中学数理化学习指导丛书

初一数学辅导与练习

下册

北京市海淀区教师进修学校主编

重庆出版社

中学数理化学习指导丛书

初一数学辅导与练习

下　　册

北京市海淀区教师进修学校主编

重　庆　出　版　社

一九八二年·重庆

编　者

北　京　铁　道　附　中　　　　　　姚印发

北京海淀区教师进修学校　王增民　朱　英

初一数学辅导与练习（下册）

重庆出版社出版　四川人民出版社重印

（重庆李子坝正街102号）

四川省新华书店发行　四川新华印刷厂印刷

开本787×1092　1/32　　印张　4.25　字数 [illegible]9 千

1982年12月第一版　　　　1982年12月成都第一次印刷

印数：1—1,138,000

书号：7114·29　　　　定价：0.31 元

前　言

长期以来，我们感到：学生迫切需要一种能帮助他们学好功课的课外读物；家长希望有一种能督促和检查自己孩子学习的材料；教师欢迎出版一种能帮助自己辅导学生的书籍。为了解决这种问题，我们组织了一些有教学经验的教师，编写了这套书。

通过教学实践，我们认识到：

（1）只有把知识的结构分析清楚时，它才易于学生理解、记忆和运用；

（2）打好基础，是学生学好全部知识的前提。在基础知识之中，重点、难点之处掌握不好，又是有些学生学习不好的原因；

（3）引导学生对学过哪些主要题型心中有数，同时又掌握各类题型的解题规律，是提高学生解题能力的有效途径；

（4）在学好基础知识的前提下，提高综合运用知识的能力，以及把知识向深、广两个方面进行适当的引申，对学习较好的学生来说，不但是可以的，而且是应该的；

（5）知识必须通过不断地复习、检查，才能逐步深化、巩固。

基于以上认识，本书在编写时，在以下几个方面做了一

定努力：

（1） 注重知识系统和结构的分析；

（2） 注重基础知识，尤其是重点、难点部分的详细、通俗的讲解；

（3） 注重把习题归类，列出主要题型，配以典型的例题，并说明解题规律；

（4） 注重介绍教师的经验和体会，并适当启发学生对所学知识做更深入地思考；

（5） 在每单元之后，配备知识面尽量全、具有一定综合性、足以检查本单元的学习是否可以“通过”的自我检查题。

本书紧密配合教材，编排顺序与教材一致。

限于编者水平，不免出现错误或不妥之处，我们诚恳地希望读者给予批评指正。

北京市海淀区教师进修学校

1982年7月

目　　录

第五章　二元一次方程组……………………………（ 1 ）

一、二元一次方程组……………………………（ 1 ）

二、二元一次方程组的解法……………………（ 5 ）

三、三元一次方程组及其解法举例……………（ 16 ）

四、列方程组解应用题…………………………（ 20 ）

习题五……………………………………………（ 23 ）

自我检查题………………………………………（ 27 ）

第六章　整式的乘除…………………………………（ 29 ）

一、整式的乘法…………………………………（ 29 ）

二、乘法公式……………………………………（ 42 ）

三、整式的除法…………………………………（ 49 ）

习题六……………………………………………（ 56 ）

自我检查题………………………………………（ 58 ）

第七章　因式分解……………………………………（ 60 ）

一、因式分解的意义……………………………（ 60 ）

二、因式分解的方法……………………………（ 62 ）

习题七……………………………………………（ 79 ）

自我检查题………………………………………（ 81 ）

附：几种典型题的因式分解……………………（ 81 ）

第八章　分式…………………………………………（ 85 ）

一、分式的概念、基本性质及分式的运算…… (85)
二、分式方程…………………………………… (111)
习题八…………………………………………… (123)
自我检查题……………………………………… (125)
习题答案…………………………………………… (126)

第五章　二元一次方程组

从上册的一元一次方程中，我们深深感到一元一次方程在实际解题时用途是很多的；但有时遇到涉及的量比较多以及未知量也比较多的问题，再用一元一次方程来解，就感到不够方便，若能用两个或两个以上的未知数，根据条件布列出足够的方程，组成方程组来解决，那就要方便得多。为此认真学好一次方程组是很必要的。

一、二元一次方程组

1. 什么是二元一次方程

含有两个未知数并且含有这两个未知数的项的次数都是一次的方程，叫做二元一次方程。例如，方程 $x-4y+5=0$ 是二元一次方程；而 $xy+5x-y=0$ 就不是二元一次方程，因为 xy 项的次数是二次的；又如 $2x^3-5y=3$ 也不是二元一次方程，因为 $2x^3$ 这项是三次的。

2. 什么是二元一次方程的解

能够适合于一个二元一次方程的一对未知数的值，叫做这个二元一次方程的一个解。这里的"一个解"是指"一对适合于方程的未知数的值"。如$\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$是方程 $x+y=7$ 的一个

解；能适合于$x+y=7$的未知数的值有无数对，所以它有无数个解。任何一个二元一次方程都有无数个解。

二元一次方程的一个解是由两个相互联系相互制约的数值组成的，不是任意两个数值凑在一起就行的。如在$x+y=7$里，必须是由x、y的和是7的一对数才能组成方程$x+y=7$的一个解。

一个二元一次方程的解与一个一元一次方程的解是有区别的：(1)一元一次方程的解是一个数，而二元一次方程的解是一对一对的数。(2)一元一次方程的解一般地说只有一个，而二元一次方程的解有无数多个。

3. 二元一次方程的解的求法

要求二元一次方程的解，可以把二元一次方程化成用含有一个未知数的代数式表示另一个未知数的形式，然后再求解。如在$3x+2y=5$里，先化为$y=\frac{5-3x}{2}$，然后给出x的一些值，则可求出对应值y；若在$3x+2y=5$里，不先变形，而直接把x值代入，求对应值y就不方便；故在求二元一次方程的解时，要学会把方程变形，即用含有一个未知数的代数式表示另一个未知数的形式。

例：在方程$4x-5y-1=0$里，设$x=-1,\ -\frac{1}{2},-\frac{1}{4},\ 0,\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{2},\ 1$；求对应的y的值，并把各对对应的值列成表。

解：把$4x-5y-1=0$变形，得$y=\frac{4x-1}{5}$。

把所设 x 的值依次代入方程右边的 x，计算对应的 y 的值。

x	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
y	-1	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$

总结一元一次方程和二元一次方程的相同点和不同点是：

相同点：1)一元一次方程和二元一次方程都是整式方程。2)含有未知数的项的次数都是一次。

不同点：1)一元一次方程含有一个未知数。二元一次方程含有两个未知数。2)一般地，一元一次方程有一个解，二元一次方程有无数个解。3)一元一次方程的解也可以叫做根，二元一次方程的解不能叫做根。

此外，一元一次方程的一般形式是：$ax+b=0(a\neq 0)$，二元一次方程的一般形式是：$ax+by=c(a\neq 0,\ b\neq 0)$。

4. 什么是二元一次方程组

含有相同的两个未知数的两个一次方程所组成的方程组，叫做二元一次方程组。例如方程组$\begin{cases}x+y=5\\x-y=1\end{cases}$就是二元一次方程组。又如$\begin{cases}x+3y=2,\\\frac{x}{6}+\frac{2y}{3}=1\end{cases}$也是。而$\begin{cases}x+y=6,\\x^2-y^2=8\end{cases}$就不是，$\begin{cases}x+3y=9,\\y+z=7\end{cases}$与$\begin{cases}x+3y=2,\\\frac{6}{x}-2y=3\end{cases}$也不是二元一次方程组。

在 $x+y=5$（1）里有无数个解，如$\begin{cases}x=-1\\y=6\end{cases}$，$\begin{cases}x=1\\y=4\end{cases}$，$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$……。在 $x-y=1$（2）里也有无数个解，如$\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}$，$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$，……。可以看出方程（1）（2）的公共解是$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$。我们称$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$是方程组$\begin{cases}x+y=5\\x-y=1\end{cases}$的解。

在方程组里所有方程的公共解，叫做这个方程组的解。

求方程组的解或者确定方程组有没有解的过程，叫做解方程组。

值得说明的是：（1）在表示方程组时，要用联立号，即"$\{$"把各方程合写在一起；方程组的解也要用"$\{$"写在一起。（2）在方程组$\begin{cases}x+y=5 & (1)\\2x+2y=10 & (2)\end{cases}$里，它实际只是一个二元一次方程，所以这个方程组的解是有无数个。在方程组$\begin{cases}x+y=5 & (1)\\x+y=7 & (2)\end{cases}$里，（1）（2）没有公共解，因为从题中看到，$x$ 与 y 的和既等于5又等于7，这显然是矛盾的。这样的方程组是无解的。

含有相同的两个未知数的两个一次方程所组成的方程组，除特殊情况外只有一个解。

练　　习

一、下列方程组中，哪些是二元一次方程？哪些不是？说出道理来？

（1）$5x=3+y$；　（2）$x-1=y^2$；

（3）$\frac{1}{x}-1=0$；　（4）$x=0$.

二、用含有一个未知数的代数式表示另一个未知数。

(1) $x+y=3$;　(2) $3x-y=-7$;　(3) $-y=3x+4$;

(4) $2x+3y=9$;　(5) $\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}y=-1$.

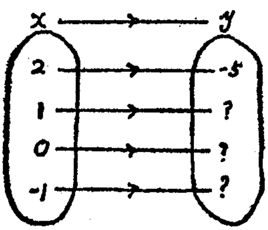
3. (1) $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$是不是方程组$\begin{cases}3x+4y=2,\\2x-y=5\end{cases}$的解?

$\begin{cases}x=2,\\y=-2\end{cases}$是不是? $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$是不是?

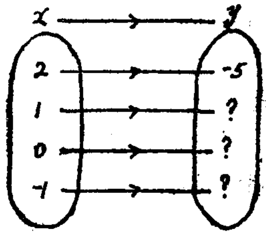
4. 在方程 $3x-2y=-1$ 里,用含有 x 的代数式表示y,然后求出x等于 -2, -1, $-\frac{1}{3}$, 0, $\frac{1}{3}$, 1, 2 时对应的 y 的值。

5. 在下图中,求出图里的"?",并从图里找出$\begin{cases}2x+y=-1\\3x+y=1\end{cases}$的解。

$2x+y=-1$



$3x+y=1$



5. 方程组$\begin{cases}x+y=6,\\x-y=2\end{cases}$的解是不是方程 $x=2y$的一个解?

6. $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$是方程 $3x+4y=2$ 的一个解吗? 是方程 $y=2x-5$ 的一个解吗? 是这两个方程的公共解吗?

二、二元一次方程组的解法

在解二元一次方程组时,关键是把原方程组转化成为新的方程组,而且所得的新方程组的两个方程分别是含有两个未知数的一元一次方程。这里就产生一个很重要的问题,所

得新方程组的解与原方程组的解相同吗？可能不可能多了？可能不可能少了？如果在解的过程中，方程组的解增多了、或减少了，都不能达到解方程组的目的。为了保证在解方程组的过程中，方程组的解保持不变，我们要学习一些保证方程组的解不起变化的知识，这就是同解方程组的概念及与它有关的知识。

1. 什么是同解方程组

在两个方程组里，如果第一个方程组的解都是第二个方程组的解，并且第二个方程组的解也都是第一个方程组的解；也就是说，如果它们的解完全相同，那么这两个方程组叫做同解方程组。

在解二元一次方程组时，就是依据同解方程组的理论，逐步推导，保证方程组的解不变，最后得出$\begin{cases}x=a,\\y=b\end{cases}$的形式。

在解方程组的过程中，为保证方程组同解，有下面三条同解性质：

i) 如果把方程组里的任何一个方程换成和这个方程同解的方程，那么所得的新的方程组和原方程组同解。

例如，方程组$\begin{cases}2x+y=3,\\x-2y=-1\end{cases}$和$\begin{cases}2x+y=3,\\x=2y-1\end{cases}$同解。

又如$\begin{cases}2x+3y=3,\\3x-2y=-1\end{cases}$和$\begin{cases}6x+9y=9,\\6x-4y=-2\end{cases}$同解。

ii) 如果方程组里的一个方程是一个未知数用另一个未知数的代数式来表示的形式，在方程组的另一个方程里把这个未知数换成这个代数式，那么所得的新的方程组和原方程组同解。

例如，方程组$\begin{cases}2x+y=3,\\x=2y-1\end{cases}$和$\begin{cases}2(2y-1)+y=3,\\x=2y-1\end{cases}$同解。

iii) 如果把方程组里的两个方程的两边分别相加或者相减得出一个新的方程，并且把原方程组里的任何一个方程换成这个新的方程，那么所得的新的方程组和原方程组同解。

例如，方程组$\begin{cases}x+y=5,\\x-y=1\end{cases}$和$\begin{cases}x+y=5,\\(x+y)+(x-y)=5+1\end{cases}$同解.

方程组$\begin{cases}3x+2y=8\\3x+y=7\end{cases}$ 和$\begin{cases}(3x+2y)-(3x+y)=8-7\\3x+y=7\end{cases}$同解.

练　习

下列的每对方程组是同解方程组，指出它们是根据方程组同解的哪一条性质？

1) $\begin{cases}2x+3y=5,\\3x-y=2;\end{cases}$ 和$\begin{cases}2x+3y=5.\\y=3x-2;\end{cases}$

2) $\begin{cases}y=x+1,\\3x-y=1;\end{cases}$ 和$\begin{cases}y=x+1,\\3x-(x+1)=1;\end{cases}$

3) $\begin{cases}y=5-3x,\\x=\dfrac{1}{2};\end{cases}$ 和$\begin{cases}y=5-3\times\dfrac{1}{2},\\x=\dfrac{1}{2};\end{cases}$

4) $\begin{cases}x+y=5,\\x-y=1;\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x+y=5,\\(x+y)+(x-y)=5+1;\end{cases}$

5) $\begin{cases}2x+y=5,\\3x=6;\end{cases}$ 和$\begin{cases}2x+y=5,\\x=2;\end{cases}$

6) $\begin{cases}x+2y=2,\\x=1;\end{cases}$ 和$\begin{cases}1+2y=2,\\x=1;\end{cases}$

7) $\begin{cases}3x+4y=11,\\x=1;\end{cases}$ 和$\begin{cases}3+4y=11.\\x=1,\end{cases}$ 和$\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

2. 二元一次方程组的解法

在解二元一次方程组时，一般地总是先消去一个未知数，然后再解，这是解题的基本思想，消去一个未知数的方法不外两种：1）代入消元法，2）加减消元法。

（1） 用代入消元法解二元一次方程组

例：$\begin{cases}3x+4y=2, & (1)\\y=2x-5. & (2)\end{cases}$ 我们用同解方程组的有关知识来解。

根据方程组同解性质（2），原方程组与

$$\begin{cases}3x+4(2x-5)=2,\\y=2x-5\end{cases} \quad 同解.$$

又∵ $3x+4(2x-5)=2$ 与 $x=2$ 同解；

又根据方程组同解性质（1），所得方程组与

$$\begin{cases}x=2,\\y=2x-5\end{cases} \quad 同解；$$

再根据同解方程组性质（2），所得方程组与

$$\begin{cases}x=2,\\y=2\times2-5\end{cases} \quad 同解；$$

由此可知，原方程组的解是$\begin{cases}x=2,\\y=-1.\end{cases}$

我们在解题时，一般只用下面的格式表示。

例1. 解方程组：$\begin{cases}3x+4y=2, & (1)\\y=2x-5. & (2)\end{cases}$

解　把（2）代入(1)，得

$$3x+4(2x-5)=2, \quad \therefore \quad x=2.$$

把 $x=2$ 代入(2)，得　$y=-1$,

$$\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$$

检验：把 $x=2$，$y=-1$ 代入(1)：

左边 $=6+(-4)=2$，右边 $=2$.

把 $x=2$，$y=-1$ 代入(2)：

左边 $=-1$，右边 $=4-5=-1$.

$\therefore$ 方程组的解是 $\begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$

说明：以后的检验可以不必写出.

例2．解方程组：$\begin{cases} x-2y=5, & (1) \\ 5x-3y=\dfrac{1}{2}. & (2) \end{cases}$

解：由(1)，$x=2y+5$，　　　　(3)

把（3）代入（2），$5(2y+5)-3y=\dfrac{1}{2}$.

解之　$y=-\dfrac{7}{2}$.

把　$y=-\dfrac{7}{2}$ 代入(3)，$x=-2$.

$$\therefore \begin{cases} x=-2, \\ y=-\dfrac{7}{2}. \end{cases}$$

例3. 解方程组 $\begin{cases}3x+2y=12, & (1)\\ 4x-5y=-7. & (2)\end{cases}$

解：由（1），$y=\dfrac{12-3x}{2}$.　　　　（3）

把（3）代入（2），$4x-\dfrac{5(12-3x)}{2}=-7$.

解之　　　　$x=2$,

把 $x=2$ 代入（3）　　　　$y=3$.

$\therefore\quad\begin{cases}x=2,\\ y=3.\end{cases}$

以上三个例题的解题方法就是代入消元法，简称代入法，关键是通过等量代换“代入”的办法消去一个未知数。用代入法解二元一次方程组的一般步骤是：

1. 把一个方程里的一个未知数，用含有另一个未知数的代数式表示出来；

2. 用这个代数式代入另一个方程，消去一个未知数，得到一个一元一次方程；

3. 解这个一元一次方程，求出一个未知数的值；

4. 把求得的值代入第一步所得的代数式中，求出另一个未知数的值联立；即写成 $\begin{cases}x=a,\\ y=b\end{cases}$ 的形式.

5. 检验

说明：1. 由上面三个例题可以看出，例1的两个方程中，方程（2）$y=2x-5$ 是用含有 x 的代数式表示 y 的形式，所以直接把（2）代入（1）就可以达到消去一个未知数的目的. 在例2的方程（1）里，x 的系数是1，由此