

华/中/师/范/大/学/出/版/基/金/丛/书

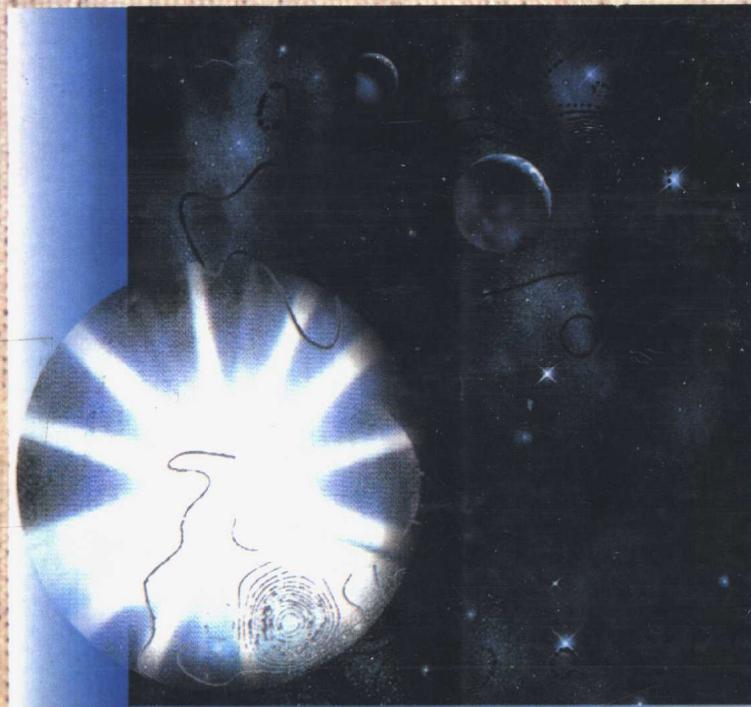
# 天体辐射 理论引论

TIAN TI FU SHE LI

LUN YIN LUN

杨丕博 编著

华中师范大学出版社



# 天体辐射理论引论

杨丕博 编著

华中师范大学出版社

(鄂)新登字 11 号

图书在版编目(CIP)数据

天体辐射理论引论/杨丕博 编著。  
—武汉:华中师范大学出版社,1996.3.

ISBN 7-5622-1568-5

I . 天…

II . 杨…

III . 物理-天体辐射

IV . P142

天体辐射理论引论

◎杨丕博 编著

华中师范大学出版社出版发行

(武昌桂子山 邮编:430070)

新华书店湖北发行所经销

正佳彩色制作输出中心排版

湖北科学技术出版社黄冈印刷厂印刷

责任编辑:苏 睿 封面设计:蔡跃华 责任校对:崔毅然

开本:850×1168 1/32 印张:10 字数:246 千字

版次:1996年3月第1版 1996年3月第1次印刷

ISBN 7-5622-1568-5/P·7

印数:1—1000 定价:10.00 元

本书如有印装质量问题,可向承印厂调换。

## 前　　言

在天体物理中，辐射问题的研究有着十分重要的意义。现在我们对于各种天体的了解和认识，主要还是根据由天体的电磁辐射获得的信息。早期的天文学都是在可见光波段对天体进行观测。自20世纪40年代以来，由于科学技术的迅猛发展，天文观测手段不仅具有空前的探测能力和精度，而且使天文观测量除了在可见光外还可以在射电、红外、紫外、X射线以及 $\gamma$ 射线各个波段上观测天体。也就是说，观测的领域扩展到电磁辐射的全波段，从而发现了大量的新型天体和新的天文现象，揭开了不少天体的奥秘，也展现了许多一时还难以理解的现象和天体。60年代，天体物理中的四大发现就是在这种形势下出现的。其中脉冲星和宇宙微波背景辐射就是通过射电波段的观测发现的。

通过观测得到的信息探讨天体的性质、结构和演化，必须分析、研究天体中辐射产生的机制和过程，这正是天体辐射理论研究的课题。

本书第一章讨论辐射在介质中的传播性质；第二、三两章讨论辐射产生机制的理论基础和需要用到的相对论知识；从第四章至第七章重点讨论天体物理中辐射的一些主要机制：同步加速辐射、逆康普顿散射、韧致辐射和辐射跃迁以及它们的应用；最后一章介绍天体辐射的等离子体效应。

本书是作者在对华中师范大学天体物理专业硕士研究生多次讲授天体辐射理论课程的讲稿基础上整理编写的。在编写过程中，作者引用了多年来在国内外已发表（及未发表）的有关天体辐射方面的论文和著作，并对这些论文和著作的物理思想和数学推导作

了一定的阐述和处理。为了使有兴趣的读者阅读本书并尽快地进入这一领域的前沿工作,书后按章的顺序列出了参考文献。这里,谨向被引用论文和著作的作者们深表谢忱。

作者1982年至1983年在南京大学进修天体物理时曾得到曲钦岳教授的亲切指导,聆听过他的天体物理辐射理论的系统讲课。也曾听过尤峻汉教授关于天体物理中的辐射机制的系统讲授,并从他们撰写的《天体物理辐射理论》讲义和《天体物理中的辐射机制》书中获得教益。作者衷心感谢他们的关心和帮助。作者亦衷心感谢杨兰田教授的大力支持与帮助,正因为有他的鼓励和敦促,作者才加快了本书的撰写工作。

承蒙尤峻汉教授在百忙中审阅了全书的初稿,并提出了宝贵的意见。对他热忱而真诚的帮助,作者表示由衷的感谢。本书得到华中师范大学出版基金委员会的全额资助。在有关科研工作和本书的准备工作中还得到国家攀登计划和国家自然科学基金的资助。华中师范大学出版社、科研处以及物理系对本书的出版给予了很大的支持。陈韶丽、吴少平、徐国雄、刘效庸等同志对本书的出版提供了帮助,余汉香同志绘制了全书插图,作者在此一并表示诚挚谢意。

限于作者水平,书中难免存在缺点和不妥之处,诚望同行专家及读者惠予指正。

作 者

1995年11月于武汉

# 目 录

<b>第一章 辐射转移理论</b> .....	1
§ 1.1 辐射场的基本物理量 .....	1
§ 1.2 辐射转移方程 .....	9
§ 1.3 热辐射 .....	12
§ 1.4 爱因斯坦辐射系数 .....	22
§ 1.5 有散射时的辐射转移 .....	28
§ 1.6 辐射扩散 .....	35
<b>第二章 运动带电粒子的辐射</b> .....	41
§ 2.1 辐射场理论的回顾 .....	41
§ 2.2 李纳-维谢尔势 .....	49
§ 2.3 运动带电粒子的辐射场 .....	52
§ 2.4 辐射角分布与辐射功率 .....	55
§ 2.5 辐射谱分布 .....	61
§ 2.6 偏振与斯托克斯参量 .....	67
§ 2.7 斯托克斯参量的转移方程 .....	77
<b>第三章 相对论协变与运动学</b> .....	88
§ 3.1 洛伦兹变换 .....	88
§ 3.2 四维矢量 .....	94
§ 3.3 张量及其运算 .....	101
§ 3.4 电磁现象的协变性 .....	104
§ 3.5 相对论力学 .....	108
§ 3.6 相对论粒子的辐射 .....	113
§ 3.7 相体积不变量和辐射强度 .....	120

---

<b>第四章 同步加速辐射</b>	124
§ 4.1 回旋辐射	124
§ 4.2 相对论电子回旋运动的辐射场	134
§ 4.3 同步加速辐射的谱分布	140
§ 4.4 同步加速辐射的偏振特性	147
§ 4.5 单电子的辐射功率	151
§ 4.6 电子系集体的同步辐射	154
§ 4.7 同步辐射的自吸收	160
<b>第五章 逆康普顿散射</b>	166
§ 5.1 汤姆逊散射与康普顿散射	166
§ 5.2 逆康普顿散射	174
§ 5.3 逆康普顿散射的辐射功率	178
§ 5.4 逆康普顿散射的辐射谱	181
§ 5.5 同步加速辐射的自康普顿效应	191
§ 5.6 康普顿 $\gamma$ 参量	196
§ 5.7 非相对论电子的多次散射——康潘尼兹方程	201
§ 5.8 非相对论电子多次散射的辐射谱	209
§ 5.9 相对论热电子的多次散射	217
<b>第六章 敏致辐射</b>	221
§ 6.1 单电子敏致辐射的谱分布	221
§ 6.2 热敏致辐射与吸收	228
§ 6.3 虚量子方法	234
§ 6.4 相对论电子的敏致辐射	238
§ 6.5 相对论热等离子体的辐射	241
<b>第七章 辐射跃迁</b>	250
§ 7.1 跃迁几率	250
§ 7.2 光的跃迁发射与吸收 偶极近似	254

§ 7.3 辐射光的强度 振子强度 .....	261
§ 7.4 选择定则 .....	266
§ 7.5 跃迁率 .....	270
§ 7.6 谱线展宽机制 .....	278
<b>第八章 辐射的等离子体效应.....</b>	<b>285</b>
§ 8.1 等离子体频率及介电性质 .....	285
§ 8.2 辐射在等离子体中的色散 .....	290
§ 8.3 法拉第旋转 .....	294
§ 8.4 切仑柯夫辐射 .....	298
§ 8.5 拉金效应 .....	301
<b>参考文献.....</b>	<b>303</b>

# 第一章 辐射转移理论

在天体物理中，辐射问题的研究包括两部分：辐射产生的机制和辐射在介质中传播的性质。各种介质（如等离子体或中性气体），对辐射传播过程有显著的影响。例如，辐射在通过介质时辐射的强度会发生变化；介质会改变辐射的谱形和偏振状态。当介质为等离子体时，还会出现一些特殊的传播效应；对于原子、分子以及离子的各种谱线，在传播过程中相对强度也会变化等。介质和辐射的影响是相互的，辐射也将影响介质的性质和物理状态。

本章在引入辐射场的基本物理量后，建立辐射强度在介质中传播规律的辐射转移方程，并讨论有散射时的辐射转移问题。另外，还回顾热辐射的规律，并介绍爱因斯坦辐射系数。

## § 1.1 辐射场的基本物理量

### 一、描述辐射场的基本物理量

#### 1. 辐射强度

当所研究的区域的空间尺度比辐射波长大很多时，可以认为辐射在真空和均匀介质中以直线传播，称为光线。考察光线所携带的能量时，应用几何光学中的一条射线没有意义，必须考虑沿一定方向某立体角内的一束光线。我们在此意义上讨论辐射场。

考察辐射场内某点  $r$  处沿  $n$  方向辐射场的性质，如图 1-1 所示。在点  $r$  处取任一方向的小面元  $dA$ ，设面元的法线方向为  $n_0$ 。如果在  $dt$  时间沿  $n$  方向的小立体角元  $d\Omega$  穿过面元频率在  $\nu-\nu+d\nu$  间隔的辐射能量为  $dE$ ，此能量可以表为

$$dE_r \propto dA \cos\theta d\Omega d\nu dt,$$

其中,  $\theta$  是辐射方向  $n$  与面元  $dA$  的法线方向  $n_0$  之间的夹角;  
 $dA \cos\theta$  是  $dA$  在辐射传播方向上的投影面积, 即有效面积。将上式写成等式为

$$dE_r = I_r dA \cos\theta d\Omega d\nu dt.$$

(1-1)

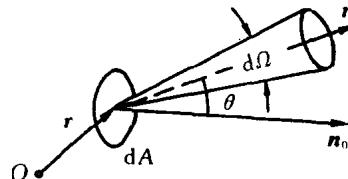


图 1-1

(1-1) 式的比例系数  $I_r$  的物理意义是: 单位时间沿辐射传播方向上单位立体角、穿过垂直于传播方向上单位面积的单位频率间隔内的辐射能量。这一物理量表征了辐射场内一点在某一方向上单色辐射的强弱程度, 称为辐射强度或比强度, 简称强度, 它的单位是:  $\text{erg} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$ 。一般来说, 辐射强度是位置、方向和时间的函数, 即

$$I_r = I_r(r, n, t).$$

若  $I_r$  与位置  $r$  无关, 辐射场为均匀辐射场; 若  $I_r$  与方向  $n$  无关, 辐射场为各向同性辐射场; 若  $I_r$  与时间  $t$  无关, 辐射场则为稳定辐射场。

将单色的辐射强度对频率积分, 所得之量称为总辐射强度:

$$I_r = \int_0^{\infty} I_r d\nu.$$

## 2. 辐射通量

(1-1) 式中的  $dE_r$  表示沿给定方向立体角元  $d\Omega$  穿过面元  $dA$  的辐射能量。对通过  $dA$  的所有方向的辐射能量求和, 得

$$dE_r^* = d\nu dA dt \int_{4\pi} I_r \cos\theta d\Omega.$$

当  $\theta > \pi/2$  时, 因子  $\cos\theta$  是负的, 所以  $dE_r^*$  是在  $dt$  时间、在频率间隔  $d\nu$ 、通过面积  $dA$  向外流出的能量 ( $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ) 和向里流入

的能量( $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ )的差额,即  $dE^*$  代表通过  $dA$  的净能量流量。用  $dAdtd\nu$  除  $dE^*$ ,便得到辐射净通量,简称通量或辐射流,记为  $\pi F_\nu$ ,即

$$\pi F_\nu = \int_{4\pi} I_\nu \cos\theta d\Omega. \quad (1-2)$$

通量  $\pi F_\nu$  代表单位时间通过单位截面积、在单位频率间隔内的辐射净流量,它的单位是:  $\text{erg} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$ 。

如果采用球坐标,并将面元  $dA$  的法线方向选为极轴方向,则立体角元  $d\Omega$  为

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi.$$

因而通量可写为

$$\pi F_\nu = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} I_\nu(\theta, \varphi) \sin\theta \cos\theta d\theta d\varphi.$$

对于各向同性辐射场,辐射强度  $I_\nu$  与方向无关,有

$$\pi F_\nu = I_\nu \int_{4\pi} \cos\theta d\Omega = 0.$$

即对于任意截面,辐射通量都为零。

### 3. 辐射能量密度

利用辐射强度,可以将辐射场中任一点的能量密度表示出来。能量密度  $u_\nu$  表示单位体积中单位频率间隔内的辐射能量。为确定能量密度  $u_\nu$ ,首先引入单位立体角中的能量密度  $u_\nu(\Omega)$ ,它由下式定义:

$$dE = u_\nu(\Omega) dV d\Omega d\nu. \quad (1-3)$$

式中  $dV$  为体积元。显然,  $u_\nu(\Omega)$  表示在辐射场单位体积中沿某一方向单位立体角中单位频率间隔内的辐射能量。

考虑围绕光线长度为  $ct$  的一个圆柱,如图 1-2 所示。由于圆柱的体积是  $dAcdt$ ,因此有

$$dE = u_\nu(\Omega) dAcdt d\Omega d\nu.$$

辐射的传播速度为  $c$ ,所以在  $dt$  时间在圆柱内的所有辐射都将从

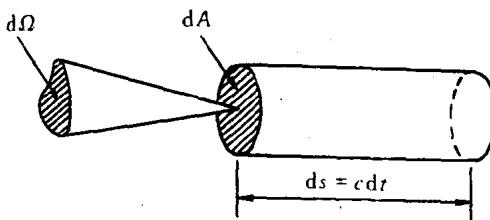


图 1-2

圆柱穿出。于是有

$$dE = I_\nu dA d\Omega dt d\nu.$$

比较以上二式得：

$$u_\nu(\Omega) = \frac{I_\nu}{c}. \quad (1-4)$$

将  $u_\nu(\Omega)$  对全部立体角积分得

$$u_\nu = \int u_\nu(\Omega) d\Omega = \frac{1}{c} \int I_\nu d\Omega. \quad (1-5A)$$

$u_\nu$  即为辐射能量密度，它是单位体积中所包含的单位频率间隔内的辐射能量，单位是  $\text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{Hz}^{-1}$ 。

对于各向异性的辐射场，常引入平均辐射强度  $J_\nu$ ：

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\Omega. \quad (1-6)$$

于是辐射能量密度一般可表示为

$$u_\nu = \frac{4\pi}{c} J_\nu. \quad (1-5B)$$

将  $u_\nu$  对频率积分即得总能量密度  $u$ ：

$$u = \int u_\nu d\nu = \frac{4\pi}{c} \int J_\nu d\nu. \quad (1-7)$$

#### 4. 辐射压力

在辐射场中任一点作一小面元  $dA$ （如图 1-1），辐射束通过  $dA$  时将传递动量。按照压力的概念，单位面积、单位时间、在垂直于面

元方向上传递的动量即为压力。由辐射传递的动量则为辐射压。

将辐射束视为由光子组成。一个光子的能量为  $h\nu$ , 沿传播方向上的动量为  $h\nu/c$ 。一束辐射的能量若为  $E$ , 沿传播方向上的动量则为  $E/c$ 。设小面元  $dA$  处沿  $n$  方向的辐射强度为  $I_n$ ,  $n$  方向与小面元的法线方向之间的夹角为  $\theta$ , 则通过  $dA$  的辐射能为(1-1)式, 即

$$dE_\nu = I_\nu \cos\theta dA d\Omega d\nu dt,$$

它所携带的动量为  $dE_\nu/c$ 。辐射动量在面元法线方向上的分量为

$$\frac{dE_\nu}{c} \cos\theta = \frac{1}{c} I_\nu \cos^2\theta dA d\Omega d\nu dt.$$

考虑到各种方向的辐射, 对立体角积分, 并除以  $d\omega dt d\nu$ , 得单色辐射压为

$$p_\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_\nu \cos^2\theta d\Omega, \quad (1-8)$$

总辐射压为

$$p = \frac{1}{c} \int I \cos^2\theta d\Omega. \quad (1-9)$$

对于各向同性辐射场, 辐射强度与角度无关, 于是得

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{c} \int I \cos^2\theta d\Omega = \frac{I}{c} \int \cos^2\theta d\Omega \\ &= \frac{1}{3} \frac{4\pi}{c} I = \frac{1}{3} u. \end{aligned} \quad (1-10)$$

即各向同性辐射场的辐射压是能量密度的三分之一。

## 二、辐射与物质相互作用的物理量

上面引入了描述辐射场的一些基本物理量, 现在再引入描述辐射与物质之间相互作用的物理量。辐射与物质之间的相互作用主要是吸收和发射。为此, 引入吸收系数和发射系数等物理量。

### 1. 吸收系数

设辐射强度为  $I_\nu$  的光束垂直入射于厚度为  $ds$  的介质薄层表

面上, 经过介质层的吸收以后强度减弱了。该光束强度  $I_\nu$  的改变为  $dI_\nu$ , 显然  $dI_\nu$  是负的。实验表明,  $dI_\nu$  与吸收层的厚度  $ds$  和入射的辐射强度  $I_\nu$  成正比, 即

$$dI_\nu = -\alpha_\nu I_\nu ds. \quad (1-11)$$

比例系数  $\alpha_\nu$  定义为介质的吸收系数, 它表示单位强度的辐射束穿过单位长度的吸收介质后强度的减少, 单位是  $\text{cm}^{-1}$ 。

吸收系数的另一种定义为

$$dI_\nu = -\kappa_\nu \rho I_\nu ds. \quad (1-12)$$

式中  $\rho$  为介质的质量密度。比例系数  $\kappa_\nu$  表示单位强度的辐射穿过单位密度的介质、经过单位长度后的衰减量, 称为质量吸收系数, 又称为不透明度。由于  $\kappa_\nu$  是对各种介质都取单位密度来比较, 所以可以更好地反映物质对辐射的吸收性质。质量吸收系数的单位为  $\text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$ 。

宏观的吸收系数可以和微观的吸收截面联系起来。设介质由数密度为  $n$  的粒子组成, 每个粒子对辐射都表现出一等效吸收截面  $\sigma_\nu (\text{cm}^2)$ 。若这些吸收粒子是无规分布的, 考察这些吸收粒子对于穿过面元  $dA$ 、在立体角  $d\Omega$  的辐射效果(如图 1-3)。在体元中吸

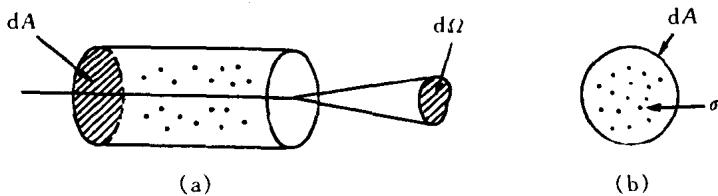


图 1-3

收粒子的数目为  $ndAds$ , 总的吸收截面是  $n\sigma_\nu dAds$ 。从辐射束中吸收的能量为  $I_\nu(n\sigma_\nu dAds)d\Omega d\nu dt$ , 此能量可写为

$$-dI_\nu dAd\Omega dt d\nu = I_\nu(n\sigma_\nu dAds)d\Omega d\nu dt.$$

于是有

$$dI_\nu = -n\sigma_\nu I_\nu ds.$$

与(1-1)式比较得

$$\alpha_\nu = n\sigma_\nu, \quad (1-13)$$

$\sigma_\nu$  称为粒子的吸收截面。对介质作上述微观模型的描述是有条件的：一是粒子截面的线度与粒子间平均距离相比很小；二是吸收粒子是独立的无规分布的。这两个条件在天体物理中一般都是满足的。

将(1-11)式对路程积分，得

$$I_\nu = I_\nu^0 e^{-\int_0^s \alpha_\nu ds},$$

其中  $I_\nu^0$  代表入射处初始辐射强度。因此，辐射强度在介质中是按指数规律衰减的，指数

$$\tau_\nu = \int_0^s \alpha_\nu ds \quad (1-14)$$

称为介质的光学厚度或光深。如果介质是均匀的，吸收系数  $\alpha_\nu$  与位置无关，则

$$\tau_\nu = \alpha_\nu s.$$

可见介质的光学厚度不仅和介质的几何厚度  $s$  有关，同时也和吸收系数  $\alpha_\nu$  有关。

当光深  $\tau_\nu \gg 1$  时，射出介质的辐射强度  $I_\nu(s) \approx 0$ ，即进入介质的辐射几乎不能穿出介质。因此，满足  $\tau_\nu \gg 1$  的介质称为光学厚的；反之，当  $\tau_\nu \ll 1$  时， $I_\nu(s) \approx I_\nu^0$ ，即辐射在通过介质时几乎不衰减，因此，满足  $\tau_\nu \ll 1$  的介质称为光学薄的。

## 2. 发射系数

介质本身也可能产生辐射。辐射场中某一点处体积元  $dV$  中的介质，在  $dt$  时间中沿某一方向的立体角元  $d\Omega$  所发射的频率为  $\nu - \nu + d\nu$  的辐射能量为

$$dE_\nu = j_\nu dV d\nu d\Omega dt. \quad (1-15A)$$

比例系数  $j_\nu$  称为谱发射系数或谱发射率，它表示单位体积介质在

单位时间中沿某一给定方向单位立体角所辐射的频率为  $\nu$  的单位频率间隔中的能量。一般来说,  $j_\nu$  是位置、方向、时间和频率的函数。 $j_\nu$  的单位是  $\text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{Hz}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$ 。发射系数也可定义为单位质量介质在单位时间沿某一方向单位立体角所辐射的单位频率间隔中的能量, 即由下式定义:

$$dE_\nu = j_\nu dm d\nu d\Omega dt. \quad (1-15B)$$

这样定义的发射系数  $j_\nu$  的单位为  $\text{erg} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$ 。

对于各向同性的辐射场,  $j_\nu$  与方向无关。将(1-15A)式对全部立体角积分, 得

$$dE_\nu^* = j_\nu^* dV d\nu dt. \quad (1-15C)$$

式中  $j_\nu^* = 4\pi j_\nu$ 。 $j_\nu^*$  是谱发射系数的又一种定义, 它表示单位体积介质在单位时间中沿所有方向辐射的单位频率间隔中的能量, 其单位为  $\text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{Hz}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}$ 。

介质的吸收和发射之间一般没有确定的关系, 但如果介质处于热平衡状态或局部热平衡状态, 发射系数  $j_\nu$  和吸收系数  $\alpha_\nu$  之间有定量关系存在, 这就是基尔霍夫定律:

$$j_\nu = \alpha_\nu B_\nu(T).$$

其中,

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

是普朗克函数, 它表示温度为  $T$  的绝对黑体在频率为  $\nu$  处所产生的辐射强度。关于普朗克函数和基尔霍夫定律, 我们在 § 1.3 中还要讨论。

上面所说的局部热平衡是指介质中温度随位置的变化较慢, 介质的每个小区域近似看成热平衡, 可用一个局部温度来描述。局部热平衡(LTE)的另一种含意是指物质本身达到热平衡而还未与辐射场达到热平衡。上面的情况可以看作这种局部热平衡(LTE)的一种特殊情况。

## § 1.2 辐射转移方程

现在讨论辐射在一个既有吸收又可发出辐射的介质中传播时强度的变化规律。描述这一规律的微分方程称为辐射转移方程。

考虑介质中一个底面积为  $dA$ 、高为  $ds$  的柱形体元。如图 1-4 所示。设辐射强度为  $I_v$  的光束垂直入射在  $dA$  面上，介质的吸收系数和发射系数分别为  $\alpha_v$  和  $j_v$ 。

用  $dE_v^1$  表示在  $dt$  时间、  
在立体角  $d\Omega$  内、在频率间隔  $v-v+d\nu$  内通过第一个底面 I 进入柱体元的辐射能量，按照(1-1)式有

$$dE_v^1 = I_v d\Omega d\nu dAdt.$$

由于介质有吸收，因此该能量一部分被柱体元吸收，它减弱了光束，或者说使光束能量有了负的增量，由(1-11)式有

$$dE_v^* = -\alpha_v dE_v^1 ds = -\alpha_v (I_v d\Omega d\nu dAdt) ds.$$

又由于介质本身有辐射，根据(1-15)式，柱体元  $dAds$  在相同时间  $dt$  和频率间隔  $v-v+d\nu$  内，在同一立体角  $d\Omega$  所辐射的能量为

$$dE_v^e = j_v dAds d\Omega d\nu dt.$$

辐射强度  $I_v$  经过柱体元后有小的改变，设在底面 II 处的辐射强度为  $I_v + dI_v$ ，由底面 II 射出的辐射能量为

$$dE_v^1 = (I_v + dI_v) d\Omega d\nu dAdt.$$

按照能量守恒定律，从底面 I 射出的能量应为从底面 I 射入经吸收减少后剩下的能量加上介质在柱体元中辐射的能量，即

$$dE_v^1 = (dE_v^1 + dE_v^*) + dE_v^e. \quad (1-16)$$

将前面得到的各量代入(1-16)式，化简后得到

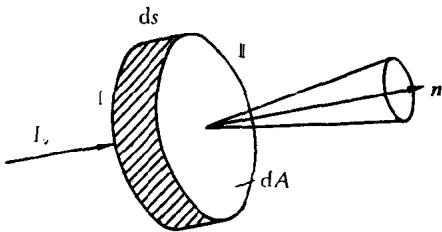


图 1-4