就评估协会研究的最低年龄组是13岁儿童，并且有许多项目未包含在通常在小学阶段所需教学的典型的数学题目中。

许多发展工作已经做了，但需要对小学数学教学的成果作进一步的研究，以帮助评估学生们所关心的教学内容和教学方法是否适合。这种研究需要立足于当地。例如，在英国，幼儿的许多数学知识是以比较作为基础的：“比……多”，“比……少”，“比……长”和“比……短”。然而，在巴布亚—新几内亚的一些语言（由此也可假定在儿童的思想）中，这种结构并不存在。Bishop (1979) 摘引了一名当地翻译在试译一份数学试卷时的评论：“没有‘比较’结构。你不能说A比B跑得快，只能说A跑得快B跑得慢。”尽管这样，在巴布亚—新几内亚的工作表明，文化和语言上的差异可以对数学学习孕伏着积极和消极的影响。例如，在巴布亚—新几内亚的学