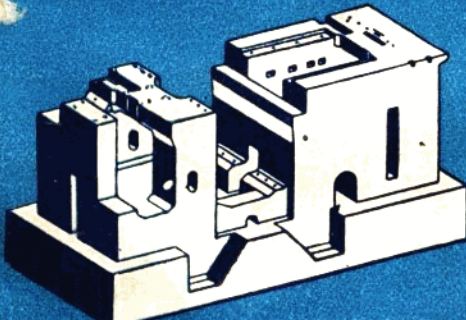
机械基础的設計原理

M.Ф.馬卡勞金
Ю.А.索鮑列夫斯基 著



建筑工程出版社

机械基础的設計原理

丁德孔 譯

建筑工程出版社出版

内容提要　本書叙述有冲击作用的机械、带有曲柄連杆机构的机械、透平机組等的基础設計的一般原理。

在本書中还簡明地闡述了基础在彈性地基上振动的理論，并給出了在計算中所必需的土壤特征系数。

本書可供土建專业的大学生、工程設計人員及施工人員作为学习参考書之用。

原本說明

書　名　ФУНДАМЕНТЫ ПОД МАШИНЫ

著　者　М. Ф. МАКАРОЧКИН、Ю. А. СОБОЛЕВСКИЙ

出 版 者　ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО БССР
Редакция научно-технической литературы

出版地点及年份　МИНСК—1958

机械基础的設計原理

丁德孔　譯

*

1959年6月第1版　　1959年6月第1次印刷　　5,065册

787×1092 1/32 · 85千字 · 印張 3 13/16 · 定价（10）0.51元

建筑工程出版社印刷厂印刷 · 新华書店发行 · 書号：1556

建筑工程出版社出版（北京市西郊百万庄）

（北京市書刊出版业营业許可証出字第052号）

目　录

緒　言

机械基础的建造具有很大的特点，不同于房屋基础或單独支架、柱基础，它們承受着对土壤比靜荷重有較严重影响的动荷重。由机械的轉动部份以及往复运动部份所产生的慣性力构成为附加荷重。机械的轉动部份以及往复运动部份的平衡性愈差，动力对基础的影响就愈大。在平衡性不好的机械中，基础很快的就破坏了，而混凝土沿着它的搗实面发生松动。改变很快的荷重（冲击）对地基土壤有不利的影响。机械基础的設計任务，不仅是如在靜荷重作用的基础中所要求的那样——将荷重分布和傳递在土壤中，而且也要消除（或减弱）由机械的轉动在基础中所产生的振动。机械的振动往往通过基础傳給相邻的結构物和房屋，并且使它們发生裂縫和过早的破坏。也有很厉害的声振动从机械基础中傳出来。

为了减少机械的振动影响，将其基础做成实体式，并配置由木材、鉄屑和用專門配制的化合物浸过的軟木等所制成的各种彈性防振材料的垫层。所有的这些防振材料，久而久之都会变坏，因此在选擇防振方法时，必須預料到这种現象的出現，并且必須将基础設計成这样，旣使在防振材料丧失自己性能以后它也不改变。

低速机械（例如蒸汽机）基础，乃为最簡單的机械基础。在这种情况下，用磚、块石或混凝土所建造的普通基础

就足够了，同时基础的尺寸是由机械尺寸和静荷重的大小确定的。

机械是用深埋在基础中的基础螺栓固定在基础之上。在內燃机和蒸汽透平机的基础中，由于这些机械的运轉部份有很大的速度，基础的基本尺寸是根据动荷重确定的。由于这些机械的尺寸和速度都很大，就迫使建造者用鋼筋混凝土作为建造这些机械基础的材料。

为了計算基础，必須精确地知道荷重的作用位置及由机械工作所产生的动力值。

第一章　振动的理論

§1.基础的自由振动

机械基础可以假設为支持在彈性地基上的絕对剛体（如图1所示）。

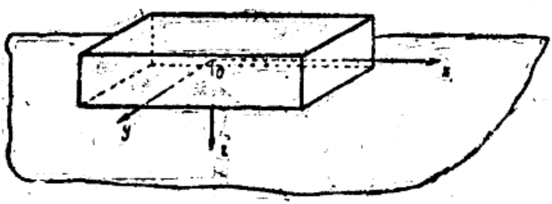


图 1　在彈性地基上基础的图形

就象在所有的物体中一样，在基础中有三个慣性主軸：其中之一是通过底面的面积重心——OZ軸，而其他两个軸是分别平行于底面的慣性主軸——OX和OY軸。

这种情况容許将基础的振动分为三个互不相关的單独振动，并可将它們分别研究：

1)垂直振动；

2)在XOZ和YOZ平面內的水平振动和轉振动；

3)对于OZ軸的轉振动。

基础在沿其OZ軸方向上进行中心冲击时，就能发生垂直自由振动。

引起基础的垂直自由振动的动力值等于:

$$Z=mz'', \qquad (1)$$

式中: Z——作用在基础上的外力在 OZ 軸方向上投影的总和;

m——基础的質量, $m=\frac{Q}{g}$;

z——基础在任一瞬間 t 由平衡位置沿 OZ 軸所发生的偏移;

z''——基础的直綫运动的加速度, $z''=\frac{d^2z}{d^2t}$。

作用在基础上的外力沿 OZ 軸的方向上投影, 包含有物体的重量（譯者注: 物体的重量指机械和基础的共同重量）和彈性地基的反力。我們近似的省略地基中非彈性阻力的影响和能量的扩散。这时, 相当于基础任一位置的土壤反力（R_z）的表达式可以写成为下列形式:

$$R_z=-Q-K_zz_o$$

所有力在OZ軸上的投影按下列方式表出:

$$Z=Q+R_z=Q-Q-K_zz=-K_zz_o$$

这样, 相当于基础垂直自由振动情况的微分方程式将为:

$$mz''+K_zz=0_o \qquad (2)$$

令:

$$\frac{K_z}{m}=\lambda_z^2, \qquad (2^1)$$

方程式（2）写成为:

$$z''+\lambda_z^2z=0, \qquad (3)$$

微分方程式（3）的特解分别表示为: $z_1=A\sin\lambda_zt$ 和

$z_2=B\cos\lambda_z t$，式中A和B为任意常数。

将两个特解相加，就得出方程式（3）的通解：

$$z=A\sin\lambda_z t+B\cos\lambda_z t。\tag{4}$$

从式（4）看出，基础自由振动乃是簡諧振动。λ_z值就是这种振动在每秒时間內的圓頻率，亦就是說，每2π秒时間內振动頻率（振动次数）。

每分鐘的振动頻率：

$$n_z^{\text{мин}}=\frac{60}{2\pi}\lambda_z=\frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{K_z}{m}};\tag{5}$$

每秒鐘的振动頻率：

$$n_z^{\text{сек}}=\frac{\lambda_z}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_z}{m}},\tag{6}$$

而振动的周期：

$$\tau_z=\frac{2\pi}{\lambda_z}。\tag{7}$$

为了确定常数A、B，应該研究初始条件。

假設在初始瞬間（$t=0$），基础从平衡位置有一个位移z_0，并有个初速度Z_0'。

将z_0代入方程式（4）中置換z，并将这个方程式对时間一次导数，再将z_0'代入这个导数方程式中置換z'，同时令$t=0$，则得：

$$A=\frac{z_0'}{\lambda_z};\quad B=z_0。$$

这样，通常可以将物体的垂直振动方程式写成为：

$$z=\frac{z_0'}{\lambda_z}\sin\lambda_z t+z_0\cos\lambda_z t。\tag{8}$$

在單独的情况下，振动可以只由公式（8）右边第一項

确定，也可以只由其第二項确定之。

例如，若在某瞬間对处于靜止状态的基础（$z_0=0$）給予突然的冲击。在这个突然冲击的作用下，基础仅仅得到了初速度z'_0。这时，振动只用第一項表示，并且方程式（8）采用为下列形式：

$$z=\frac{z'_0}{\lambda_z}\sin\lambda_z t。\tag{9}$$

在另一个特殊情况下，当突然去掉附加在基础上的靜力（基础在該力作用下从平衡位置已有了一个位移z_0）时，則基础的振动仅仅由方程式（8）第二項确定之，亦即：

$$z=z_0\cos\lambda_z t。\tag{10}$$

今后，第一种情况对我們有用。

由方程式（8）所示的运动，可以当做按下式規律的正弦运动：

$$z=A_0\sin(\lambda_z t+\delta),\tag{11}$$

式中：

$$A_0=\sqrt{z_0^2+\frac{z_0'^2}{\lambda_z}};$$

$$\mathrm{tg}\,\delta=\frac{z_0\lambda_z}{z'_0};$$

A_0——振动的振幅；

δ——振动的相位。

上面所指出的解，对于理想彈性地基来講是完全正确的。实际上，由于在土壤中存在着內摩擦（非彈性阻力）和能量的扩散，基础的振动表現为有阻尼的振动（譯者注：亦称为衰减振动）。借助于这些阻力与振动速度成正比的假設，可以近似地考虑非彈性阻力的影响。根据这个假設，Н·П·

巴夫留克（Павлюк）建議彈性地基的合反力与基础底面变位的关系用下式表示：

$$R_z = K_z(z+\Phi z'), \tag{12}$$

式中：Φ——常数（阻尼系数，或称之为衰減系数），該系数代表为对于每秒鐘基础变位的地基非彈性阻力的特征。

若考虑到关系式（12）时，則基础自由垂直振动的微分方程式（3）将变为：

$$z''+\Phi\lambda_z^2 z'+\lambda_z^2 z=0。\tag{13}$$

微分方程式（13）的通解，可以写成为下式：

$$z=e^{-\frac{\Phi\lambda_z^2}{2}t}(A\sin\lambda_z' t+B\cos\lambda_z' t), \tag{14}$$

式中：

$$\lambda_z'=\lambda_z\sqrt{1-\left(\frac{\Phi\lambda_z}{2}\right)^2}。$$

λ_z'值乃为有非彈性阻力作用情况的基础自由垂直振动的頻率。可以看出，非彈性阻力降低了振动的頻率。在实际的条件下，这个降低幷不显著，幷且根据試驗資料，Φ值不超过0.005—0.006秒，而頻率λ_z'——100秒$^{-1}$。

λ_z与λ_z'数值間的差值，通常在百分之三到百分之五的范圍內。这是很重要的情况，因为有了这个情况在实际計算中可以不考虑非彈性阻力的影响来确定基础自由振动頻率。

令基础在初始瞬間$t=0$，从平衡位置有偏移z_0以及有速度z_0'。将这些值代入方程式（14）中，則得：

$$z=e^{-\frac{\Phi\lambda_z^2}{2}t}\left[\frac{z_0'}{\lambda_z'}\sin\lambda_z' t+z_0\left(\cos\lambda_z' t+\frac{\Phi\lambda_z^2}{2\lambda_z'}\sin\lambda_z' t\right)\right]。\tag{15}$$

振动的衰减过程，最容易用在$z_0=0$时由冲击引起的基础自由振动的情况来說明。在这种特殊的情况下方程式(15)将有下列形式：

$$z=\frac{z_0'}{\lambda_z'}e^{-\frac{\Phi\lambda_z^2}{2}t}\sin\lambda_z't。\tag{16}$$

該解的图解表示在图2中。

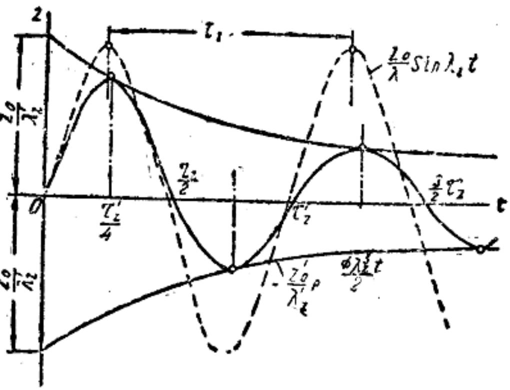


图 2 由冲击作用引起的物体自由垂直衰減振动的曲綫

为了比較起見，在該图中亦繪出了由方程式（9）所确定的虛綫。研究这个图表，可以看出，在非彈性阻力的作用下，基础的振动成为有阻尼的振动。衰減的程度与常数$\frac{\Phi\lambda_z^2}{2}$有关。

从通用方程式（15）看得出，振动的振幅在每个周期之后按几何級数規律減少。表示振动的阻尼强度的值，称之为

对数减量。該值等于前后相繼两个振幅比的自然对数:

$$\Delta=\ln\frac{z_n}{z_{n+1}}=\frac{\pi\Phi\lambda_z^2}{2\lambda_z'}\approx\frac{\pi\Phi\lambda_z}{2}。\qquad(17)$$

由衰減振动的方程式（15）所确定的第一个最大振幅值，与由方程式（9）所确定的无衰減振动（$\Phi=0$）的振幅相差很小。

关于非彈性阻力对振动的固有頻率和振幅影响所有的論述，对于水平振动和轉振动亦都是正确的。

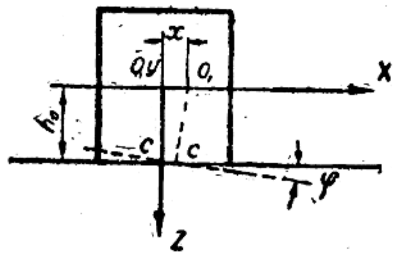


图 3 水平自由振动和自由轉振动的計算图形

現在研究基础自由水平振动和轉振动。

假設基础因作用于XOZ平面（图3）中的水平冲击，而失去平衡状态。

应該注意的是作用在基础上的水平荷重往往附加在离开其底面某一高度处。因此，如果将这种荷重移加在基础底面重心上时，則根据理論力学原理，我們就应該按在基础底面上有水平力和力矩的作用的情况来研究。

基础自由振动的解析式将有下列形式:

a)对于水平振动:

$$mx''=X;\qquad(18)$$

б)对于轉振动:

$$\Theta_0\varphi''=L,\qquad(19)$$

式中：m——基础的質量（譯者注：通常亦包括机械的質量）；

Θ_0——基础对于通过其重心并垂直于振动平面的軸轉动慣量；

x——在已知瞬間重心的水平位移；

φ——在同一瞬間基础的轉角；

X——作用在基础上所有外力在 OX 軸上投影的总和；

L——这些力对OY軸力矩的总和。

这些外力包含有物体（譯者注：指机械和基础）的重量和弹性地基的反力。若忽略非弹性阻力时，則为：

$$X=-K_x(x-h_0\varphi);$$

$$L=-K_\varphi\varphi+K_x(x-h_0\varphi)h_0+Qh_0\varphi,$$

式中：K_x、K_φ——分别为基础的滑动和轉动的地基剛性系数。

若将这些值代入方程式（18）和（19）中，并进行一定的变换，則得：

$$\left\{\begin{array}{l} mx''+K_xx-K_xh_0\varphi=0; \\ \Theta_0\varphi''+(K_\varphi+K_xh_0^2-Qh_0)\varphi-K_xh_0x=0。\end{array}\right. \tag{20}$$

令：

$$\frac{K_x}{m}=\lambda_x^2; \tag{21}$$

$$\frac{K_\varphi-Qh_0}{\Theta_c}=\lambda_\varphi^2; \tag{22}$$

$$\frac{\Theta_0}{\Theta_c}=\gamma, \tag{23}$$

式中：$\Theta_c=\Theta_0+mh_0^2$——物体对于通过其底面的面积重心并平行于 OY 軸的軸轉动慣量。

一分鐘的振动頻率将相当于：

$$n_x=\frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{K_x}{m}};\tag{24}$$

$$n_\varphi=\frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{K_\varphi-Qh_0}{\Theta_c}}。\tag{25}$$

如果将（21、22、23）的值代入方程式（20）中，則得：

$$\begin{cases} x''+\lambda_x^2x-\lambda_x^2h_0\varphi=0; \\ \gamma\varphi''+[\lambda_\varphi^2+(1-\gamma)\lambda_x^2]\varphi-\lambda_x^2(1-\gamma)\dfrac{x}{h_0}=0。\end{cases}\tag{26}$$

該方程組乃为两个常系数綫形齐次的微分方程式組。其特解为：

$$x=A\sin(\lambda t+\delta);$$

$$\varphi=B\sin(\lambda t+\delta),$$

式中：A、B、λ 和 δ——常数。

若将 x、φ 值代入方程式（26）中[illegible]），則得下方程組：

$$\begin{cases}(\lambda_x^2-\lambda^2)A-h_0\lambda_x^2B=0; \\ -\lambda_x^2(1-\gamma)\dfrac{A}{h_0}+[\lambda_\varphi^2+(1-\gamma)\lambda_x^2-\gamma\lambda^2]B=0,\end{cases}\tag{27}$$

常数 A、B 和 λ 应該滿足于上方程組。方程組（27）的解仅仅在該方程組的行列式等于零时才不为零，即：

$$\begin{vmatrix}\lambda_x^2-\lambda^2 & -h_0\lambda_x^2 \\ -\lambda_x^2(1-\gamma)\dfrac{1}{h_0} & \lambda_\varphi^2+(1-\gamma)\lambda_x^2-\gamma\lambda^2\end{vmatrix}=0。\tag{28}$$

展开行列式，则得方程式：

$$\gamma\lambda^4-(\lambda_x^2+\lambda_\varphi^2)\lambda^2+\lambda_x^2\lambda_\varphi^2=0, \tag{28^1}$$

从上方程式可以求出基础自由振动主频率：

$$\lambda_{1,2}=\sqrt{\frac{1}{2\gamma}[\lambda_x^2+\lambda_\varphi^2\mp\sqrt{(\lambda_x^2+\lambda_\varphi^2)^2-4\gamma\lambda_x^2\lambda_\varphi^2}}。 \tag{29}$$

这样，我們在組成自由水平振动和轉振动的微分方程式情况下，采用了力作用的独立原理，就得到了自由振动主頻率的表达式。該振动通常为轉振动（如图4所示），并且是由作用在基础上的水平力和力矩以及由于彈性地基的存在而引起的。

基础繞振动主心轉动的半徑，可以用下列公式求之：

$$\rho_1=\frac{h_0}{1-\frac{\lambda_1^2}{\lambda_x^2}};\qquad \rho_2=\frac{h_0}{1-\frac{\lambda_2^2}{\lambda_x^2}}。 \tag{30}$$

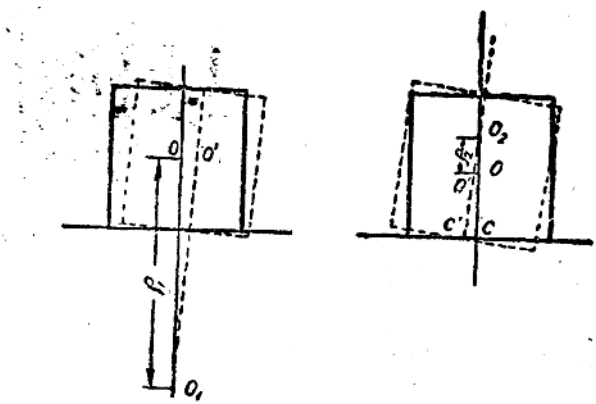


图 4　基础主振型