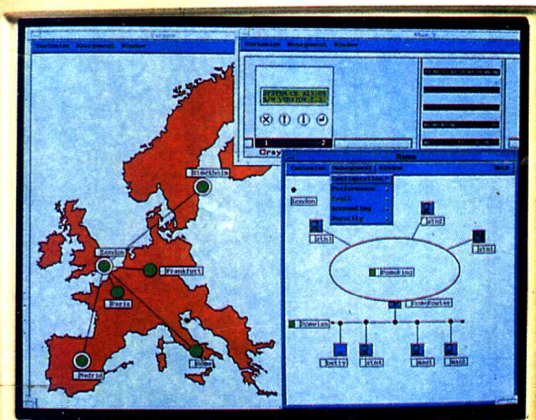


大地坐标转换与 GPS 控制网 平差计算及软件系统

刘大杰 白征东 施一民 沈云中 编著



同济大学出版社

国家自然科学基金资助项目

大地坐标转换与 GPS 控制网 平差计算及软件系统

刘大杰 白征东 编著
施一民 沈云中

同济大学出版社

内 容 提 要

在全球定位系统(GPS)技术的应用中,大地坐标的转换和 GPS 网平差计算是一个十分重要的环节。本书的内容是阐述各种大地坐标系统及坐标转换的基本知识和 GPS 控制网平差计算的基本原理及有关问题,介绍 GPS 网平差计算软件系统 TGPPS(5.0)的结构、功能、软件的编制方法和使用方法,并给出了一些实用程序的源程序。

本书可供从事 GPS 技术应用工作的工程技术人员参考,也可作为高等学校有关专业的学生、研究生和教师的参考书。

本书得到了国家自然科学基金的资助。

责任编辑 王建中

封面设计 陈益平

大地坐标转换与 GPS 控制网平差计算及软件系统

刘大杰 白征东 编著

施一民 沈云中

同济大学出版社出版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

同济大学印刷厂印刷

开本:787×1092 1/16 印张:8.75 字数:220 千字

1997 年 5 月第 1 版 1997 年 5 月第 1 次印刷

印数:1—500 定价:18.00 元

ISBN 7-5608-1849-8/V·4

前 言

全球定位系统(GPS)技术已经在许多领域得到广泛的应用。因为根据 GPS 定位得到的观测成果通常是世界坐标系 WGS-84 中的坐标或坐标差,但在实用上需要的往往是地面点在国家坐标系或地方独立坐标系中的坐标,只有通过大地坐标的转换和 GPS 网平差计算才能得到满足实际需要的高精度成果。因此,在 GPS 的应用中,大地坐标变换和 GPS 网平差计算是一个十分重要的环节。

为满足 GPS 在各种实际工作中应用的需要,我们对 GPS 网平差计算的数学模型及其有关问题进行了广泛深入的讨论和研究,包括在我国常常用到的地方独立坐标系与地心坐标系的转换、GPS 网中多边形环的自动搜索等问题的探讨,并研制出软件系统 TGPPS,受到了广大测绘工作者的欢迎,也得到了许多测绘单位的大力支持。

软件系统 TGPPS 最初是在 DOS 环境下并主要采用 FORTRAN 语言研制的。该软件系统具有 GPS 数据采集、坐标变换、闭合差计算、GPS 网平差、绘制网图等多项功能,且自动化程度很高。后来又采用了汉字菜单和汉字提示,使应用更为方便。

最近,为适应计算机技术的发展,我们又对软件系统 TGPPS 作了较大的改进,将软件系统的环境改为 WINDOWS,且主要采用 C 语言重新编制。对数学模型也作了一些改进,使应用范围扩大,使用也更方便。为便于对 GPS 三维形变监测网进行数据处理,并在 GPS 网三维平差中进行误差分析和形变分析,我们采用了一种以 GPS 点的三维直角坐标为未知参数的平差方法,该法通过约束条件来区分平面固定点和高程固定点。

撰写本书的目的,其一是希望能让测绘科技人员对 GPS 应用中的坐标转换与 GPS 网平差计算的有关问题有较系统和具体的认识;其二是帮助测绘科技人员、特别是研究生能较深刻地了解软件系统的编制方法。

本书分为五章,第一章阐述各种坐标系统的基本知识及坐标转换问题;第二章论述 GPS 网平差的原理和有关问题;第三章详细介绍软件系统中的一些子程序;第四章以 WGS-84 坐标系中的 GPS 网三维平差为例来说明软件编制方法;第五章介绍 GPS 网平差计算软件系统 TGPPS(5.0 版)的结构和使用方法。

由于作者水平有限,且时间十分仓促,不当之处在所难免,敬请广大测绘工作者不吝赐教。

本书得到了国家自然科学基金的资助,是国家自然科学基金项目“应用 GPS 和水准测量研究大城市地面沉降和三维形变”(49371049 号)的成果之一。

作者

1996 年 9 月

Preface

Global Positioning System(GPS) technology has been widely used in many fields. The observation results using GPS are the coordinates or coordinate differences in World Geodetic System (WGS-84), but in practical use the coordinates in national coordinate system or in local independent coordinate system are required. The high precision result can be obtained only by the geodetic coordinate transformation and adjustment of GPS network. Therefore, the geodetic coordinate transformation and adjustment of GPS network is very important in the applications of GPS.

To meet the needs of using GPS in various practices, we have widely and deeply discussed and studied the mathematical models of the adjustment of GPS network as well as other pertinent problems, including the models of coordinate transformation in local independent coordinate system and geocentric coordinate system which is usually used in our country, the algorithm of automatically searching the closed-loop in GPS network, etc. We have also developed the software package called "TGPPS", which is welcomed by numerous surveyors and supported by many surveying units.

At first the software package "TGPPS" is developed mainly using Fortran language and executed under DOS environment. It has several functions such as collecting GPS data, coordinate transformation, calculating the closure of closed-loop, adjustment of GPS network, drawing the network and error ellipse, etc, and the automaticity is very high. Later, the Chinese menu and Chinese messages were used in this software package. That make it more convenient to use.

Recently, we have made a revision to "TGPPS" to fit the development of computer technology. The new version of this software package is developed mainly using C language and executed under Windows environment. To enlarge the range of its application and make it more convenient to use, we have also improved the mathematical model of this software. We adopted a new model of adjustment which takes three-dimensional rectangular coordinated as unknown parametres. This model distinct the horizontal fixed points and vertical fixed points with constraint conditions. It is convient for this model to process the data of the GPS monitoring network and to analysis the accuracy and 3-dimensional deformation.

Writing this book has two purposes. The first is to let surveying technicians have a systematic and specific knowledge on the coordinate transformation and the adjustment of GPS network in GPS applications. The second is to help surveying technicians, especially graduate students, to deeply understand the programing method of software package.

This book is divided into five chapters. Chapter one elaborates the basic concepts of coordinate system and coordinate transformation, Chapter two discusses the principle of the adjustment of GPS network and pertinent problems; Chapter three introduced some subroutines in the software package; Chapter four explains the programing method by giving an example program of the 3-dimensional adjustment of GPS network in WGS-84; Chapter five introduces the structure and the usage of th Software package "TGPPS"(version 5.0)

Because the authors' knowledge is limited and time is pressing, Some text in this book may be

improper. We hope the readers favour us their instructions.

This book is supported by National Natural Science Foundation of China (NSFC) entitled "To monitor the metropolian terreatrial settlement and 3-dimensional deformation using GPS and levelling" (No. 49371049) and is one of its achievements.

Liu Dajie
Bai Zhengdong
Shi Yiming
Shen Yunzhong

September, 1996

目 录

第一章 大地坐标系统与坐标转换	(1)
§ 1.1 概述	(1)
§ 1.2 地球椭球与参考椭球	(2)
§ 1.3 几种常用的坐标系	(6)
§ 1.4 协议地球坐标系与世界大地坐标系 WGS-84	(9)
§ 1.5 高斯投影与 UTM 投影平面直角坐标系	(12)
§ 1.6 我国的国家坐标系	(15)
§ 1.7 地方独立坐标系的建立和坐标转换	(16)
§ 1.8 不同坐标系的坐标转换	(20)
第二章 GPS 控制网平差计算的基本原理	(24)
§ 2.1 GPS 控制网平差的观测值	(24)
§ 2.2 WGS-84 坐标系中的 GPS 控制网三维平差	(26)
§ 2.3 地面坐标系中的 GPS 控制网三维平差	(28)
§ 2.4 GPS 控制网平差中的精度计算和精度分析	(34)
§ 2.5 GPS 控制网中的独立环的自动搜索	(39)
§ 2.6 GPS 控制网二维平差的基本原理	(41)
§ 2.7 GPS 控制网的高程计算	(44)
第三章 GPS 控制网平差计算软件中的常用子程序	(48)
§ 3.1 弧角换算与方位角计算子程序	(48)
§ 3.2 矩阵运算子程序	(50)
§ 3.3 坐标转换子程序	(56)
§ 3.4 法方程式的组成与解算子程序	(63)
§ 3.5 GPS 控制网精度计算子程序	(71)
§ 3.6 绘制网图和误差椭圆的子程序	(79)

第四章	WGS-84 坐标系中的 GPS 控制网三维平差程序	(84)
§ 4.1	计算步骤与变量说明	(84)
§ 4.2	程序	(85)
§ 4.3	算例	(99)
第五章	GPS 控制网平差计算软件系统 TGPPS 介绍	(108)
§ 5.1	TGPPS 的功能与结构	(108)
§ 5.2	主要程序的运行框图	(109)
§ 5.3	TGPPS(5.0)使用说明	(114)

Contents

Chapter One GEODETIC COORDINATE SYSTEM AND COORDINATE TRANSFORMATION

1.1 General Introduction	(1)
1.2 Earth Ellipsoid and Reference Ellipsoid	(2)
1.3 Several Common Coordinate Systems	(6)
1.4 CTS and World Geodetic System(WGS-84)	(9)
1.5 Plane Rectangular Coordinate System of Gauss Projection and Universal Transverse Mercator Projection	(12)
1.6 National Coordinate System of China	(15)
1.7 Establishment of Local Coordinate System and Coordinate Transformation	(16)
1.8 Coordinate Transformation between Different Coordinate System	(20)

Chapter Two THE PEINCIPLE OF ADJUSTMENT OF GPS CONTROL NETWORK

2.1 The Observables of Adjustment of GPS Control Network	(24)
2.2 The 3-dimensional Adjustment of GPS Control Network in WGS-84	(26)
2.3 THE 3-dimensional Adjustment of GPS Control Network in Terrestrial Coordinate System	(28)
2.4 The Precision Calculation and Analysis of The Adjustment of GPS Control Network	(34)
2.5 Automatically Searching The Independent Closed-Loop in GPS Control Network	(39)
2.6 The Basic Principle of 2-dimensional Adjustment of GPS Control Network	(41)
2.7 Calculating Height in GPS Control Network	(44)

Chapter Three SUBROUTINES FOR ADJUSTMENT OF GPS CONTROL NETWORK

3.1 Subroutine for Calculating Angle and Azimuth	(48)
3.2 Subroutine for Matrix Calculating	(50)
3.3 Subroutine for Coordinate Transformation	(56)
3.4 Subroutine for Establishing and Solving The Normal Eqautin	(63)
3.5 Subroutine for Precision Calculating	(71)
3.6 Subrouting fot Drawing Network and Error Ellipse	(79)

Chapter Four THE PROGRAM OF 3-DIMENSIONAL ADJUSTMENT OF GPS CONTROL NETWORK IN WGS-84

4.1 Calculation Steps and Variable Declaration	(84)
4.2 The Program	(85)
4.3 A Numerical Example	(99)

Chapter Five INTRODUCTION TO THE SOFTWARE PACKAGE “TGPPS” OF
ADJUSTMENT OF GPS CONTROL NETWORK

5.1 The Functions and Structure of “TGPPS”	(108)
5.2 Flow Diagrams of Main Programs	(109)
5.3 The Usage of “TGPPS” (version 5.0).....	(114)

第一章 大地坐标系统与坐标转换

§ 1.1 概 述

随着现代科学技术的发展,常规大地测量方法已逐渐被卫星大地测量方法所取代。必须指出的是,这两种测量方法在点位的表述上,也是有所不同的。多年来,测量上习惯于将地面点的空间位置分别表示为平面位置(大地经纬度、高斯-克吕格平面直角坐标)和高程,分别从属于大地坐标系(或高斯-克吕格平面直角坐标系)以及指定的高程系统。当然,由一个二维坐标系(平面或椭球面)及一个一维坐标系的迭加并不能构成一个完整的三维坐标系,理论虽不够严密,但却能满足多方面的测量定位的需要,因此一直沿用至今,绘有等高线的地形图以及数字地形模型也就用来表述一系列地面点的三维位置。

卫星大地测量一般在一个三维地心坐标系中测定和表示地面点的空间位置。这种坐标表示方法较为严密,既可表示为三维的空间直角坐标,也可表示为相应于某一椭球的大地纬度、大地经度和大地高,与此相比较,常规地面测量是不可能直接测定相应于参考椭球面上的大地高的。

在已建有国家控制网或地方控制网的地区进行 GPS 测量定位时,往往要求将由 GPS 技术测定的点位成果纳入到国家坐标系或地方坐标系,这就需要将 GPS 点的坐标从世界大地坐标系 WGS-84 转换到当地所采用的坐标系。由于原有的点位只具有平面坐标和水准高程(正常高),并非严格的三维坐标,无论是采用三维变换或二维变换都要对此予以考虑。

为便于叙述,本书将具有内在联系的空间直角坐标系、大地坐标系以及高斯-克吕格平面直角坐标系看作为点位在同一类参考系中的不同而又等价的表述方式,其间的点位坐标具有一一对应的关系。在进行坐标转换计算时,完全可以利用这些坐标系间的已知的确定关系(例如 Z 轴重合于椭球短轴、X 轴的正向指向经度零点等),逐点独立地进行,若采用精确的坐标转换公式,转换精度可达 0.001m 或更高。

与此不同的另一方面是,两种三维坐标系的坐标轴指向、尺度甚至坐标原点是各不相同的。其中,根据转换参数已知与否又可分为两种情况,例如协议天球(赤道)坐标系与协议地球坐标系,其坐标原点均定义在地球质心,其尺度可认为一致,两坐标系间的旋转参数可根据给定的岁差、章动、地球自转及极矩阵求取,于是可将某瞬间卫星点在协议天球坐标系中的坐标通过瞬时真天球坐标系转换到协议地球坐标系中的坐标,在具有全球跟踪的卫星观测数据的条件下,也可将地球自转角速度及极移作为未知量予以解求。在进行坐标变换时,两种坐标系之间的转换参数是未知的或不确定的,例如,由世界大地坐标系 WGS-84 转换到参心坐标系(如我国的 1954 年北京坐标系或 1980 年西安大地坐标系)时,需要根据若干地面点重合点在两种坐标系中的坐标采用最小二乘平差来求出转换参数。转换参数的解求精度取决于重合点的数量、分布、两组坐标的精度诸因素,存在着地域性的限制。因此,即使通过布设全国 GPS 网,求得了 WGS-84 系统与国家坐标系之间的转换参数,但在一定的精度要求下,往往也不能作为某个局部区域中 WGS-84 与国家坐标系间的转换参数,更何况在局部

区域内布设 GPS 网时,往往是取按单点定位的一个点作为位置基准,由于单点定位误差较大,定位结果并不属于真正的 WGS-84 坐标系,由该坐标系变换到国家坐标系(或地方独立坐标系),须在 GPS 网平差的同时求出适合于该区域的转换参数。

本章将讨论在 GPS 网平差与转换中所涉及到的一些坐标系,如协议地球坐标系、参心坐标系、地方坐标系等,着重说明它们的性质、特点以及在坐标变换中的作用,对于具有某种同一性的三维直角坐标系、大地坐标系、站心三维直角坐标系间的坐标换算公式,也一并列出。结合 GPS 控制网平差计算软件系统 TGPPS 的功能,说明由 WGS-84 坐标系到国家坐标系或地方坐标系的坐标变换方法和途径。

§ 1.2 地球椭球与参考椭球

一、地球椭球的基本概念

水处于静止时的表面称为水准面。在地球重力场中,水准面上各点处处与点的重力方向正交,且同一水准面上各点的重力位相等,故水准面又称为重力等位面。设想用将处于静止平衡状态的海洋延伸到地球的大陆内部的水准面来表示地球的形状,将这个水准面称为大地水准面,并将大地水准面所包围的整个形体叫做大地球体。

大地体相当接近于一个规则的,具有微小扁率的旋转椭球。因此,在大地测量中,通常选择一个旋转椭球来代表地球,并称其为地球椭球。

旋转椭球是一个规则的数学面,用两个参数就可以确定它,这两个参数通常是椭球的长半径 a 和扁率 α 。为了将大地测量成果归算到椭球面上,并研究局部地面的地球形状在选定一个旋转椭球作为地球椭球后,仅仅知道它的形状和大小还不够,还必须确定椭球与大地体的相关位置,也就是对椭球定位和定向。当需要研究全球地球形状,并从几何特性和物理两个方面来研究时,则还要求使地球椭球与大地体最为密合。

为了从几何和物理两个方面来研究地球,自 1967 年开始,国际上采用四个参数来描述椭球的几何特性和物理特性,这四个参数是:

椭球的长半径 a ;

引力常数与地球质量的乘积 GM ;

地球重力场二阶带球谐系数 J_2 (或规格化二阶带球谐系数 $\bar{C}_{2,0}$);

地球自转角速度 ω_0 。

利用这四个参数,可以导出一系列其它参数,如椭球扁率 α 和赤道正常重力值等。

在经典大地测量中,各个国家和地区分别采用一定大小的地球椭球(a, α),并对它定位和定向,这种地球椭球称为参考椭球。这样选定和建立的参考椭球,一般来说是与局部地区的大地水准面最为密合,将它作为局部地区大地测量成果计算的参考面是较方便的。以参考椭球为基础建立的坐标系统称为参心坐标系。考虑到一个坐标系统的建立需要保持其一定的延续性和稳定性,所以局部性质的参考椭球和参心坐标系一直为各个国家和地区的大地测量所采用。

在近代大地测量中,特别是对于卫星大地测量,需要研究全球的地球形状和全球性大地测量问题。因此,需要有一个和整个大地体最为密合的地球椭球,通常称这个椭球为总地球

椭球。对于总地球椭球,要求它在定位和定向时,使椭球的中心与地球的质心重合($\Delta x_0 = \Delta y_0 = \Delta z_0 = 0$),椭球的短轴与地球的地轴重合,起始大地子午面与天文子午面重合($\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = 0$),还要求在确定参数 a 、 α 时,要满足全球范围上大地水准面差距的平方和为最小,即

$$\iint_{\sigma} N^2 d\sigma = \text{最小} \quad (1.2.1)$$

满足(1.2.1)式也就是使总地球椭球与大地体最为密合。

以总地球椭球为基础建立的坐标系称为地心坐标系。理论上,总地球椭球应该只有一个,但因为采用不同的资料会得到不同参数,也就会得到不同的总地球椭球和地心坐标系。

二、地球椭球的基本元素

地球椭球是由一个椭圆绕其短轴旋转而得到的一个旋转椭球。这个椭圆称为子午椭圆。地球椭球的基本元素是由子午椭圆的元素决定的。

在图 1-1 中, NWSE 为子午椭圆, NS 为旋转轴(即短轴)。包含旋转轴的平面称为大地子午面;大地子午面与椭球面的截线称为大地子午圈(如 NPS);垂直于旋转轴的平面与椭球面的截线称为平行圈(如 Q_1PQ_2);通过椭球中心的平行圈(WAE)称为赤道。

决定椭球的大小和形状的元素有:

椭球的长半径

$$OE = OW = a;$$

椭球的短半径

$$ON = OS = b;$$

椭球的扁率

$$\alpha = \frac{a-b}{a};$$

子午椭圆的第一偏心率

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad (1.2.2)$$

子午椭圆的第二偏心率

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}} \quad (1.2.3)$$

a 、 b 、 α 、 e 、 e' 均为旋转椭球的元素,其中 a 、 b 为长度元素。只要已知其中两个元素(其中一个必须是长度元素)即可决定旋转椭球的大小和形状,一般用 a 、 α 来代表椭球的大小和形状。

为论述方便,在大地测量中常常采用以下符号:

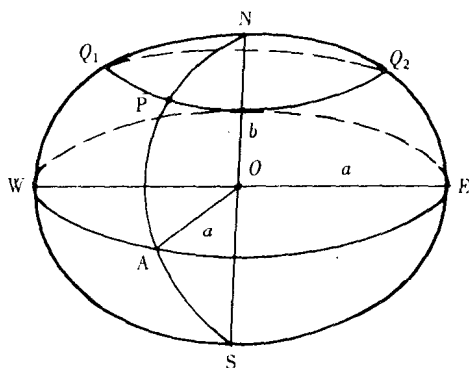


图 1-1

$$\left. \begin{aligned} \eta &= e' \cos B \\ W &= \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \\ V &= \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B} = \sqrt{1 + \eta^2} \\ n &= \frac{a - b}{a + b} \\ t &= \operatorname{tg} B \\ c &= \frac{a^2}{b} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.4)$$

其中 B 表示大地纬度。

各椭球元素之间存在以下关系

$$\left. \begin{aligned} a &= b \sqrt{1 + e'^2} \\ b &= a \sqrt{1 - e^2} \\ e^2 &= \frac{e'^2}{1 + e'^2} \\ e'^2 &= \frac{e^2}{1 - e^2} \\ c &= a \sqrt{1 + e'^2} = b(1 + e'^2) \\ a &= c \sqrt{1 - e^2} \\ V &= W \sqrt{1 + e'^2} \\ W &= V \sqrt{1 - e^2} \\ e^2 &= 2\alpha - \alpha^2 = \frac{4n}{(1+n)^2} \\ 1 - e^2 &= \frac{(1-n)^2}{(1+n)^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.5)$$

三、参考椭球

确定参考椭球是建立国家或地区坐标系的主要依据,它包括确定椭球的形状和大小(即选定长半径 a 和扁率 α 两个参数的采用值)及确定它和大地体的空间相对位置(椭球的定位和定向),参考椭球建成后,它将成为各国大地测量成果计算的参考面,由于它和本国范围的大地水准面较为密合,对常规大地测量较为方便。参考椭球的定位就是确定其中心的位置,参考椭球的定向则是确定参心三维坐标系的坐标轴指向。与地心坐标系不同,参心三维坐标系的坐标原点不在地心而在参考椭球的中心, z 轴与参考椭球的短轴相重合, x 轴则位于起始大地子午面,为实现参考椭球的定位和定向,须在大地原点上测定天文经纬度、高程及至某一相邻点的天文方位角,再根据定位和定向须满足的条件,即可获得原点大地经纬度、大地高及大地方位角。然而,由于受制于天文测量的精度,无论是采用一点定位或多点定位,所谓双平行条件,即椭球短轴与地球某一历元的地轴相平行,起始大地子午面与起始天文子午面相平行是难以得到满足的。

我国的 1954 年北京坐标系是采用克拉索夫斯基椭球元素($a = 6378245\text{m}$, $\alpha = 1:298.3$), 并与前苏联 1942 年坐标系进行联测而建立的, 未曾进行椭球的定位与定向。东部的高程异常达 60 余米。此后建立的 1980 年西安坐标系是按多点定位法进行椭球的定位与定向, 在大地原点(位于陕西省泾阳县永乐镇)上进行了精密天文测量和精密水准测量, 定位和定向的条件是:

1. 椭球短轴平行于由地球质心指向 1968.0 地极原点的方向;
2. 起始大地子午面平行于格林威治平均起始子午面;
3. 椭球面同似大地水准面在我国境内最为密合。

从而得出大地原点上的大地经纬度、大地高及至相邻一点的大地方位角, 作为 1980 年国家大地坐标系的起算数据。由上述定位定向条件可知, 该坐标系仍为参心坐标系, 并非地心坐标系。

该椭球的四个基本大地参数采用了 1975 年 IAG 推荐值, 即取为

椭球长半径 $a = 6378140\text{m}$;

地球引力常数 $GM = 3.986005 \times 10^{14} \text{m}^2/\text{s}^2$;

地球重力场二阶带球谐系数 $J_2 = 1.08263 \times 10^{-3}$;

地球自转角速度 $\omega = 7.292115 \times 10^{-5} \text{rad/s}$ 。

由这四个参数可求得扁率 α 和其他参数。

定位后的椭球与大地水准面密合较好, 东部广大地区有明显改善。

四、地方独立控制网的局部椭球

与国家控制网不同, 城市与工程控制网一般是地方独立网, 网中归算边长的高程基准面往往不是参考椭球面, 而是与参考椭球面不重合的测区平均高程面。在常规地面大地测量中, 这种地方独立网通常是直接在高斯平面上进行平差计算, 不需要考虑对应的椭球。虽然在计算方向改化和距离改化时, 也采用了由国家参考椭球几何元素所导出的曲率半径, 但据此并不能判定地方独立网是采用国家参考椭球面对边长进行高程归算的。因为边长的高程归算简化公式为

$$\Delta S = -H/R \quad (1.2.6)$$

式中 H 是归算边的高程, R 是参考椭球的曲率半径。 R 之值约为 6400km, 而 H 最大值为几千米, 故当 R 变动数百米, 对 ΔS 的计算的影响也极小。

值得注意的是, 当在地方独立控制网中考虑 GPS 观测数据时, 需要将地面点的大地坐标转换为高斯平面坐标, 这种转换受投影面的影响相当大, 因此, 为保持地方独立网的尺度基准, 在测区范围内应采用与作为投影面的平均高程面大致重合的参考椭球面, 我们将这种椭球称为局部椭球或地方椭球。可以看到, 给出局部椭球的目的, 就是为了使得 GPS 观测成果在经过坐标转换后, 能够与地方独立网的尺度在边长投影的定义上取得一致。

按照不同的定义方式可以得到不同的局部椭球。下面给出三种, 分别称为 E_1 、 E_2 和 E_3 椭球。

1. E_1 椭球

将已知椭球 E_0 (通常是国家参考椭球) 的长半径增大为

$$a_1 = a + (H_0^{\gamma} + \zeta_0) \quad (1.2.7)$$

式中 H_0^{γ} 为投影面(平均高程面或抵偿高程面)的正常高, ζ_0 为测区的平均高程异常。且使

椭球的扁率保持不变。长半径增大后的 E_1 椭球面将与投影面大致重合,因而使 GPS 基线向量投影后的边长尺度与地方独立网一致。

2. E_2 椭球

将某一已知椭球沿测区的一个起算点 P_k 的法线方向平移

$$\Delta H = H_0' + \zeta_0 \quad (1.2.8)$$

使平移后的椭球面与测区投影面相重合。亦即该位置基准点在已知椭球面上的大地经纬度保持不变,而大地高则取该点相对于投影面的高程,并保持原有的椭球长半径及扁率。平移后的已知椭球面将与 E_2 椭球面在该点处重合,这样也能使边长尺度与地方独立网相一致,文献[16]中对江阴长江公路大桥 GPS 网的数据处理正是采用 E_2 椭球,对于面积较小的工程控制网,不通过国家坐标系,直接由 WGS-84 坐标系转换到地方独立坐标系更为方便适用。当然, GPS 基线向量投影到 E_1 和 E_2 椭球面后,还须进行方位旋转才能与地方独立坐标系的平面坐标轴指向相一致。

3. E_3 椭球

它是同时改变已知椭球的长半径和偏心率使起始点处的地方椭球面与平均高程面相交,可称之为 E_3 椭球。

要求 E_3 椭球不仅与测区投影面尽可能地接近,而且使其椭球中心与已知椭球中心相重合,并且轴向保持一致,其构造方法如下:

(1) 以起始点上的某已知椭球面法线方向为其法线方向作一个 E_3 椭球,使该点的大地经纬度 (B_0, L_0) 保持不变,而大地高 H_0 则变为 $H_0' - (H_0' + \zeta_0)$

(2) 确定 E_3 椭球的几何元素 a_1 及 e_1

由保持已知椭球中心及轴向不变的条件,可推证出

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a + \Delta a = a + \frac{(2 - e^2 \sin^2 B_0) \cdot (H_0' + \zeta_0)}{2\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \\ e_1^2 &= e^2 + \Delta e^2 = e^2 + \left(-\frac{H_0' + \zeta_0}{N_0 + H_0' + \zeta_0} \cdot e^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.2.9)$$

E_3 椭球面与已知椭球面在起始点处相交,可证大地高变化量即为 $-(H_0' + \zeta_0)$,这一点与 E_2 椭球相同,而不同于 E_1 椭球。与 E_2 椭球不同的是, E_3 椭球及 E_1 椭球都保持已知椭球的中心及轴向不变,而 E_2 椭球则有所改变。

§ 1.3 几种常用的坐标系

本节讨论几种常用的坐标系,包括大地坐标系,空间直角坐标系,大地站心空间直角坐标系和大地站心极坐标系,以及它们之间的关系。对于这些坐标系是属于参心还是地心,暂不加区分,对其坐标轴也不严格定义。

一、大地坐标系

大地坐标系以大地纬度 B 、大地经度 L 和大地高 H 表示空间一点的位置。如图 1-2, O

表示椭球中心, EW 为赤道面, NGS 为起始大地子午面, 地面点 $P_{地}$ 的法线 $P_{地}K_P$ 交椭球面于 P 点, NPS 为 $P_{地}$ 的子午面。则地面点 $P_{地}$ 的大地坐标定义为:

大地纬度 B —— $P_{地}K_P$ 与赤道面 WAE 的夹角, 由赤道面起算, 向北为正 ($0^\circ \sim 90^\circ$), 称北纬, 向南为负 ($0^\circ \sim -90^\circ$), 称南纬;

大地经度 L —— $P_{地}$ 的子午面 NPS 与起始子午面 NGS 所构成的二面角, 向东为正 ($0^\circ \sim 180^\circ$), 称为东经, 向西为负 ($0^\circ \sim -180^\circ$), 称为西经;

大地高 H —— $P_{地}$ 沿法线方向到椭球体的距离 $P_{地}P$, 从椭球面起算, 向外为正, 向内为负。

大地高 H 与水准测量中的正高 H^N 或正常高 H' 有以下关系

$$H = H^N + N = H' + \zeta \quad (1.3.1)$$

式中 N 是大地水准面差距, ζ 是高程异常。若将地面点 $P_{地}$ 沿铅垂线投影到大地水准面上, 投影点为 P' , 再将 P' 沿法线投影到椭球面上得 P_0 点 (如图 1-3), 则沿铅垂线的距离 $P_{地}P'$ 就是 H^N , 而 $P'P_0$ 就是大地水准面差距 N 。

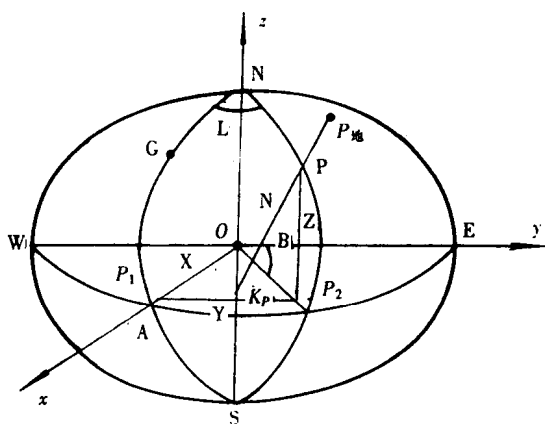


图 1-2

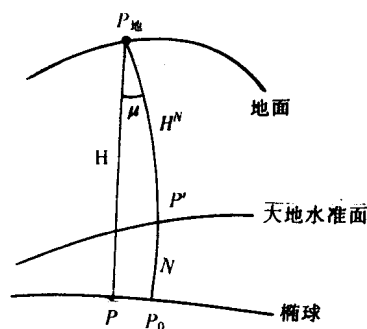


图 1-3

二、空间直角坐标系及其与大地坐标系的关系

以椭球中心为空间直角坐标系的原点, 以起始子午面 NGS 与赤道 WAE 的交线为 X 轴, 以椭球的短轴为 Z 轴 (向北为正), 而以在赤道面上与 X 轴正交的方向为 Y 轴, 构成右手空间直角坐标系 $O-XYZ$ 。地面点 $P_{地}$ 的点位用 $OP_{地}$ 在这三个坐标轴上的投影 X 、 Y 、 Z 表示, (X, Y, Z) 也就是 $P_{地}$ 的空间直角坐标。它们是与大地坐标系相对应的。

对于同一椭球, 地面上任一点的空间直角坐标与相应的大地坐标的关系是

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + H) \cos B \cos L \\ (N + H) \cos B \sin L \\ [N(1 - e^2) + H] \sin B \end{bmatrix} \quad (1.3.2)$$

式中 e 为椭球的第一偏心率, N 是卯西圈的曲率半径, 有