高等数学辞典

主　编

钱吉林　肖新平　穆汉林

徐千里　胡沐辉　何国新

华中师范大学出版社

(鄂)新登字 11 号

图书在版编目(CIP)数据

高等数学辞典/钱吉林等主编.—武汉:华中师范大学出版社,1999.10

ISBN 7-5622-2064-6/O·120

Ⅰ.高… Ⅱ.钱… Ⅲ.高等数学-词典 Ⅳ.O13-61

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 27214 号

高等数学辞典

©钱吉林 等主编

华中师范大学出版社出版发行

(武昌桂子山 邮编:430079)

新华书店湖北发行所经销 湖北省新华印刷厂印刷

责任编辑:郑学群 木 易 封面设计:桃 之

责任校对:罗少琳 张 钟 崔毅然 督 印:朱 虹

开本:850×1168 1/32 印张:67 字数:2332 千字

版次:1999 年 10 月第 1 版 1999 年 10 月第 1 次印刷

印数:1-3 000 定价:95.00 元

《高等数学辞典》编辑委员会

主　编　钱吉林　肖新平　穆汉林　徐千里　胡沐辉　何国新

副主编　张祖发　徐德义　刘丁酉　杨发明　袁黎明　陈国钧
李开丁　段　汕　刘　恒　刘富贵　查金茂　刘康泽
童丽珍　栾静闻　詹前涌　许彧华　李　政　张　琳
刘克宁　徐建豪　陈振龙　童仕宽　李宇光　宋占奎
杨　谦　胡家喜　敖为珍　龚雄兴

编　委（按姓氏笔画为序）
马永和　刘　原　刘　恒　刘丁酉　刘克宁　刘富贵
刘康泽　孙　炎　许彧华　许曼华　李　政　李　莉
李　渺　李小强　李开丁　李宇光　李淑华　张　琳
张祖发　张忠诚　陈国钧　陈振龙　杨　谦　杨发明
吴泉源　何国新　肖业胜　肖映红　肖新平　肖海军
宋占奎　邱学绍　沈献清　罗　琳　罗悍东　胡沐辉
胡家喜　段　汕　段清堂　查金茂　赵玉怀　徐千里
徐建豪　徐德义　袁黎明　梅凤兰　钱吉林　栾静闻
唐洪敏　敖为珍　黄　明　龚雄兴　童仕宽　童丽珍
傅中华　董建新　詹前涌　穆汉林

前　言

高等数学是近代数学的基础，也是当代大学生的重要基础课。掌握它是高级工程技术人才所必须具备的基本数学素质。为了有利于广大读者全面系统地学习、掌握高等数学的基本概念、基本理论、基本方法和技巧，我们组织了湖北、湖南、广东、河南、河北、陕西、海南等省市一批具有丰富教学经验，并熟悉硕士研究生入学试题的教师编写了这部大型辞典。

本辞典分为高等数学题典，硕士研究生入学考试题典和高等数学史料典三个部分，它具有以下特点：

1. 内容全面，覆盖面广。它不仅包含了高等数学的所有理论内容，并介绍了有关高等数学的历史资料和一些数学家的小传。特别还介绍了一些数学符号产生的历史。

2. 题材丰富，可读性强。本辞典第一篇高等数学题典中，共有大小条目 4827 个，其中包含了同济大学高等数学(第四版)中所有大小习题 1919 个。第二篇全国硕士生入学考试题典，共有大小题目 1882 个。它不仅包含了 1987～1997 年全国统考的高等数学(一)、(二)、(三)、(四)、(五)的题目与解答，还编入了统考前(即 1987 年前)部分院校的硕士生入学试题。另外本辞典还编入了一些国内外高等数学竞赛题。第三篇是高等数学史料典，介绍了与高等数学有关的一些数学符号史及数学家小传等。

3. 注重理论，强调应用。本辞典补证了目前流行的高等数学教材中没有证明的一些定理，比如闭区间上连续函数的性质的证明等，以便读者查用。此外还强调了数学理论与方法在两个方面的应用：一是在数学中的应用，比如在几何中的应用等；再是数学在物理、经济中的应用。

4.题型多样,方法典型、新颖,解答简洁,论证严谨,富有启发性。这对读者提高数学素质修养无疑是有益的。特别对参加研究生考试的应试生和正在学习《高等数学》的广大读者,能起到把握课程重点,扩大视野,启迪思维,提高解决问题和分析问题的能力,都会有指导功能。

湖北省科学技术史学会秘书长、华中师范大学数学系郭熙汉老师为本书审阅"高等数学史料典"部分,提出一些宝贵的修改意见,特在此表示感谢。

由于时间仓促,水平有限,不足之处恳请读者批评指正。

《高等数学辞典》编辑委员会

1999年9月

目　　录

第一篇　高等数学题典

第一章　函数……………………………………………（1）
§1　集合 ………………………………………………（1）
§2　函数概念 …………………………………………（5）
§3　函数的性质………………………………………（16）
§4　反函数……………………………………………（27）
§5　初等函数…………………………………………（31）
§6　分段函数…………………………………………（41）
第二章　极限 …………………………………………（47）
§1　数列极限…………………………………………（47）
§2　函数的极限………………………………………（63）
§3　无穷小与无穷大…………………………………（70）
§4　极限运算法则,两个重要极限 …………………（74）
§5　无穷小的比较……………………………………（81）
第三章　连续函数 ……………………………………（88）
§1　连续与间断………………………………………（88）
§2　连续函数的运算…………………………………（99）
§3　闭区间上连续函数的性质 ……………………（111）
§4　一致连续性 ……………………………………（120）
第四章　导数…………………………………………（125）
§1　导数概念 ………………………………………（125）

§2 求导法则 …………………………………… (145)
§3 高阶导数 …………………………………… (159)
§4 隐函数与参数方程确定的函数求导 ………… (170)
第五章 微分……………………………………… (179)
§1 微分定义及性质 …………………………… (179)
§2 微分形式不变性、高阶微分………………… (191)
§3 微分近似计算 ……………………………… (201)
第六章 中值定理………………………………… (211)
§1 中值定理 …………………………………… (211)
§2 洛必达(L'Hpspital)法则 ………………… (243)
§3 泰勒(Taylor)公式 ………………………… (258)
第七章 函数的图像、极值与最值 ……………… (280)
§1 函数的单调性 ……………………………… (280)
§2 函数的极值与最值 ………………………… (296)
§3 曲线的凹凸性与拐点 ……………………… (317)
§4 渐近线与曲率 ……………………………… (323)
§5 函数图像的描绘 …………………………… (332)
§6 方程的近似解 ……………………………… (341)
第八章 不定积分………………………………… (345)
§1 不定积分的概念与性质 …………………… (345)
§2 第一类换元积分法(凑微分法) …………… (357)
§3 第二类换元积分法 ………………………… (370)
§4 分部积分法 ………………………………… (381)
§5 几种特殊类型函数的积分与积分表的使用 … (394)
第九章 定积分…………………………………… (411)
§1 定积分的概念与性质 ……………………… (411)
§2 定积分基本公式 …………………………… (423)
§3 定积分的计算 ……………………………… (439)
§4 广义积分、Γ-函数 ………………………… (457)
第十章 向量代数………………………………… (473)

§1　空间直角坐标系 …………………………………… (473)
§2　向量及其加减法、向量与数的乘法…………… (477)
§3　向量的坐标 ………………………………………… (484)
§4　数量积、向量积、混合积、二重积……………… (491)
第十一章　空间图形………………………………… (516)
§1　曲面方程与曲线方程 ………………………… (516)
§2　平面及其方程 …………………………………… (530)
§3　空间直线及其方程 ……………………………… (542)
§4　二次曲面 ………………………………………… (561)
第十二章　多元函数微分法………………………… (573)
§1　多元函数的极限与连续 ……………………… (573)
§2　偏导数 …………………………………………… (583)
§3　全微分 …………………………………………… (594)
§4　复合函数与隐函数求导 ……………………… (607)
§5　微分法在几何上的应用 ……………………… (631)
§6　方向导数与梯度 ………………………………… (643)
§7　多元函数的极值与最值 ……………………… (651)
第十三章　重积分…………………………………… (674)
§1　重积分的概念与性质 ………………………… (674)
§2　二重积分的计算 ………………………………… (683)
§3　三重积分的计算 ………………………………… (730)
§4　含参变量的积分 ………………………………… (754)
第十四章　曲线积分………………………………… (759)
§1　对弧长的曲线积分 ……………………………… (759)
§2　对坐标的曲线积分 ……………………………… (771)
§3　格林(Green)公式及其应用…………………… (788)
第十五章　曲面积分………………………………… (815)
§1　第一类曲面积分 ………………………………… (815)
§2　第二类曲面积分 ………………………………… (839)
§3　高斯(Gauss)公式、斯托克斯(Stokes)公式　… (869)

§4 场论初步 …………………………………… (899)
第十六章 数项级数…………………………………… (913)
§1 常数项级数的概念与性质 ……………………… (913)
§2 正项级数 …………………………………… (929)
§3 交错级数 …………………………………… (952)
§4 条件收敛与绝对收敛 ………………………… (958)
第十七章 幂级数…………………………………… (977)
§1 函数项级数的概念与性质 ……………………… (977)
§2 幂级数的收敛半径与收敛区间 ………………… (986)
§3 幂级数的运算 ………………………………… (997)
§4 幂级数展开…………………………………… (1009)
§5 函数值的近似计算…………………………… (1018)
第十八章 傅立叶(Fourier)级数 ……………………… (1025)
§1 傅立叶级数的概念、性质与展开 ……………… (1025)
§2 正弦级数与余弦级数………………………… (1037)
§3 周期为 $2l$ 的周期函数的傅立叶级数 ……… (1056)
第十九章 一阶微分方程 ……………………………… (1074)
§1 微分方程的基本概念………………………… (1074)
§2 可分离变量的微分方程……………………… (1078)
§3 齐次方程…………………………………… (1093)
§4 一阶线性方程……………………………… (1103)
§5 全微分方程………………………………… (1116)
§6 可降阶的高阶微分方程……………………… (1124)
第二十章 二阶常系数线性微分方程 ………………… (1140)
§1 高阶线性微分方程…………………………… (1140)
§2 二阶常系数齐次线性微分方程……………… (1153)
§3 二阶常系数非齐次线性微分方程…………… (1158)
§4 欧拉方程、微分方程幂级数解法与欧拉－柯西近似法
……………………………………………… (1172)
§5 常系数线性微分方程组的解法……………… (1182)

第二十一章　微积分在经济中的应用 ……………… (1190)
§1　函数的应用……………………………………… (1190)
§2　微分学的应用…………………………………… (1200)
§3　积分学的应用…………………………………… (1229)
§4　微分方程的应用………………………………… (1235)
第二十二章　微积分在几何中的应用 ……………… (1246)
§1　函数与极限的应用……………………………… (1246)
§2　微分学的应用…………………………………… (1254)
§3　积分学的应用…………………………………… (1277)
§4　微分方程与级数的应用………………………… (1316)
第二十三章　微积分在物理中的应用 ……………… (1332)
§1　微分学的应用…………………………………… (1332)
§2　积分学的应用…………………………………… (1334)
§3　向量代数与微分方程的应用…………………… (1375)
第二十四章　高等数学中若干定理的补充证明 …… (1379)
§1　微分学中某些定理的证明……………………… (1379)
§2　积分学与向量代数中某些定理的证明………… (1389)
§3　多元函数微分学中某些定理的证明…………… (1392)
§4　曲线积分、级数、微分方程中某些定理的证明 ……………………………………………… (1402)
第二十五章　国内外高等数学竞赛题选编 ………… (1413)
§1　极限与连续……………………………………… (1413)
§2　一元微分学……………………………………… (1420)
§3　一元积分学……………………………………… (1427)
§4　多元微积分学…………………………………… (1436)
§5　级数与微分方程………………………………… (1447)

第二篇　全国硕士研究生入学《高等数学》试题题典

第一章　函数 ……………………………………… (1450)

第二章 极限 …………………………………………………… (1458)
第三章 连续函数 ……………………………………………… (1498)
第四章 导数 …………………………………………………… (1512)
第五章 微分 …………………………………………………… (1552)
第六章 中值定理 ……………………………………………… (1554)
第七章 函数图像、极值、最值 ……………………………… (1581)
第八章 不定积分 ……………………………………………… (1622)
第九章 定积分 ………………………………………………… (1644)
第十章 矢量代数 ……………………………………………… (1704)
第十一章 空间图形 …………………………………………… (1711)
第十二章 多元函数微分学 …………………………………… (1716)
第十三章 重积分 ……………………………………………… (1766)
第十四章 曲线积分 …………………………………………… (1803)
第十五章 曲面积分 …………………………………………… (1834)
第十六章 数项级数 …………………………………………… (1859)
第十七章 幂级数 ……………………………………………… (1876)
第十八章 傅立叶级数 ………………………………………… (1913)
第十九章 一阶微分方程 ……………………………………… (1941)
第二十章 二阶常系数微分方程 ……………………………… (1975)
第二十一章 微积分在几何中的应用 ………………………… (2016)
第二十二章 微积分在经济中的应用 ………………………… (2043)
第二十三章 微积分在物理学及其它方面的应用 … (2049)

第三篇 高等数学史料典

第一章 微积分简史及其先驱者的传略 ……………… (2077)
§1 微积分发展简史……………………………………… (2077)
§2 与高数有关的一些数学家的传略…………………… (2083)
第二章 数学符号简史 ……………………………………… (2105)
§1 数学符号及其分数…………………………………… (2105)
§2 初等数学符号史……………………………………… (2106)

§3　微积分符号史…………………………………（2116）
§4　线性代数及向量代数符号史…………………（2123）
§5　数理逻辑符号史………………………………（2126）
附:数学符号诞生的时间表……………………………（2128）

第一篇　高等数学题典

第一章　函　　数

§1　集合

1.　什么是集合?

答　集合是不加定义的最原始概念,它只能通过描述来理解.所谓集合就是指具有某种特定性质的事物的总体,组成这个集合的每一事物叫做该集合的元素.当 a 是集合 A 中的元素时,记作 $a\in A$;当 a 不是集合 A 的元素时,记作 $a\notin A$.集合中的元素具有确定性,互异性,无序性这三种特性.

集合分有限集与无限集两种.由有限个元素组成的集合叫做有限集,否则叫做无限集.不含任何元素的集合叫做空集,记作 $\varnothing$.空集也是有限集.

2.　集合有哪几种表示方法?

答　集合有两种表示方法:

(1)列举法　即列出集合中的所有元素,并用花括号括起来.例如 $A=\{a,b,c\}$.

(2)描述法　即把属于集合中的所有元素具有的性质描述出来,用两部分写在花括号里,前面为集合的元素,后面为元素所具有的性质.例如 $\{(x,y)\mid x^2+y^2=1,x,y$ 为实数$\}$.

3.　什么是数集? 常见的数集有哪些?

答　由数组成的集合叫做数集.常见的数集有:实数集 $\mathbf{R}$,有理数集 $\mathbf{Q}$,整数集 $\mathbf{Z}$,正整数(或自然数)集 $\mathbf{N}$,复数集 $\mathbf{C}$.

另外,区间也是用得较多的一类数集.常见的区间有:开区间 (a,b),闭区间 $[a,b]$,半开区间 $[a,b)$ 与 $(a,b]$,无限区间 $[a,+\infty)$,$(-\infty,b]$ 及 $(a,+\infty)$,$(-\infty,b)$,$(-\infty,+\infty)$.

4.　什么是邻域?

答　设 a 与 δ 是两个实数,且 $\delta>0$,数集 $\{x\mid |x-a|<\delta\}$ 称为点 a 的 δ

邻域，记作$U(a,\delta)$，点a叫做这邻域的中心，δ叫做这邻域的半径.

点a的δ邻域去掉中心a后所得数集称为点a的去心的δ邻域，记作$U(\dot{a},\delta)$，即$U(\dot{a},\delta)=\{x\mid 0<|x-a|<\delta\}$.

5.　集合间有哪些关系？

答　(1)子集　如果集合A的每一个元素都是集合B的元素(即若$a\in A$，必有$a\in B$)，则称A是B的子集，记作$A\subset B$或$B\supset A$.

(2)相等　设A和B是两个集合，若$A\subset B$且$B\subset A$，则称集合A与B相等，记作$A=B$.

6.　什么是并集？交集？差集？补集？

答　设A和B是两个集合，由所有属于A或属于B的元素组成的新集合称为集合A与B的并集，记作$A\cup B$，即$A\cup B=\{x\mid x\in A$或$x\in B\}$.

属于A同时又属于B的所有元素组成的集合称为A与B的交集，记作$A\cap B$，即$A\cap B=\{x\mid x\in A$且$x\in B\}$.

属于A而不属于B的所有元素组成的集合，称为A与B的差集，记作$A-B$，即$A-B=\{x\mid x\in A$且$x\notin B\}$.

设有全集E，集合$A\subset E$，由E中所有不属于A的元素组成的集合称为A的补集，记作$\overline{A}$，即$\overline{A}=\{x\mid x\in E$且$x\notin A\}$.

7.　什么是幂集？

答　设A是一个集合，由A的所有子集组成的集合，称为集合A的幂集，记作$P(A)$.

8.　集合的并、交、补运算有哪些基本规律？

答　对于全集E的任意子集A,B,C，其并、交、补运算有如下基本规律：

(1) 交换律　$A\cup B=B\cup A$；

$A\cap B=B\cap A$.

(2) 结合律　$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$；

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.

(3) 分配律　$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$；

$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.

(4) 幂等律　$A\cup A=A$；$A\cap A=A$.

(5) 同一律　$A\cup\varnothing=A$；$A\cap E=A$.

(6) 零一律　$A\cup E=E$；$A\cap\varnothing=\varnothing$.

(7) 互补律　$A\cup\overline{A}=E$；$A\cap\overline{A}=\varnothing$.

(8) 对合律　$\overline{\overline{A}}=A$.

(9) 吸收律　$A\cup(A\cap B)=A$;

$A\cap(A\cup B)=A$.

(10) 德·摩根(De Morgan)律

$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B};\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}.$$

9. 下列关系中,正确的是　(　　)

A. $\{0\}=\varnothing$　B. $\varnothing\in\{0\}$　C. $\varnothing\subset\{0\}$　D. $0\subset\varnothing$

答 C.

10. 下列各组中的 P 与 M 表示同一集合的是　(　　)

A. $P=\varnothing,M=\{0\}$

B. $P=\{(2,3)\},M=\{(3,2)\}$

C. $P=\{\pi\},M=\{3.1416\}$

D. $P=\{1,2,\cdots,n\},M=\{n,n-1,\cdots,2,1\}$

答 D.

11. 已知$\{1,2\}\subset M\subset\{1,2,3,4,5\}$,那么这样的集合 M 有　(　　)

A. 6个　B. 7个　C. 8个　D. 9个

答 C. 因为集合 M 必须是包含 1,2 两个元素的 2 元集,3 元集,4 元集,5 元集等四种:

2 元集有:$\{1,2\}$;

3 元集有:$\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,5\}$;

4 元集有:$\{1,2,3,4\},\{1,2,3,5\},\{1,2,4,5\}$;

5 元集有:$\{1,2,3,4,5\}$.

总共有 8 个.

12. 设全集 $E=\{2,3,a^2+2a-3\},A=\{|a+1|,2\},\overline{A}=\{5\}$,则 a 等于　(　　)

A. 2　B. -3 或 1　C. -4　D. -4 或 2

答 D. 因为 $5\in E$,所以 $a^2+2a-3=5\Longrightarrow a=-4$ 或 2.

13. 已知 $A=\{x\mid f(x)=0\},B=\{x\mid g(x)=0\},C=\{x\mid\varphi(x)=0\}$,

则方程组$\begin{cases}f(x)g(x)=0,\\ \varphi(x)=0.\end{cases}$的解集是　(　　)

A. $A\cap B\cap C$　B. $(A\cup B)\cap C$

C. $(A\cap B)\cup C$　D. $(A\cup B)\cup C$

答 B. 因为方程 $f(x)g(x)=0$ 的解是 $f(x)=0$ 或 $g(x)=0$,即$A\cup B$.

而方程组的解应是构成方程组的各方程的公共解，故应为$(A\cup B)\cap C$.

14. 设全集 $E=\{x\mid x$ 是不大于 20 的质数$\}$，若有 $A\cap\overline{B}=\{3,5\}$，$\overline{A}\cap B=\{7,19\}$，$\overline{A}\cap\overline{B}=\{2,17\}$，则 $A=$____；$B=$____.

答　$\{3,5,11,13\}$；$\{7,11,13,19\}$.

因 $E=\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$，由 $\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}=\{2,17\}$，则 $A\cup B=\{3,5,7,11,13,19\}$，故 $A\cap B=A\cup B-((A\cap\overline{B})\cup(B\cap\overline{A}))=\{11,13\}$，故 $A=(A\cap\overline{B})\cup(A\cap B)=\{3,5,11,13\}$，$B=(B\cap\overline{A})\cup(A\cap B)=\{7,11,13,19\}$.

15. 若 $M=\{x\mid 2x+a=0,a\in\mathbf{R}\}$，$P=\{x\mid 1<x<4$ 且 $x\in\mathbf{N}\}$，且 $M\cap P$为非空集合，则 $a=$____.

答　-4 或 -6.　因 $M=\{x\mid 2x+a=0\}=\left\{-\frac{a}{2}\right\}$，$P=\{x\mid 1<x<4$ 且 $x\in\mathbf{N}\}=\{2,3\}$. 又 $M\cap P\neq\varnothing$，故 $M\cap P=\{2\}$或$\{3\}$，即 $-\frac{a}{2}=2$ 或 $-\frac{a}{2}=3$，即 $a=-4$ 或 -6.

16. 如果有限集合 A 的元数为 n，则其幂集 $P(A)$的基数 $N=$____.

答　2^n.　因 A 的所有由 m 个元素组成的子集的个数为从 n 个元素中取 m 个元素的组合数 C_n^m. 另外，$\varnothing\subset A$，所以 $P(A)$的元素 N 可以表示为：

$$N=1+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=\sum_{m=0}^{n}C_n^m.$$

由二项式定理知：$N=\sum\limits_{m=0}^{n}C_n^m=2^n$.

17. 用区间表示下列集合：

(1) $I_1=\{x\mid 2<x\leqslant 6\}$；　　(2) $I_2=\{x\mid x\geqslant 0\}$；

(3) $I_3=\{x\mid x^2<9\}$；　　(4) $I_4=\{x\mid |x-3|\leqslant 4\}$；

(5) $I_5=\{x\mid 1<|x-2|<5\}$.

解　(1) $I_1=(2,6]$.

(2) $I_2=[0,+\infty)$.

(3) $I_3=(-3,3)$.

(4) 由 $|x-3|\leqslant 4\Longrightarrow -1\leqslant x\leqslant 7$，则 $I_4=[-1,7]$.

(5) $\begin{cases}1<|x-2|\\|x-2|<5\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}x-2>1\text{ 或 }x-2<-1\\-5<x-2<5\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}x>3\text{ 或 }x<1\\-3<x<7\end{cases}$

$\Longrightarrow I_5=(-3,1)\cup(3,7)$.

18. 集合 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$，求 a 的值.

解　由 $x^2-5x+6=0$，得 $B=\{2,3\}$；由 $x^2+2x-8=0$，得 $C=\{2,-4\}$.

因为 $A\cap C=\varnothing$，所以 $2,-4$ 都不是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的根. 又因为 $A\cap B\neq\varnothing$，所以 3 是方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的根，即 $3^2-3a+a^2-19=0$，解得 $a=5$ 或 $a=-2$.

当 $a=5$ 时，方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 变为 $x^2-5x+6=0$，得 $A=\{2,3\}$. 这与已知条件 $A\cap C=\varnothing$ 相矛盾，故舍去 $a=5$.

当 $a=-2$ 时，方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 变为 $x^2+2x-15=0$，得 $A=\{-5,3\}$，这时 $A\cap C=\varnothing, A\cap B=\{3\}$，故所求值为 $a=-2$.

19.　在一个班级的50名学生中，有 21 名在高等数学的考试中取得优秀成绩，有 26 名学生在线性代数的考试中取得优秀成绩，假如有 17 名学生两科考试中都没有取得优秀成绩，试问有多少名学生在两科考试中都取得优秀成绩？

解　设 $A=\{$在高等数学考试中取得优秀成绩的学生$\}$，=21

$B=\{$在线性代数考试中取得优秀成绩的学生$\}$. =26

用 $|A|$ 表示 A 的元素个数，则 $|A|=21, |B|=26, |A\cup B|=50-17=33$，故 $|A\cap B|=|A|+|B|-|A\cup B|=21+26-33=14$.

20.　证明：对于任意 A,B,C 有 $(A\cap B)\cup C=A\cap(B\cup C)$ 的充要条件是 $C\subset A$.

证　先证必要性. $\forall x\in C\Longrightarrow x\in(A\cap B)\cup C=A\cap(B\cup C)\Longrightarrow x\in A$，即 $C\subset A$.

再证充分性. 若 $C\subset A\Longrightarrow A\cup C=A\Longrightarrow(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)=A\cap(B\cup C)$.

§2　函数概念

21.　什么是常量、变量？

答　在某一过程中，保持一定数值的量叫常量，可取不同数值的量叫变量.

22.　什么是函数？什么是函数的定义域和值域？

答　设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集. 如果 $\forall x\in D$，变量 y 按照某个对应法则 f，都有确定的数值和它对应，则称 y 是 x 的函数，记作 $y=f(x)$. 数集 D 叫做这个函数的定义域，x 叫做自变量，y 叫做因变量，或