



高等学校统编教材

船舶导航定位系统

程 禄 焦传道 黄德鸣 编

国防工业出版社

分册

ISBN 7-118-00851-6/U·76

定价：4.60 元

船舶导航定位系统

程 禄
焦 传 道 编
黄 德 鸣

国防工业出版社

(京)新登字106号

内 容 简 介

本书主要讲述船舶导航定位系统,共分八篇:导航基础;推算航行系统;陆标定位;天文导航;无线电导航系统(含测向仪原理、雷达导航、台卡、奥米加、罗兰A、罗兰C诸系统);卫星导航(含NNSS系统和GPS系统原理及概况);组合导航系统;其它导航系统。内容广泛而丰富,旨在拓宽导航知识面,使学生掌握各种船舶导航方式的概况、基本原理和误差分布情况。

本书为船舶类高等院校惯性导航与仪表专业本科生的专业课教材,也可作为相近专业和陀螺导航设备研究生选修课教材及供有关专业的工程技术人员参考。

船舶导航定位系统

程 禄

熊传道 编

黄德鸣

国防工业出版社出版

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092 1/16 印张17⁵/₈ 408千字

1991年10月第一版 1991年10月北京第一次印刷 印数: 001—350 册

ISBN 7-118-00851-6/U·76 定价: 4.60元

出版说明

根据国务院国发〔1978〕23号文件批转试行的《关于高等学校教材编审出版若干问题的暂行规定》，中国船舶工业总公司承担了全国高等学校船舶类专业教材的编审、出版的组织工作。自1978年以来，完成了两轮教材的编审、出版任务，共出版船舶类专业教材116种，对解决教学急需，稳定教学秩序，提高教学质量起到了积极作用。

为了进一步做好这一工作，中国船舶工业总公司成立了“船舶工程”、“船舶动力”两个教材委员会和“船电自动化”、“惯性导航及仪器”、“水声电子工程”、“液压”四个教材小组。船舶类教材委员会（小组）是有关船舶类专业教材建设的研究、指导、规划和评审方面的业务指导机构，其任务是做好高校船舶类教材的编审工作，并为提高教材质量而努力。

中国船舶工业总公司在总结前两轮教材编审出版工作的基础上，于1986年制订了《1986年—1990年全国高等学校船舶类专业教材选题规划》。列入规划的教材、教学参考书等共166种。本规划在教材的种类和数量上有了很大增长，以适应多层次多规格办学形式的需要。在教材内容方面力求做到两个相适应：一是与教学改革相适应；二是与现代科学技术发展相适应。为此，教材编审除贯彻“打好基础，精选内容，逐步更新，利于教学”的原则以外，还注意了加强实践性教学环节，拓宽知识面，注重能力的培养，以适应社会主义现代化建设的需要。

这批教材由各有关院校推荐，同行专家评阅，教材委员会（小组）评议，完稿后又经主审人审阅，教材委员会（小组）复审。本规划所属教材分别由国防工业出版社、人民交通出版社以及各有关高等学校的出版社出版。

限于水平和经验，这批教材的编审出版工作还会有许多缺点和不足，希望使用教材的单位和广大师生积极提出宝贵意见，以便改进工作。

中国船舶工业总公司教材编审室

1988年3月

前 言

本教材在1986年5月于九江召开的“船舶类高等院校教材会议”上被列为“七五”教材选题后,“惯性导航与仪器教材小组”于1987年1月在哈尔滨召开的教材编写大纲讨论会通过其编写大纲。本书可供船舶类高等院校惯性导航与仪表或相近专业本科生及研究生选用,计划讲授时数72学时。

“导航定位”在航海、航空及导弹、航天等领域都是不可缺少的应用技术,没有导航定位设备或系统,这些使用领域都不能发挥应有的技术战术作用。它像人的眼睛一样重要。《船舶导航定位系统》这门课程是为“惯性导航与仪表”或相近专业设置的专业课,旨在拓宽该专业学生的导航知识面,以便更好地适应导航技术发展的需要和社会对导航技术人才多方面的需要。

全书共分8篇25章,其中第一篇是导航基础,主要叙述地球的形状、坐标系及其转换和海图;第二篇是推算航行系统,包括计算航法、航向和速度设备原理简述及推算航行误差;第三篇是陆标定位,包含内容有陆标定位原理和陆标船位误差;第四篇是天文导航,内容有天体及天球坐标系、天文定位原理、观测天体求船位和天文船位误差分析;第五篇是无线电导航系统,内容有无无线电导航基础知识、无线电测向仪原理及误差、雷达导航、相位双曲线导航系统和脉冲、脉冲-相位双曲线系统等;第六篇是卫星导航系统,内容有子午仪导航系统(NNSS)和导航星全球定位系统(GPS);第七篇是组合导航系统,内容有组合导航系统的种类、组合导航数据处理方法和几种典型船用组合导航系统;第八篇是其它导航系统,分为水声导航系统和气象导航。

由上可知,本书内容相当丰富,而知识面又很宽,第一篇可扩展为一门课程,第二、三篇可合并为“地文航海”一门课程,第四篇可扩展为“天文航海”一门课程,第五、六篇可合并为“无线电导航”一门课程,第七篇是正在发展的一种组合导航方式,第八篇是介绍水声导航和气象导航。这样广泛的内容,编者在编写时着重于叙述各类导航的概况、基本原理及误差分析,而对各种导航设备、使用方法等未予编入。也就是说重点是围绕拓宽惯性导航与仪表专业学生的导航知识面而进行编写的。

本书由海军工程学院翁维开副教授主审,得到船舶工业总公司教材编审室和哈船院导航教研室的同志们大力帮助,编者在此谨向他们表示衷心感谢。

本书的第一篇、第六篇的第三章及第八篇由黄德鸣同志编写;第二篇、第四篇、第五篇、第七篇及附录由程禄同志编写;第三篇、第六篇的第一章及第二章由焦传道同志编写。

由于编者水平有限,书中一定存在不少缺点和错误,希望广大读者和使用本教材的院校师生给予批评指正。

编 者

1990年2月

目 录

第一篇 导航基础

第一章 地球的形状.....1	§ 4 大地坐标系的转换.....19
§ 1 地球的形状和大小.....1	第三章 海图.....22
§ 2 地球的纬度及主曲率半径.....5	§ 1 地图的投影与分类.....22
第二章 坐标系及其转换.....11	§ 2 海图比例尺.....26
§ 1 定义坐标系的三要素.....11	§ 3 墨卡托海图.....27
§ 2 地球平坐标系和瞬时坐标系.....12	§ 4 高斯投影图.....30
§ 3 大地坐标系.....13	

第二篇 推算航行系统

第一章 计算航法.....33	§ 2 计程仪原理.....56
§ 1 不计风流的计算航法.....33	第三章 推算航行误差.....62
§ 2 风流中计算航法.....37	§ 1 推算船位误差分析及精度估计.....62
第二章 航向、速度设备原理简述.....44	§ 2 系统误差的影响及分析方法.....66
§ 1 航向设备原理简述.....44	

第三篇 陆标定位

第一章 陆标定位原理.....69	第二章 陆标船位误差.....81
§ 1 船位线概念.....69	§ 1 船位线梯度和船位线均方误差.....81
§ 2 陆标定位原理.....71	§ 2 陆标观测船位精度的评定.....85
§ 3 陆标定位及其数学模型.....72	

第四篇 天文导航

第一章 天体及天球坐标系.....93	第三章 观测天体求船位.....110
§ 1 天体概述.....93	§ 1 求天体真高度.....110
§ 2 天球上的基本点、线和圆.....96	§ 2 观测天体求船位.....112
§ 3 赤道坐标系.....97	第四章 天文船位误差分析.....116
§ 4 天球地平坐标系.....100	§ 1 天体方位线和天文船位线 的曲率误差.....116
§ 5 天球作图及天文三角形.....101	§ 2 天文船位线的偶然误差.....118
第二章 天文定位原理.....103	§ 3 双星船位的偶然误差和系统误差.....121
§ 1 天文船位原理.....103	§ 4 最或是船位.....124
§ 2 高度差法.....106	§ 5 提高天文船位的准确性.....126
§ 3 天文船位线方程式.....108	

第五篇 无线电导航系统

第一章 无线电导航基础知识	129	§ 3 雷达测距误差和测向精确度	152
§ 1 无线电导航发展简史及趋势	129	§ 4 雷达避碰及标绘	153
§ 2 无线电波及其分类	131	第四章 相位双曲线导航系统	158
§ 3 无线电导航中所用测量方法	135	§ 1 台卡双曲线导航系统的原理	158
§ 4 无线电导航系统分类及基本技 术要求	138	§ 2 台卡的误差	164
第二章 无线电测向仪原理及误差	140	§ 3 奥米加双曲线导航系统	165
§ 1 无线电测向原理	140	§ 4 奥米加测船位误差	170
§ 2 无线电测向系统组成及导航定位	144	第五章 脉冲、脉冲-相位双曲线 导航系统	171
§ 3 无线电测向仪的误差	147	§ 1 概述	171
第三章 雷达导航	149	§ 2 脉冲双曲线导航系统(罗兰A)	172
§ 1 概述	149	§ 3 脉冲-相位双曲线导航系统	177
§ 2 雷达测距测向的基本原理	150	§ 4 测距差系统定位精确度	192

第六篇 卫星导航系统

第一章 概述	195	第三章 导航星全球定位系统	222
§ 1 卫星导航系统的发展简史	195	§ 1 导航星全球定位系统概述	222
§ 2 卫星导航系统的组成及特点	196	§ 2 GPS的定位原理和导航定位计算	223
第二章 子午仪导航系统	201	§ 3 导航星全球定位系统的组成	226
§ 1 子午仪导航系统的定位原理	201	§ 4 导航信号与导航电文	230
§ 2 卫星导航船位的计算	203	§ 5 全球导航定位系统的精度	232
§ 3 定位误差分析	218	§ 6 全球导航定位系统的应用	234

第七篇 组合导航系统

第一章 组合导航系统的种类	237	§ 2 综合处理方法	242
§ 1 组合导航的产生和发展	237	§ 3 卡尔曼滤波技术简述	242
§ 2 组合导航的特点	238	第三章 几种典型船用组合导航 系统	245
§ 3 组合导航的基本类型	239	§ 1 惯导系统和其他导航设备的组合	245
第二章 组合导航数据处理方法 简述	241	§ 2 推算航法与其他导航设备的组合	250
§ 1 组合导航的组合原则	241	§ 3 介绍几种组合导航系统	256

第八篇 其他导航系统

第一章 水声导航系统	261	附录	269
§ 1 水声导航定位系统概述	261	附录A 球面三角基本知识	269
§ 2 水声导航定位原理	262	附录B 误差基础知识	271
§ 3 水声应答导航系统的组成	266	参考文献	275
第二章 气象导航	267		

图1-1-1 地球圆球体示意图

通过地心的平面与地球表面相截的交线,称为大圆。大圆把地球分为相等的两半。通过南北极的大圆称为子午圈。两极之间半个子午圈称为经线,也叫子午线,如图中 $\widehat{P_NGP_S}$, $\widehat{P_NAP_S}$ 。通过英国格林尼治天文台的经线,规定为基准经线。与地轴垂直的大圆是赤道,如图中的 $\widehat{eGq}$ 。赤道把地球分为上下两半球,含北极的上半球,称为北半球;含南极的下半球,称为南半球。与赤道平行的平面与地球表面的交线,称为纬度圈,如图1-1-1中的 $\widehat{aAa'}$,地轴与纬度圈的距离,即纬度圈半径 r 。由子午圈与纬度圈的定义,从图1-1-1上可知,子午面是一系列通过地轴的平面族,纬度圈平面是与地轴垂直的一系列互相平行的平面族。

2. 地理坐标

在地球表面 A 点的位置,可以用直角坐标系表示,也可以用曲线坐标系表示。在船舶导航中,都用曲线坐标,即经纬度坐标来表示。

经度的定义是:通过 A 点的经线与基准经线在赤道上所夹的劣弧长。图1-1-1中 $\widehat{GA'}$,称为经度,记符号 λ 。经度也可用经过 A 点的子午面与基准子午面之间的两面角,也即可用赤道上劣弧 $\widehat{GA'}$ 所对的圆心角 $\angle GOA'$ 来量度。经度以基准经线为 0° , A 点所在经线在基准经线之东称为东经, A 点所在经线在基准经线之西,称为西经,东西经各从 0° 计至 180° ,东、西分别用E、W表示。计算时,东经为“+”,西经为“-”。单位用度、分、秒($^\circ$ 、 $'$ 、 $''$)表示。

纬度的定义是: A 点所在的纬圈与赤道在经线上所夹的弧长,图中 $\widehat{AA'}$ 称为纬度,记为 φ 。纬度也可用地心与 A 点的连线 $\overline{OA}$ 与赤道平面的夹角 $\angle AOA'$ 来量度。 A 点在北半球,所处纬度称北纬,在南半球则称南纬,南、北分别用S、N表示。计算时,北纬为“+”,南纬为“-”。

例如,某地的位置用地理坐标表示为: $\varphi = 39^\circ 13' 26'' \text{N}$, $\lambda = 98^\circ 32' 30'' \text{W}$ 。

3. 经差和纬差

当载体从某一点航行到另一点,则它的地理坐标(φ 、 λ)就发生变化,其改变的大小和方向可用经差和纬差来表示,如图1-1-2所示。载体从 A 点(φ_1 、 λ_1)航行到 B 点(φ_2 、 λ_2),其纬差和经差分别为

$$\text{纬差: } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (1-1-1)$$

如 $\Delta\varphi > 0$,则为向北纬差,即载体由南向北航行;如 $\Delta\varphi < 0$,则为向南纬差,表示载体由北向南航行;当 $\Delta\varphi = 0$ 时,载体沿纬圈作等纬度航行。

$$\text{经差: } \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \quad (1-1-2)$$

如 $\Delta\lambda > 0$,为向东经差,即载体由西向东航行; $\Delta\lambda < 0$,为向西经差,即载体由东向西航行; $\Delta\lambda = 0$ 时,为载体沿子午线作南北向航行。但要注意,当载体穿越 180° 经线航行时,将易出现计算差错,例由 $\lambda_1 = 170^\circ \text{E}$ 向东航行到 $\lambda_2 = 160^\circ \text{W}$,根据式(1-1-2)计算

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -160^\circ - 170^\circ = -330^\circ$$

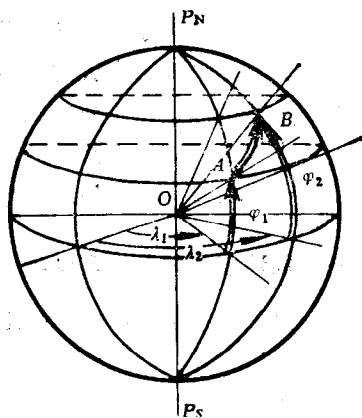


图1-1-2 经差、纬差计算示意图

实际载体向东航行，经度变化为 30° 。

在实际航行计算时，为防止出现上述差错，可以根据载体穿越 180° 经度线的情况，按 $\Delta\lambda \pm 360^\circ$ 进行计算。如上例，则

$$\Delta\lambda = (\lambda_2 - \lambda_1) + 360^\circ = 30^\circ$$

对于船舶类慢速航行的载体，一般计算一次经差不会出现 $|\Delta\lambda| > 180^\circ$ 的情况，因此可以不加人工判别的方式，由下述计算公式自动处理，即

$$\Delta\lambda = \begin{cases} \lambda_2 - \lambda_1 & \text{当 } |\Delta\lambda| \leq 180^\circ \text{ 时} \\ \lambda_2 - \lambda_1 \pm 360^\circ & \text{当 } |\Delta\lambda| > 180^\circ \text{ 时} \end{cases} \quad (1-1-3)$$

二、地球椭球体的形状、大小和定位

用圆球体来近似大地球体，误差较大，在要求比较高的导航计算中，不能满足要求，一般采用第二近似，即用椭球体来近似大地球体。

大地测量结果表明，用椭圆形的子午圈，绕其短轴（ $P_N P_S$ ）旋转而成的旋转椭球体，更接近于不规则的大地球体。其形状和大小，可用椭圆主要参数：长半轴 a ，短半轴 b ，扁率 α ，偏心率 e 的大小来说明。它们之间的关系是

$$\alpha = \frac{a - b}{a} \quad (1-1-4)$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (1-1-5)$$

地球椭球体参数是根据大地测量结果计算出来的。在不同地区，用不同的方法测量，其结果是不同的，因而所求得参数也略有差异。表1-1列出了世界各国常用的各种椭球体及其主要参数。

表1-1 地球椭球体主要参数表

椭 球 体 名 称	年代 (年)	长半径 a (m)	扁率 $1/\alpha$
埃弗勒斯特 (Everest)	1830	6 377 267	300.80
白塞尔 (Bessel)	1841	6 377 397	299.15
克拉克 (Clarke)	1866	6 378 206	294.98
克拉克 (Clarke)	1880	6 378 249	293.47
海福特 (Hayford)	1910	6 378 388	297.00
克拉索夫斯基 (Krasovsky)	1940	6 378 245	298.30
费肖 (Fischer)	1960	6 378 166	298.30
卡拉 (Kaula)	1964	6 378 160	298.25
范士 (Veis)	1967	6 378 142	298.225
费肖 (Fischer)	1968	6 378 150	298.30
卫星 (Satellite)		6 378 145	298.25
卫星 (Satellite)	1975	6 378 135	298.26

不同国家或不同地区采用适合于各自不同的局部地区和不同目的的地球椭球体来作参考椭球体。例如，北美洲的加拿大、美国采用1866年的克拉克椭球体；欧洲英、法等国采用海福特（1910年）椭球体；苏联、东欧诸国采用克拉索夫斯基椭球体；日本采用白

塞尔椭球体,我国在1954年建立了大地坐标系,选用克拉索夫斯基椭球参数,其值为 $a = 6\,378.245\text{m}$, $b = 6\,356.863\text{m}$, $\alpha = 1/298.3$, $e^2 = 0.006\,693\,421\,6$ 。

由于所用参考椭球体不同,使得同一点的坐标在不同国家出版的海图上会有一定的差别。

不同地区的国家,选用不同椭球体,反映它与大地球体的相对位置关系,以适应不同地区的需要。为了获得测量计算的基准面和起算数据,按一定条件,将选定的地球椭球体与大地球体的相对位置确定下来,称为地球椭球体定位。经过选定并定位的椭球体称为参考椭球体。地球椭球体定位分相对定位和绝对定位两种。

地球椭球体的相对定位: 1) 椭球体短轴与地轴相平行,相应地,椭球体赤道面与大地球体赤道面亦相平行; 2) 椭球体上基准子午面与大地球体上基准子午面相平行; 3) 椭球体面与本测区范围内的大地水准面充分接近。如图1-1-3所示, OqP_N 为大地球体的一部分,由图可知,以 O'' 为中心的椭球体 (I) 与大地球体表面不能充分接近,不满足相对定位的要求; 以 O' 为中心的椭球体 (I), 符合相对定位的三项要求,故椭球体 (I) 的表面是该地区大地测量的基准面。

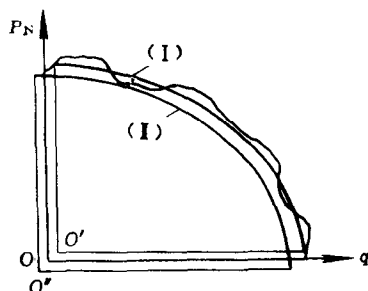


图1-1-3 地球椭球体相对定位示意图

世界各国或地区,根据各自局部的特点,选定椭球体参数,并确定它与大地球体的相关位置,建立起各自独立的表示地面点位置的大地坐标系。如我国1954年建立的北京坐标系,以北京市某个经过精确测量的点作为定位点(即测量原点)。美国采用1866年克拉克椭球参数建立了1927年北美坐标系。日本1918年建立了东京坐标系。

相对定位的坐标系,在一定的测量范围内与该地区的大地球体能较好吻合,但离定位点越远,坐标误差就越大,因此,它只限于局部地区使用。

随着航行科学技术的发展,相对定位难以满足全球高精度航行定位的需要和现代化战争对运载武器高精度定位的要求,故还应进行绝对定位。

地球椭球体的绝对定位: 1) 椭球体中心与地球质心重合; 2) 椭球短轴与地轴重合; 3) 基准大地子午面与基准天文子午面重合; 4) 椭球体面与整个大地水准面充分接近。

用绝对定位建立的坐标系称为地心坐标系。能满足上述条件的椭球体称为总椭球体。总椭球体与某一局部的大地球体比较,不一定是最好吻合的,但就地球总体而言,它的主要参数能最恰当地表达地球的形状和大小。

总椭球体主要参数的精度对发射人造地球卫星、洲际弹道导弹的精度,有相当大的影响。美国国防部于1975年12月确定以WGS-72(世界测地系),即 $a = 6\,378.135\text{m}$, $\alpha = 1/298.26$ 的地心坐标系作为美军统一的全球通用坐标系统。美国子午仪卫星导航系统,也使用了自己的地心坐标系统。我国也建立了自己的地心坐标系统。表1-2给出了世界上几个主要的相对定位和绝对定位的坐标系。

表1-2 世界几个主要坐标系统表

坐标系名称	使用范围	原点位置	椭球体名称
1954年北京	中国		克拉索夫斯基 (1940)
1927年北美	美国, 加拿大, 墨西哥	$\varphi = 39^{\circ}13'26.686''\text{N}$ $\lambda = 98^{\circ}32'30.506''\text{W}$	克拉克 (1866)
1918年东京	日本, 中国台湾	$\varphi = 35^{\circ}39'17.51''\text{N}$ $\lambda = 139^{\circ}44'40.50''\text{E}$	白塞尔 (1941)
1952年欧洲	英, 法, 联邦德国, 北欧, 中近东等	$\varphi = 52^{\circ}22'51.445''\text{N}$ $\lambda = 13^{\circ}03'58.428''\text{E}$	海福德 (1910)
1942年普尔科夫	苏, 东欧	$\varphi = 59^{\circ}46'18.55''\text{N}$ $\lambda = 30^{\circ}19'42.09''\text{E}$	克拉索夫斯基 (1940)
水星系	原国际罗兰-C	地心	费肖 (1960)
改进型水星	原国际奥米加系统	地心	费肖 (1968)
SAO-C7		地心	范士 (1967)
NWL-80	NNSS卫星导航系统	地心	卫星
WGS-72	美国军用, 国际罗兰-C, Ω 系统	地心	卫星 (1968)

三、地球椭球体的高程差

地球椭球体定位后, 大地水准面与地球椭球体表面之间, 仍存在着由于地球重力场分布不均匀而引起的高程差。1975年美国约翰·霍普金斯大学发布了表示地球形状与参考椭球体形状偏差的大地水准面图, 即“大地水准面等高线图”。图中用数字表示了大地水准面高出或低于NWL-80椭球体面的值。在水准面图上可以看出, 在斯里兰卡附近的印度洋面, 大地水准面比地球椭球体面低99m, 标志为-99; 在澳大利亚东北的太平洋面则比地球椭球体面高出79m, 标志为+79。在高精度的导航定位计算中, 必须考虑高程差的修正, 如在卫星导航定位计算中为保证计算精度, 就必须修正卫星接收天线的高度。

在目前的各种导航定位计算中, 采用第二近似, 即用旋转椭球体来近似大地球体, 已经足够精确了。

实际的大地球体还要复杂得多, 在与赤道相平行的各个地球截面内, 即所有纬圈, 都不是一个圆形, 而都是一个椭圆。考虑子午圈、纬圈都是椭圆的情况, 这是第三近似。通过人造地球卫星的测量, 还发现地球的北极要高出参考椭球一定值, 在南极要凹进去一定值, 实际地球的形状象一个不规则的扁平的梨形体。

§2 地球的纬度及主曲率半径

一、地球的垂线和纬度

在上一节中, 我们把地球第一近似为半径等于 R 的圆球体时, 纬度的定义是: 地球表面上一点 A 与地心 O 连线与赤道平面的夹角。当我们把地球近似为长半轴为 a , 短半轴为 b 的旋转椭球体时, 纬度的定义就复杂了。地球表面某点的纬度是该点垂线方向与赤道平面之间的夹角。因为地球是一个不规则的球体, 垂线可以有不同的定义。如:

地心垂线——地球表面一点与地心的连线。

引力垂线——地球引力的方向。

测地垂线——地球椭球体表面一点的法线方向。

重力垂线——重力的方向，也称天文垂线。

对应于上述不同的垂线，就有不同的纬度定义。如：

地心纬度——地心垂线与赤道平面之间的夹角，如图1-1-4中的角 ψ 。

引力纬度——引力垂线与地球赤道平面之间的夹角，一般不采用。

测地纬度——地球椭球体法线方向与赤道平面之间的夹角，如图1-1-4中的角 φ 。它是通过大地测量定出的纬度，也称大地纬度，习惯上称地理纬度。

天文纬度——重力垂线与赤道平面之间的夹角，如图1-1-4中的 φ_0 角。它是通过天文方法测定的纬度。由于地球椭球体表面和大地水准面也不完全相符，因此，天文纬度与测地纬度也不一致，但二者的偏差很小，通常可以忽略。

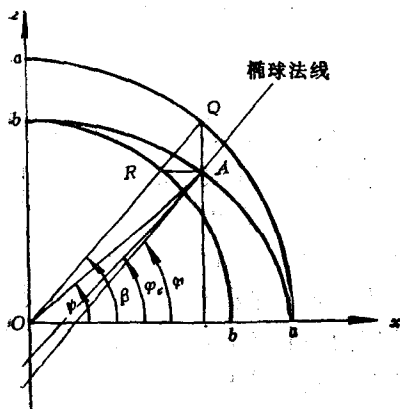


图1-1-4 各种纬度

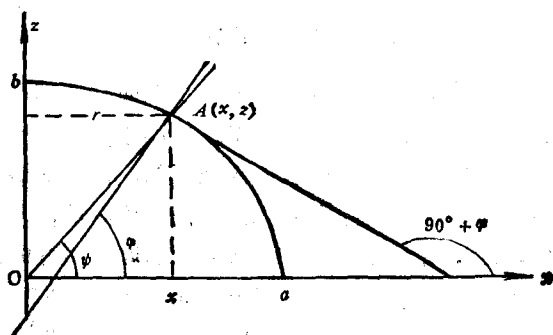


图1-1-5 地心纬度与地理纬度关系

在地球椭球体上，除了赤道和两个极点上，其法线通过椭球中心外，其它位置上法线都不通过椭球中心，因而地心纬度 ψ 和地理纬度 φ 都不相等。

设在地球椭球体表面上有一点 A ，如图1-1-5所示，过 A 点的椭圆子午圈中心为 O 。 A 点的直角坐标为 (x, z) 。椭圆方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (1-1-6)$$

求导

$$\frac{2x}{a^2} + \frac{2z}{b^2} \cdot \frac{dz}{dx} = 0$$

$\therefore$

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(90^\circ + \varphi) = -\operatorname{ctg} \varphi \quad (1-1-7)$$

$\therefore$

$$\operatorname{ctg} \varphi = \left(\frac{b}{a} \right)^2 \cdot \frac{x}{z} \quad (1-1-8)$$

又因为

$$\begin{aligned}\frac{x}{z} &= \operatorname{ctg} \psi \\ \operatorname{ctg} \varphi &= \left(\frac{b}{a}\right)^2 \cdot \operatorname{ctg} \psi = (1 - e^2) \operatorname{ctg} \psi \\ \operatorname{tg} \psi &= (1 - e^2) \operatorname{tg} \varphi \\ \operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \psi &= e^2 \cdot \operatorname{tg} \varphi \\ \operatorname{tg}(\varphi - \psi) &= \frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \psi}{1 + \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \psi} = \frac{e^2 \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \psi}\end{aligned}$$

因为 φ 与 ψ 相差很小, 所以 $\operatorname{tg}(\varphi - \psi) \approx \varphi - \psi$, $\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \psi \approx \operatorname{tg}^2 \varphi$, 则得

$$\begin{aligned}\varphi - \psi &= e^2 \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = e^2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi \\ \varphi - \psi &= \frac{1}{2} e^2 \sin 2\varphi\end{aligned}\quad (1-1-9)$$

如果 $\varphi - \psi$ 以秒为单位, 并按克拉索夫斯基椭球体参数 $e^2 = 0.006\,693\,421$ 代入, 得

$$\varphi - \psi = 69.0.3'' \times \sin 2\varphi$$

式(1-1-9)反映了地心纬度与地理纬度的关系。当 A 点纬度为 0° 或 90° 时, 地心纬度与地理纬度相等; 当 $\varphi = 45^\circ$ 时, 两者相差最大, 其差值约为 $11.5'$ 。

在导航系统中都使用地理纬度 φ 。

在导航系统的位置解算中, 为了数学计算上的方便, 还引入归化纬度 β 的概念, 如图 1-1-4 中角 β 。在图中 A 点位置, 作平行于短半轴 b 的直线, 交于半径等于长半轴 a 的圆于 Q , QO 连线与赤道面的夹角称为归化纬度 β 。

在地球椭球体中, 赤道以及与赤道平面平行的纬圈仍然是个圆, 因而经度 λ 的定义与上节所述相同。

二、地球的主曲率半径

把地球球体近似为旋转椭球体, 则子午圈是一个扁平的椭圆, 长半轴是 a , 短半轴是 b 。子午圈上各点的曲率都不相同。如图 1-1-6 所示, 在极点处, 曲率最小, 在赤道处曲率最大。子午圈上各点的弯曲程度用子午圈曲率半径 R_M 来表示。

我们再看包含地球表面点 A 的法线且与该点子午面垂直的平面, 与地球椭球体表面的交线, 也是一个椭圆, 称这椭圆为该点的卯西圈。卯西圈的曲率半径用 R_N 表示。显然地球表面某点 A 的子午圈曲率半径和卯西圈曲率半径是不相等的。当 A 点的纬度为零时, 卯西圈即为赤道, 这时的 R_N 即

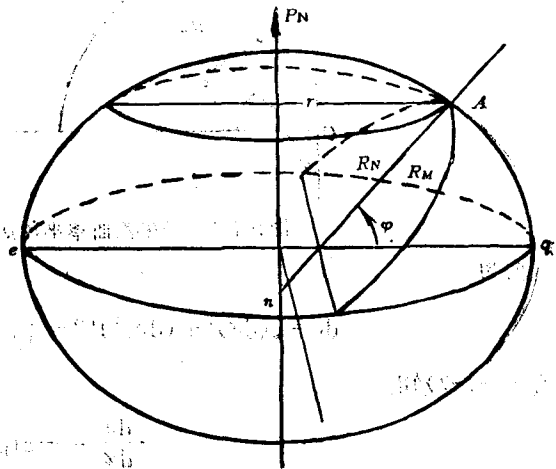


图 1-1-6 地球主曲率半径

为长半轴 a ，而子午圈曲率半径 R_M 最小。只有当 $\varphi = 90^\circ$ 时，卯酉圈就是子午圈，这时 A 点在极点， R_N 与 R_M 才相等。曲率半径最大。

地球上某点的子午圈曲率半径 R_M 与卯酉圈曲率半径 R_N ，总称为该点的主曲率半径。

1. 纬度圈半径 r

把地球体视为椭圆的子午圈绕 $P_N P_S$ 轴旋转而成旋转椭球体，因此赤道和纬度圈均为圆。赤道的半径即地球椭球体的长半轴 a 。现在我们来求纬度圈的半径 r 。由图1-1-5可知，纬度圈半径 r 即是 A 点的横坐标 x 。由式(1-1-8)可知：

$$z = \left(\frac{b}{a} \right)^2 \operatorname{tg} \varphi \cdot x \quad (1-1-10)$$

代入椭圆方程式 (1-1-6)，得

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^4} \operatorname{tg}^2 \varphi \cdot x^2 = 1$$

整理得

$$x^2 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \varphi \cdot x^2 = a^2$$

$$x^2 (1 - e^2 \sin^2 \varphi) = a^2 \cdot \cos^2 \varphi$$

所以

$$r = x = \frac{a \cdot \cos \varphi}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (1-1-11)$$

2. 子午圈曲率半径 R_M

如图1-1-7所示，地球表面点 A 的纬度为 φ ，该点处的子午圈曲率半径为 R_M 。在子午圈上点 A 附近取弧微分 ds ，则

$$ds = R_M \cdot d\varphi \quad (1-1-12)$$

式中 $d\varphi$ ——纬度的微分。

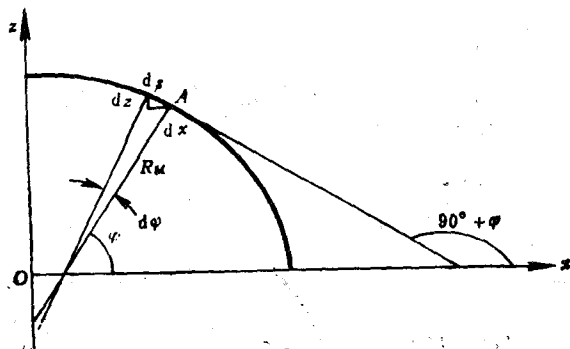


图1-1-7 子午圈曲率半径 R_M 与子午圈弧长

因为

$$ds = [(dx)^2 + (dz)^2]^{1/2} = (dx) \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{1/2}$$

由式 (1-1-7) 知：

$$\frac{dz}{dx} = -\operatorname{ctg} \varphi$$

代入得

$$ds = dx \cdot (1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi)^{1/2} = c \sec \varphi \cdot dx$$

所以

$$R_M \cdot d\varphi = c \sec \varphi \cdot dx$$

$$R_M = c \sec \varphi \cdot \frac{dx}{d\varphi} \quad (1-1-13)$$

式中 $\frac{dx}{d\varphi}$ —— 纬度圈半径 r 对纬度的导数。

由式 (1-1-11) 得

$$\frac{dx}{d\varphi} = \frac{-a \cdot \sin \varphi (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} + a \cdot \cos \varphi \cdot (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2} \cdot e^2 \sin \varphi \cos \varphi}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}$$

整理得

$$\frac{dx}{d\varphi} = -\frac{a(1 - e^2) \sin \varphi}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}$$

代入式 (1-1-13), 并注意到 R_M 是子午圈的曲率半径, 故不考虑其符号。

$$R_M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \quad (1-1-14)$$

由式 (1-1-14) 可看出, R_M 是随纬度而变化的。

当纬度 $\varphi = 0$ 时,

$$R_{M0} = a(1 - e^2) = b \cdot \frac{b}{a}$$

这时 $R_{M0} < b$ 。

当纬度 $\varphi = 90^\circ$ 时,

$$R_{M90} = \frac{a}{(1 - e^2)^{1/2}} = a \cdot \frac{a}{b}$$

这时 $R_{M90} > a$ 。

子午圈曲率半径 R_M 随纬度增加而增大, 在赤道处, 子午圈弯曲最大, 曲率半径最小, R_{M0} 小于地球短半轴 b 。在极点处, 子午圈弯曲程度最小, 曲率半径最大, R_{M90} 大于地球长半轴 a 。

3. 子午圈 $1'$ 的弧长

根据定义, 子午圈上 $1'$ 的弧度 $S = R_M \times 1'$, 即

$$S = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \times 1' \quad (1-1-15)$$

将式 $(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{-3/2}$ 根据二项式定理展开, 略去四次方以上各项, 得

$$(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{-3/2} \approx 1 + \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi$$

$$S = a(1 - e^2) \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right) \times 1' \quad (1-1-16)$$

把 a , e 参数代入, 可得

$$S = 1852.2 - 9.3 \cos 2\varphi (\text{m}) \quad (1-1-17)$$

由式 (1-1-17) 可知, 子午线 $1'$ 的弧长随纬度的增高而增大, 在 $\varphi = 45^\circ$ 处, $S = 1852.2 \text{m}$, 在赤道上, $S = 1842.9 \text{m}$, 在极点达到最大值, $S = 1861.5 \text{m}$ 。