



平面几何教具的制作和应用

趙 華 編 著
南京市五中数学組

32

江苏人民出版社

• 內 容 提 要 •

本書是根据現行中学平面几何課本的順序編写的，所介紹的教具都是經過試用而有成效的，其中部分教具曾由我国教育部选送苏联。

全書共介紹了67个教具，几乎概括了所有可以联系的教材；对每一个教具都提出了适用范围、制作方法、应用方法及参考意見，可供初中几何教师参考。

平面几何教具的制作和应用

赵 华 編著
南京市五中数学組

江苏省書刊出版營業許可証出〇〇一號

江 苏 人 民 出 版 社 出 版
南 京 湖 南 路 十 一 号

新华書店江苏分店发行 江苏新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印張 3 13/16 字數 83,000

一九五七年五月第一版

一九五七年五月南京第一次印刷

印數 1—11,000

統一書号： 13100 32

定 价：(8)三角八分

編者的話

目前各中等學校的幾何教師，在學習蘇聯先進的教學經驗中，認識到在幾何教學中運用直觀教具，是培養學生具有幾何概念的重要方法之一；能使學生習慣於想象圖形的變化移動，從而由生動觀察提高到抽象思維。因此對平面幾何直觀教具的需要，是比較迫切的。

本書所介紹的教具，大部分是參考南京市第五中學數學組所製作的教具，小部分是參考北京、上海、南京其他學校的，還有一些是由編者設計並經試用有成效的。教具編排的順序，是根據一九五六年秋季初級中學平面幾何課本的教材順序而排列的。

本書共介紹了六十七個教具，關於每一個教具的說明，都包括教具編號、教具名稱、適用範圍、製作方法、應用方法、參考意見等六部分。並着重製作方法、應用方法、參考意見等三部分的敘述。

“製作方法”部分，體現了製作教具的三個原則：一、教具是對教學起輔助作用的手段，不是為教具而製作教具；二、要求製出的教具，能合適地驗證教材；三、每個教具都具有一定的規格，能以動作代替說明，不必再用語言來說明動作。至於製作材料則以五夾板、鐵絲為主，如偏僻地區不易購買上述材料時，可以考慮採用適當的代用品。

“應用方法”部分，重視應用教具的三個原則：一、初中學生年齡小、幾何觀念差，要多用教具；二、部分教材艱難費解

而又可用教具时，尽量运用教具；三、学生尚无概念时，可用教具来启发；已有概念但不深刻时，则用教具来巩固。

“参考意見”部分，是編者根据教学大綱，教学需要，結合一般的教學經驗而提出的，可供教学时的参考。但需按照具体情况灵活运用，而不宜硬性搬用。

在本書編写过程中，获得南京市第五中学的党支部和行政领导以及数学組同志們的关怀和幫助，江苏教师进修学院涂世泽先生和南京水利学校濮光弟先生閱讀原稿，并提出宝贵意見，特此謹致謝意。

赵 华 写于南京教师进修学院

一九五六年十月

目 录

1. 线段的相等和不等的模型	1
2. 圆的概念	2
3. 弧的相等和不等的模型	4
4. 角的概念	5
5. 角的相等和不等的模型	6
6. 角的概念的扩张显示器	8
7. 等圆心角对等弧	9
8. 量角器	11
9. 邻补角的关系显示器	13
10. 对顶角模型	15
11. 垂线的性质显示器	16
12. 各种三角形显示器	18
13. 三角形中的几种主要线段显示器	19
14. 轴对称教具(一)	21
15. 轴对称教具(二)	23
16. 轴对称教具(三)	24
17. 等腰三角形性质显示器	25
18. 三角形的全等模型	27
19. 等腰三角形中主要线段的性质显示器	29
20. 三角形外角与其不相邻的内角关系显示器	30

21. 三角形的边和角的相互关系显示器	32
22. 三角形两边的和与差的模型	34
23. 两个三角形两对边对应相等,第三边与其对角的 关系显示器	36
24. 从一点到一直线的垂线和斜线的长度比较模型	39
25. 垂线、斜线、垂线足、斜线足的关系显示器	40
26. 线段的垂直平分线的性质显示器	41
27. 角的平分线的性质显示器	44
28. 两条直线和第三条直线相交所成的各种角的模型	46
29. 对应边互相平行的两个角的模型	48
30. 对应边互相垂直的两个角的模型	50
31. 三角形内角和显示器	52
32. 多边形外角和显示器(一)	53
33. 多边形外角和显示器(二)	55
34. 平行四边形的性质显示器	58
35. 四边形边的运动变化显示器	60
36. 四边形对角线的运动变化显示器	62
37. 中心对称教具	65
38. 矩形的性质显示器	67
39. 菱形的性质显示器	68
40. 正方形的性质显示器	69
41. 梯形的性质显示器	70
42. 圆的形状和位置模型(一)	72
43. 圆的形状和位置模型(二)	73

44. 圓的形狀和位置模型(三)	74
45. 弧、弦和直徑的關係顯示器	75
46. 弧、弦和弦心距的關係顯示器(一)	77
47. 弧、弦和弦心距的關係顯示器(二)	79
48. 過圓內一定點所引的諸弦的大小情況的模型	81
49. 直線和圓的相互位置關係顯示器	83
50. 兩個圓的公共點的模型(一)	84
51. 兩個圓的公共點的模型(二)	86
52. 兩圓相互位置關係顯示器	87
53. 圓周角的量法顯示器	90
54. 在弧上及直徑上的圓周角的模型	91
55. 圓內、圓外角的量法顯示器	93
56. 弦切角的量法顯示器	95
57. 圓的內接四邊形對角互補的模型	97
58. 圓的外切四邊形兩組對邊的和相等的模型(一)	99
59. 圓的外切四邊形兩組對邊的和相等的模型(二)	101
60. 三角形的外心顯示器	102
61. 三角形的內心顯示器	105
62. 定長綫段兩端沿直角的兩邊滑動其中點的軌迹 图形顯示器	107
63. 同底等高三角形的頂點的軌迹图形顯示器	108
64. 平行四邊形一邊固定另一邊長一定另兩頂點軌迹 图形顯示器	109
65. 定圓內定長弦中點的軌迹图形顯示器	111

66. 定圓的兩切綫相交所成的角等于已知角，这个角
頂点的軌迹图形显示器 112
67. 切于定圓有定長半徑的动圓圓心的軌迹图形
显示器 113

附 材料計量表

工 具 表

教具编号：1

教具名称：线段的相等和不等的模型

适用范围：§8. 把一条线段放到另一条线段上，如果能够使它们的两个端点分别重合，这两条线段就叫做相等的线段。

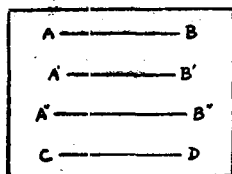
制作方法：

1. 材料：30公分×40公分的五夹板一块，20公分、22公分和24公分长的铁丝三段。

2. 制作过程：在五夹板上画四条互相平行的线段，使AB和CD长各为22公分，A'B'长为20公分，A"B"长为24公分。用小刀把五夹板上的这四条线段挖成四条槽，以能嵌入铁丝为适宜，并注上字母。把20公分、22公分和24公分的三段铁丝分别嵌入A'B'、AB和A"B"的空槽里，如下图。

应用方法：

1. 把AB槽内的铁丝取出嵌入CD槽内，可以看出：A点和C点、B点和D点完全重合。这就说明线段AB和线段CD相等。



2. 把A'B'槽内的铁丝取出嵌入CD槽内，可以看出：A'点和C点重合，而B'点落在C、D两点中间且和D点不重合。这就说明线段A'B'和线段CD不相等，即A'B'小于CD。

3. 把A"B"槽内的铁丝取出嵌入CD槽内，可以看出：A"点和C点重合，而B"点和D点不重合，且B"点在C点、D点同侧。这就说明线段A"B"和线段CD不相等，即A"B"大于CD。

参考意见：通过本教具的演示，希望能得到下面三点收

获：

1. 使学生了解几何学上怎样判断綫段相等和不等的方法。

2. 明确当綫段 $AB = \text{綫段} CD$ 时，它們的重合法有两种：一是A点与C点、B点与D点重合；另一法是A点与D点、B点与C点重合。事实上兩綫段如能重合，無論哪一种方法，它們的中点总是重合的。

3. 認識到在几何学上相等的概念是与移动和重合分不开的。而移动、重合的方法，又是根据人类生活經驗的总结。很早的时候，人們比綫段的長短都是用这样类似的方法来比較的。所以，几何的方法实在也就是从人类生活經驗上得来的。

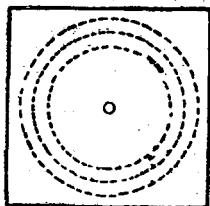
教具编号：2

教具名称：圓的概念

适用范围：§11. 同圓的半徑相等，等圓的半徑相等。

制作方法：

1. 材料：40公分 $\times$ 40公分的五夾板一块，15公分長的鉄絲兩段，30公分長的鉄絲一段，半徑为0.5公分的白鉄箍四只，螺絲釘連螺絲帽一付。



(图1)

2. 制作过程：(1) 在五夾板的正中央鑽一个洞，把螺絲釘从背面插入洞里，用螺絲帽旋紧(图1)。

(2) 在兩段15公分長的鉄絲一端各敲扁1公分，并鑽一个洞，它們的另一端用电焊把白鉄箍焊上；又在30公分長的鉄絲的中点和2:3的地方分別敲扁鑽一个洞，它的兩端用电

焊把白鐵箍分別焊上。(圖2)



(圖2)

應用方法：

1. 在白鐵箍里分別裝上不同顏色的粉筆一段，把15公分長的鐵絲套在螺絲釘上，繞着中心旋轉一周，就畫出一個圓(白色)。這就說明圓上所有的點到圓心的距離都相等，即同圓的半徑相等。

2. 再把另一段15公分長的鐵絲套入螺絲釘上，繞着中心旋轉一周，也畫出一個圓(紅色)。而這個圓和第一個圓完全重合。這就說明這兩個圓上所有的點到圓心的距離相等，即等圓的半徑相等。

3. 先把30公分長的鐵絲中點的那個洞，套入螺絲釘上，繞着中心旋轉一周，就畫出兩個不同顏色(白色和紅色)的圓，而這兩個圓完全重合；再把2:3處的洞套入螺絲釘上，繞着中心旋轉一周，也畫出兩個不同顏色(白色和紅色)的圓，而這兩個圓不相重合。這就說明同圓或等圓的半徑相等，而半徑不等的圓不等。

參考意見：通過本教具的演示，希望能得到下面三個收穫：

1. 使學生了解圓的相等問題是根據重合的方法。
2. 明確從圓周上任一點到圓心的距離都等於半徑，以及到圓心距離等於半徑的點都在圓周上。
3. 讓學生知道所謂“圓”就是“圓周”。

教具編號: 3

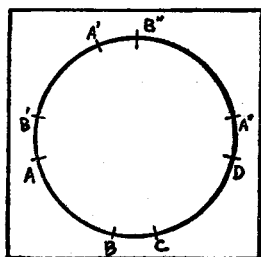
教具名稱: 弧的相等和不等的模型

適用範圍: § 12. 把同圓(或者等圓)中的一條弧放到另一條弧上,如果它們的兩個端點能夠分別重合,這兩條弧就叫做相等的弧。

制作方法:

1. 材料: 40公分×40公分的五夾板一塊, 鐵絲約80公分。

2. 制作過程: (1) 在五夾板上畫一半徑為16公分的圓。



(圖 1)

在圓上截取弧AB、弧CD、弧A'B'、弧A''B''四段。使弧AB=弧CD; 并使弧AB和弧CD都含有70度, 弧A'B'含有60度, 弧A''B''含有80度。用小刀沿這四段弧挖掉最上的一層夾板, 以能嵌入鐵絲為適宜。(圖1)

(2) 把鐵絲彎成半徑為16公分的弧四段, 使能分別嵌入五夾板上空槽里為適宜。(圖2)



(圖 2)

應用方法:

1. 把弧AB放到弧CD上, 可以看出: A點和C點、B點和D點分別重合。因為它們到圓心的距離相等, 所以這兩條弧上所有的點也就完全重合, 故 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ 。

2. 把弧A'B'放到弧CD上, 可以看出: A'點和C點重合, B'點落在弧CD內而和D點不重合, 所以弧A'B'和弧CD不相等, 即 $\widehat{A'B'} < \widehat{CD}$ 。

3. 把 $\widehat{A''B''}$ 放到 $\widehat{CD}$ 上, 可以看出, A'' 点和 C 点重合, B'' 点落在 $\widehat{CD}$ 外而和 D 点不重合, 所以 $\widehat{A''B''}$ 和 $\widehat{CD}$ 不相等, 即 $\widehat{A''B''} > \widehat{CD}$ 。

参考意見: 通过本教具的演示, 希望能使学生了解:

1. 相等概念是与移动和重合分不开的。
2. 同圆或等圆的两个弧才能比较大小, 否则便不能比较。

教具编号: 4

教具名称: 角的概念

适用范围: § 14. § 22. 1. 从同一点引出的两条射线所组成的图形叫做角。2. 直角、锐角和钝角。

制作方法:

1. 材料: 30公分×40公分的五夹板一块, 铁丝40公分, 白铁管34公分, 白铁皮一小块, 小钉四只, 螺丝钉连螺丝帽一付。

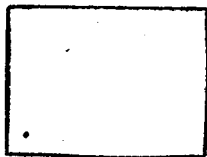
2. 制作过程: (1) 在距离五夹板左、底两边各4公分处钻一个洞(图1)。

(2) 将铁丝和白铁管都等分为两段。在两段白铁管的一端分别敲扁1公分, 并钻一个洞。(图2)

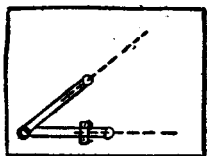


(图2)

(3) 把两段白铁管一端的洞用螺丝钉和螺丝帽固定在五夹板上洞里, 又把白铁皮剪成宽为0.5公分、长为3公分的



(图1)



(图3)

矩形,用小釘將一段白鐵管固定在和五夾板底边平行的地点,使另一段白鐵管能灵活轉动。再把兩段鐵絲分別插入白鐵管里。(图3)

应用方法:

1. 把兩段鐵絲分別从白鐵管里慢慢地抽出,同时把可以轉动的鐵絲慢慢地張开,表示角的兩条射綫。可以看出:角是由一条射綫(角的边)繞着公共点(角的頂点)的轉动而产生的。

2. 从角的兩边張开的程度来表示角的大小,这就充分說明了角的大小与其边長无关。树立和加强了学生对角的概念的正确認識,澄清了学生易于产生的“边長角大、边短角小”的錯誤想法。

3. 把可以轉动的鐵絲旋轉到和固定在五夾板上的鐵絲互相垂直时,則这个角为直角;又把鐵絲左右轉动,則得到小于直角的角(即銳角)或大于直角的角(即鈍角)。

参考意見: 应用本教具时,希望注意下面三点:

1. 強調角是基本图形。这个图形是自一点引出兩条射綫所構成的。

2. 着重說明鈍角是大于直角小于平角的角。

3. 說明角的边既是射綫,所以应该是无限伸長的。

教具編号: 5

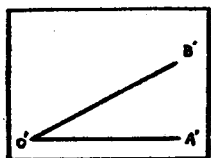
教具名称: 角的相等和不等的模型

适用范围: § 15. 把一个角放到另一个角上,如果它們的各相当部分(角的頂点、兩边、內部)都能够重合,这两个角就叫做相等的角。

制作方法:

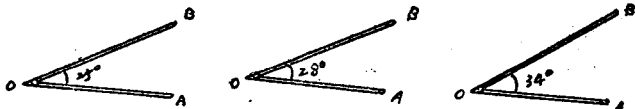
1. 材料: 30公分 $\times$ 40公分的五夾板一塊, 鐵絲約200公分, 螺絲釘連螺絲帽一付。

2. 制作过程: (1) 在五夾板上画一个 28° 的角 $A'O'B'$ 。在角的顶点处鑽一个洞, 把螺絲釘从五夾板的背面插入洞里, 又用螺絲帽旋紧。(图1)



(图1)

(2) 將鐵絲弯成 25° 、 28° 、 34° 等三个角(每个角的两边, 長短不必做成一样), 把每个角的顶点处敲扁鑽一个洞。(图2)



(图2)

应用方法:

1. 把 28° 的角的顶点套在螺絲釘上。可以看出: 顶点O和 O' 重合, 边OA和 $O'A'$ 重合, OB和 $O'B'$ 也重合。这就說明了 $\angle AOB = \angle A'O'B'$ 。

2. 把 25° 的角的顶点套在螺絲釘上。可以看出, 顶点O和 O' 重合, 边OA和 $O'A'$ 重合, 而边OB和 $O'B'$ 不重合, 且落在 $\angle A'O'B'$ 的内部, 这就說明了 $\angle AOB$ 和 $\angle A'O'B'$ 不相等, 且 $\angle AOB < \angle A'O'B'$ 。

3. 把 34° 的角的顶点套在螺絲釘上。可以看出: 顶点O和 O' 重合, 边OA和 $O'A'$ 重合, 而边OB和 $O'B'$ 不重合, 且落在 $\angle A'O'B'$ 的外部。这就說明了 $\angle AOB$ 和 $\angle A'O'B'$ 不相等, 且 $\angle AOB > \angle A'O'B'$ 。

4. 又可以說明角的相等或不等, 与边的長短是沒有关系的。

参考意見: 兩角的相等正如兩綫段的相等一样, 有兩種重合方法: 一种是OA与O' A'、OB与O' B' 重合; 另一种是OB与O' A'、OA与O' B' 相重合。事实上, 兩角如能重合, 無論用哪一種方法, 這兩個角的平分角綫, 都一定会重合的。关于这点虽然不必向學生說明, 但仍可向學生暗示“任一角都有一条角的平分綫”。

教具編號: 6

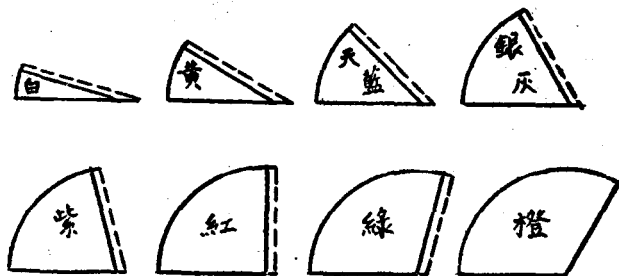
教具名称: 角的概念的擴張顯示器

適用範圍: § 17. 平角、周角、一个周角加上某一个角, 或几个周角再加上某一个角。

制作方法:

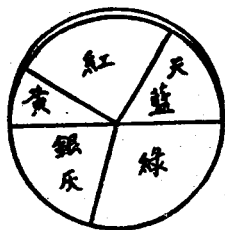
1. 材料: 馬糞紙一大張。

2. 制作过程: (1) 在馬糞紙上画半徑为 15公分的 15° 、 30° 、 45° 、 60° 、 75° 、 90° 、 105° 、 120° 的扇形各一个, 涂上各种不同的顏色; 并在每个扇形的同側多留出一公分寬的地位, 把这八个扇形連同留出的一公分地位用剪刀剪下。(图 1)



(图 1)

(2) 在每个扇形上留出的一公分处涂上漿糊，順着 30° 、 90° 、 60° 、 105° 、 75° 、 15° 、 45° 、 120° 的次序，連續粘牢。(图 2)



(图 2)

应用方法:

1. 从各个扇形連續粘牢的情况下。可以看出，平角(180°)、周角(360°)的图形。

2. 更重要的，是可以看清当几个角的和填滿了公共頂点周圍的整个平面，而且还要重疊在另一个角的上面。甚至可能重疊到兩周、三周……的图形(也就是当几个角的和等于一个周角加上某一个角或等于两个周角、三个周角……加上某一个角的情形)。

参考意見: 通过本教具的演示，希望能使学生普遍有一个“角的和还是得到一个角”的概念。

教具编号: 7

教具名称: 等圓心角对等弧

适用范围: § 18. 在同圓(或者等圓)中: 1. 如果圓心角相等, 那末它們所对的弧也相等; 2. 如果弧相等, 那末它們所对的圓心角也相等; 又 p. 44 复习題第 3 題“用疊合法証明: 在同圓(或者等圓)中, 1. 如果圓心角不等, 所对的弧也不等, 大角所对的弧也大; 2. 如果弧不等, 所对的圓心角也不等, 大弧所对的圓心角也大。”

制作方法:

1. 材料: 40公分 $\times$ 40公分的五夾板一块, 鉄絲約 50 公分, 螺絲釘連螺絲帽一付。