

電力建設勘測設計資料

59008

發電廠管道手冊

第 7 冊

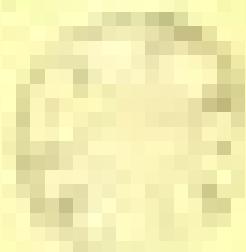
管道应力計算

水利电力部北京电力設計院編

水利电力出版社

发电厂管道手册

管道设计手册



管道设计手册

内 容 提 要

发电厂管道手册第7册“管道应力计算”的主要内容是平面及立体管道的热胀应力及补偿的计算。其中除叙述了正规的弹性中心原理的应力计算方法外，还包括了经常遇到的各种类型补偿器的简化计算公式及图表，以简化计算程序。

本手册可供从事火力发电厂管道设计、施工及运行人员使用，也可作为高等工业学校及中等专业学校有关专业的学生的参考书。

发 电 厂 管 道 手 册

第 7 册

管道应力计算

水利电力部北京电力设计院编

*

2230 R 487

水利电力出版社出版(北京西路科学路二里沟)

北京市书刊出版业营业登记证字第105号

水利电力出版社印刷厂排印

新华书店科技发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092开本 * 6印张 * 133千字

1959年11月北京第1版

1959年11月北京第1次印刷(0001—2,720册)

统一书号：15143·1806 定价(第10类)1.10元

目 录

第一章 平面管道应力計算	4
第一节 使用彈性重心方法的實質	4
第二节 复原力 P_x 和 P_y 的計算	4
第三节 位移量 Δx 和 Δy 的計算	6
第四节 線慣性力矩和線慣性积对管道坐标軸和彈性重心坐标軸的換算公式	7
第五节 線慣性力矩、線慣性积和靜力矩的計算	8
第六节 热脹力矩与应力計算	14
第七节 其他应力的計算	15
第八节 綜合应力、允許綜合应力及安全系数	16
第九节 允許最大热脹弯曲应力与热脹补偿能量	17
第十节 平面管道的計算示例	18
第二章 立体管道应力計算	21
第一节 复原力 P_x 、 P_y 和 P_z 的計算	21
第二节 立体管道的線慣性力矩、線慣性积和靜力矩的計算	23
第三节 立体管道热脹应力和綜合应力的計算	25
第四节 立体管道的計算示例	26
第三章 II-型补偿器的热脹补偿計算	33
第一节 II-型补偿器概述	33
第二节 对称直角弯的 II-型补偿器	33
第三节 半对称直角弯的 II-型补偿器	35
第四节 不对称直角弯的 II-型补偿器	36
第五节 对称圓弯的 II-型补偿器	37
第六节 半对称圓弯的 II-型补偿器	38
第七节 不对称圓弯的 II-型补偿器	40
第四章 带波紋的 II-型补偿器热脹补偿計算	41
第一节 带波紋的 II-型补偿器概述	41
第二节 装在垂直管段上带波紋的 II-型补偿器	42
第三节 装在水平管段上带波紋的 II-型补偿器	42
第四节 波紋型补偿器的推力計算	43
第五章 Γ-型管道热脹补偿計算	44
第一节 Γ-型管道概述	44
第二节 对称直角弯的 Γ-型管道	45
第三节 不对称直角弯的 Γ-型管道	46
第四节 两端具有导向支架的直角弯 Γ-型管道	47

第五节 对称圆弯的 Γ -型管道	48
第六节 不对称圆弯的 Γ -型管道	49
第七节 两端具有导向支架的圆弯 Γ -型管道	51
第六章 在两个平面上位移的 Γ-型管道的热胀补偿计算	53
第一节 在两个平面上位移的 Γ -型管道概述	53
第二节 在两个平面上位移的对称直角弯的 Γ -型管道	54
第三节 在两个平面上位移的不对称直角弯的 Γ -型管道	55
第四节 在两个平面上位移的对称圆弯的 Γ -型管道	57
第五节 在两个平面上位移的不对称圆弯的 Γ -型管道	59
第七章 Z-型管道热胀补偿计算	61
第一节 对称直角弯的 Z-型管道	61
第二节 半对称直角弯的 Z-型管道	62
第三节 不对称直角弯的 Z-型管道	63
第四节 对称圆弯的 Z-型管道	65
第五节 半对称圆弯的 Z-型管道	66
第六节 不对称圆弯的 Z-型管道	66
第八章 其他形状的平面管道热胀补偿计算	68
第一节 对称直角弯的 U-型管道	68
第二节 不对称直角弯的 U-型管道	69
第三节 对称圆弯的 U-型管道	70
第四节 不对称圆弯的 U-型管道	71
第五节 直角弯的鹅颈型管道	71
第六节 圆弯的鹅颈型管道	72
第九章 多支点管道的应力计算	73
第一节 多支点平面管道的应力计算	73
第二节 多支点立体管道的应力计算	74
第十章 热胀补偿的简化计算和估算方法	75
第一节 热胀补偿的简化计算方法	75
第二节 热胀补偿的估算方法	76
附录(计算图表)	
1. 弹性模数表	
2. 管道应力计算常用数据表	
3. 线膨胀系数图表	
4. 介质内压力产生的切向应力图表	
5. 介质内压力产生的轴向应力图表	
6. 平面管道允许最大热胀弯曲应力和内压力产生的轴向和切向应力表	
7. 管子允许最大热胀弯曲应力图表	
8. 管子钢材的屈服点及蠕动极限表	
9. 管道自然补偿的允许综合应力图表	

10. 热胀应力补偿图表
11. 对称直角弯的 II-型补偿器 K 值图表
12. 半对称直角弯的 II-型补偿器 K 值图表
13. 装在垂直管段上带波纹的 II-型补偿器补偿能量图表
14. 热胀应力图表
15. 对称直角弯的 Γ -型管道 K 值图表
16. 不对称直角弯的 Γ -型管道 A 点的 K 值图表
17. 不对称直角弯的 Γ -型管道 B 点的 K 值图表
18. 不对称直角弯的 Γ -型管道 B 点的 K 值图表
19. 两端具有导向支架的直角弯 Γ -型管道 K 值图表
20. 在两个平面上位移的对称直角弯的 Γ -型管道 $(\sigma_a^{us})_{AP_z}$ 、 $(\sigma_a^{us})_{BP_z}$ 的热胀应力形状系数 K 值图表
21. 在两个平面上位移的对称直角弯的 Γ -型管道 τ_{AP_z} 、 τ_{BP_z} 、 τ_{EP_z} 和 $(\sigma_a^{us})_{EP_z}$ 的计算图表
22. 在两个平面上位移的不对称直角弯的 Γ -型管道 $(\sigma_a^{us})_{AP_z}$ 的热胀应力形状系数 K 值图表
23. 在两个平面上位移的不对称直角弯的 Γ -型管道 $(\sigma_a^{us})_{BP_z}$ 的计算图表
24. 在两个平面上位移的不对称直角弯的 Γ -型管道 τ_{AP_z} 、 τ_{BP_z} 和 τ_{EP_z} 的计算图表
25. 在两个平面上位移的不对称直角弯的 Γ -型管道 $(\sigma_a^{us})_{EP_z}$ 的计算图表
26. 对称直角弯的 Z-型管道 A 、 Γ 点的 K 值图表
27. 半对称直角弯的 Z-型管道 K 值图表

第一章 平面管道应力計算

第一节 使用彈性重心方法的实质

如图 1-1 所示的 Γ -型管道 ABB' , 两端 A 和 B 点固定, 通过热介质产生热膨胀后, 即呈 $AB'B$ 之形状, 在两端产生反作用力 P_x 和 P_y , 同时也产生力矩 M_A 和 M_B 来阻止两端 A 和 B 点的移动。产生 P_x 和 P_y 其理易明; 而力矩 M 的产生, 如将端部 A 点放大

(如图 1-2 所示) 也容易理解, 因为要求不发生 $A'_1A'_2$ 的移动而保持 A_1A_2 的位置, 就必须产生力矩 M_A 才能办到。

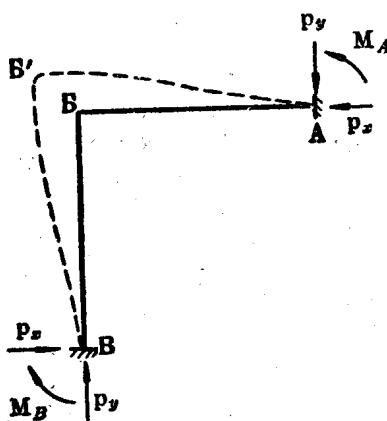


图 1-1

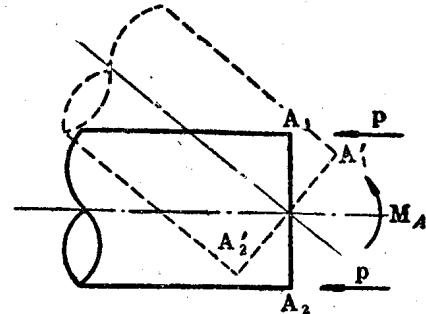


图 1-2

为了便于理解热胀伸长与反作用力之间的关系, 如图 1-3 所示, 可以假定 B 端不固定, 任其自由伸长到 B' 点, 产生位移 Δx 和 Δy 。

要使 B' 回复到 B 点, 必须在 B' 点施加力 P_x 和 P_y , 同时也施加力矩 M_B 。

P_x 和 P_y 称为复原力; M_B 为 B 点的弯曲力矩。

进行热胀应力计算时, 必须求出 B 点(或 A 点)的复原力 P_x 、 P_y 和力矩 M , 因为这三个均为未知数, 计算困难, 若设在热胀后弹性线的重心 S (简称弹性重心)施加复原力 P_x 和 P_y 而不在 B 点施加力矩, 同样可以使 B' 点回复到 B 点之原来位置; 换句话说, P_x 和 P_y 作用在弹性重心 S , 相当于 P_x 、 P_y 和 M_B 作用在 B 点, 这样计算就简单了, 当求出复原力 P_x 和 P_y 后, 即可求出任何一点之力矩, 从而计算其热胀应力。

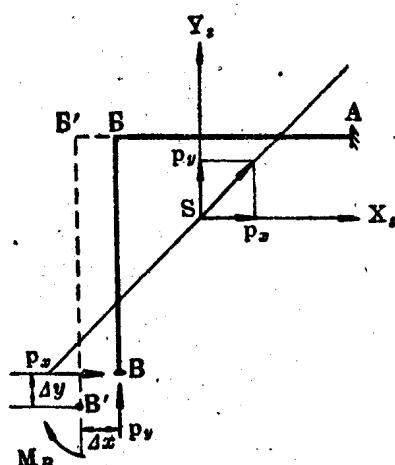


图 1-3

第二节 复原力 P_x 和 P_y 的计算

如图 1-3 所示的管道 ABB' , 假设在 B 端任其自由伸长到 B' 点后, 在弹性重心 S 施

以与热胀伸长方向相反之1公斤的单位力，并沿该力之方向定一组坐标轴 X_s 、 Y_s 。
 X_s 轴方向的力不但使 B' 点向 X_s 方向位移，而且也必然使它在 Y_s 轴方向位移；同样， Y_s 轴方向的力也是这样的。

设作用在 X_s 方向1公斤的力在 X_s 方向产生的位移量为 δ_{xx} ；

作用在 X_s 方向1公斤的力在 Y_s 方向产生的位移量为 δ_{xy} ；

作用在 Y_s 方向1公斤的力在 Y_s 方向产生的位移量为 δ_{yy} ；

作用在 Y_s 方向1公斤的力在 X_s 方向产生的位移量为 δ_{yx} ；

则作用在 X_s 方向的复原力 P_x (公斤)在 X_s 方向产生的位移量为 $P_x \cdot \delta_{xx}$ ；

作用在 X_s 方向的复原力 P_x (公斤)在 Y_s 方向产生的位移量为 $P_x \cdot \delta_{xy}$ ；

作用在 Y_s 方向的复原力 P_y (公斤)在 Y_s 方向产生的位移量为 $P_y \cdot \delta_{yy}$ ；

作用在 Y_s 方向的复原力 P_y (公斤)在 X_s 方向产生的位移量为 $P_y \cdot \delta_{yx}$ ；

故复原力 P_x 和 P_y (公斤)在 X_s 方向产生的总位移量为 $P_x \cdot \delta_{xx} - P_y \cdot \delta_{yx}$ ；

复原力 P_x 和 P_y (公斤)在 Y_s 方向产生的总位移量为 $P_y \cdot \delta_{yy} - P_x \cdot \delta_{xy}$ 。

因为复原力 P_x 和 P_y 要使 B' 点回复到 B 点的位置，

所以

$$P_x \cdot \delta_{xx} - P_y \cdot \delta_{yx} = \Delta x; \quad (1-1)$$

$$P_y \cdot \delta_{yy} - P_x \cdot \delta_{xy} = \Delta y. \quad (1-2)$$

δ_{xx} 是作用于管道上 X_s 方向的单位力使管道在 X_s 方向产生的位移，因此 δ_{xx} 与管道对 X_s 轴之线惯性力矩 I_{xs} 成正比例，同时与管子本身之弯力刚性 $E_t \cdot J$ 成反比例，即

$$\delta_{xx} = \frac{I_{xs}}{E_t \cdot J};$$

$$\delta_{yy} = \frac{I_{ys}}{E_t \cdot J};$$

$$\delta_{xy} = \delta_{yx} = \frac{I_{xys}}{E_t \cdot J}.$$

代入公式(1-1)和(1-2)得：

$$P_x \cdot I_{xs} - P_y \cdot I_{xys} = \Delta x \cdot E_t \cdot J; \quad (1-3)$$

$$P_y \cdot I_{ys} - P_x \cdot I_{xys} = \Delta y \cdot E_t \cdot J. \quad (1-4)$$

由公式(1-3)和(1-4)可解出复原力 P_x 和 P_y ，即

$$P_x = \frac{\Delta x \cdot I_{ys} + \Delta y \cdot I_{xys}}{I_{xs} \cdot I_{ys} - I_{xys}^2} E_t \cdot J \text{ (公斤)}; \quad (1-5)$$

$$P_y = \frac{\Delta y \cdot I_{xs} + \Delta x \cdot I_{xys}}{I_{xs} \cdot I_{ys} - I_{xys}^2} E_t \cdot J \text{ (公斤)}. \quad (1-6)$$

采用下列单位时，公式(1-5)和(1-6)可变为

$$P_x = \frac{\Delta x \cdot I_{ys} + \Delta y \cdot I_{xys}}{I_{xs} \cdot I_{ys} - I_{xys}^2} E_t \cdot J \times 10^{-6} \text{ (公斤)}; \quad (1-7)$$

$$P_y = \frac{\Delta y \cdot I_{xs} + \Delta x \cdot I_{xys}}{I_{xs} \cdot I_{ys} - I_{xys}^2} E_t \cdot J \times 10^{-6} \text{ (公斤)}, \quad (1-8)$$

式中 P_x 、 P_y — X 、 Y 轴向的复原力，公斤；

I_{xs} — P_x 力对通过管道弹性重心坐标 X_s 轴的线惯性力矩，公尺³。根据第一章第四节和第五节进行计算；

I_{yz} — P_y 力对通过管道弹性重心坐标 Y_s 軸的綫慣性力矩，公尺³。根据第一章第四节和第五节进行計算；

I_{xy} — P_x 和 P_y 力对通过管道弹性重心坐标 X_s 和 Y_s 軸之綫慣性积，公尺³。根据第一章第四节和第五节进行計算；

$\Delta x, \Delta y$ — X 、 Y 軸向的位移量，公分。根据第一章第三节进行計算；

E_t — t °C时管子的彈性模数，公斤/公分²。由附录1的表中查得；

J —管子的断面慣性力矩，公分⁴。由附录2的表中查得，亦可由下式計算：

$$J = \frac{\pi}{64} (D_n^4 - D_o^4) \text{ (公分}^4\text{)}, \quad (1-9)$$

式中 D_n —管子的外直徑，公分；

D_o —管子的內直徑，公分。

第三节 位移量 Δx 和 Δy 的計算

任何一种形状的管道（如图1-4），設 A 点固定， B 点任其自由移动，则当热介质流通后，即产生热胀伸长 Δ_t ，其方向为其两端点的连线，其伸长量为其两端点的直线

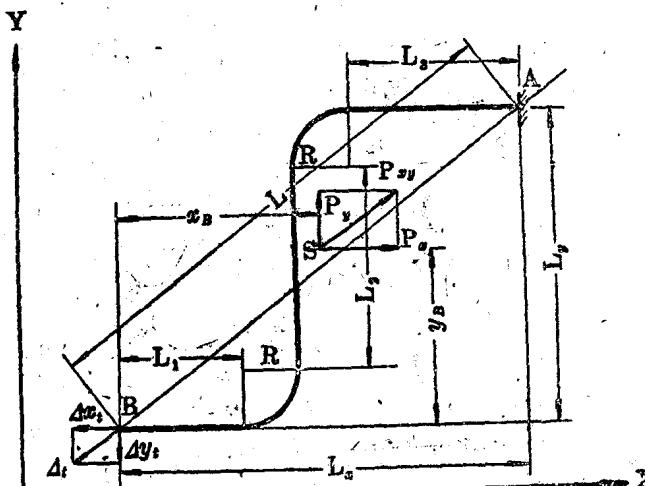


图 1-4

距离与膨胀系数的乘积；座标軸向的热胀伸长量 Δx_t 和 Δy_t 为管道在坐标軸的投影长度与膨胀系数的乘积，即

$$\Delta x_t = L_x \cdot \alpha_t \cdot \Delta t \text{ (公分)}; \quad (1-10)$$

$$\Delta y_t = L_y \cdot \alpha_t \cdot \Delta t \text{ (公分)}; \quad (1-11)$$

$$\Delta_t = L \cdot \alpha_t \cdot \Delta t \text{ (公分)}. \quad (1-12)$$

因为 $L = \sqrt{L_x^2 + L_y^2}$ ，

$$\text{所以 } \Delta_t = \sqrt{L_x^2 + L_y^2} \cdot \alpha_t \cdot \Delta t \\ = \sqrt{(L_x \cdot \alpha_t \cdot \Delta t)^2 + (L_y \cdot \alpha_t \cdot \Delta t)^2}, \quad (1-13)$$

式中 L_x —管道在 X 軸的投影长度，公分；

L_y —管道在 Y 軸的投影长度，公分；

L —管道两固定端的直線距离，公分；

α_t —綫膨胀系数，在 t °C时单位长度温升 1 °C时的热胀伸长量，公分/公分°C。
由附录3之图表查得

Δt —温升，°C；

Δx_t — X 軸向的热胀伸长量，公分；

Δy_t — Y 軸向的热胀伸长量，公分；

Δ_t —总的热胀伸长量，公分。

如果管道施行冷紧和当两端(或一端)的设备具有受热位移的情况时，则坐标軸向的

位移量 Δx 和 Δy 为：

$$\Delta x = \Delta x_t \pm \Delta x_0 - \Delta x_p \text{ (公分);} \quad (1-14)$$

$$\Delta y = \Delta y_t \pm \Delta y_0 - \Delta y_p \text{ (公分),} \quad (1-15)$$

式中 Δx —— X 軸向位移量，公分；

Δy —— Y 軸向位移量，公分；

Δx_t —— X 軸向的管道热脹伸长量，公分。見公式(1-10)；

Δy_t —— Y 軸向的管道热脹伸长量，公分。見公式(1-11)；

Δx_0 ——端部设备在 X 軸向的位移量，公分；

Δy_0 ——端部设备在 Y 軸向的位移量，公分；

Δx_p —— X 軸向的冷紧量，公分；

Δy_p —— Y 軸向的冷紧量，公分。

在实际計算中，一般不考慮冷紧量，而把安装冷紧量当作备用量考虑。

注： Δx_0 和 Δy_0 的正負值决定于端部设备的位移与管道的热脹伸长方向，当方向相同时为负值，相反时为正值。

第四节 線慣性力矩和線慣性积对管道坐标軸和彈性重心坐标軸的換算公式

$$I_x = I_{xz} + L_{np} \cdot \bar{y}^2 \text{ (公尺}^3\text{)} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (1-16)$$

或

$$I_{xz} = I_x - L_{np} \cdot \bar{y}^2 \text{ (公尺}^3\text{)}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (1-17)$$

或

$$I_y = I_{yz} + L_{np} \cdot \bar{x}^2 \text{ (公尺}^3\text{)}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (1-17)$$

或

$$I_{yz} = I_y - L_{np} \cdot \bar{x}^2 \text{ (公尺}^3\text{)}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (1-18)$$

或

$$I_{xyz} = I_{xy} + L_{np} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \text{ (公尺}^3\text{)}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (1-18)$$

或

$$I_{xy} = I_{xyz} - L_{np} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \text{ (公尺}^3\text{)}, \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (1-18)$$

式中 I_x, I_y, I_{xy} ——对管道坐标軸的線慣性力矩与線慣性积，公尺 3 ；

I_{xz}, I_{yz}, I_{xyz} ——对彈性重心坐标軸的線慣性力矩与線慣性积公尺 3 ；

\bar{x}, \bar{y} ——彈性重心与管道坐标的軸向距离，公尺；

L_{np} ——管道的相当长度，公尺。

管道的相当长度为其各个管段元件的相当长度之和。

直管元件在平面管道上的相当长度为其实长，弯管元件在平面管道上的相当长度为

$$L_{np} = \frac{R \cdot \alpha}{k} \text{ (公尺)} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (1-19)$$

或

$$L_{np} = \frac{\pi \cdot R \cdot \alpha^\circ}{180 \cdot k} \text{ (公尺),} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

式中 R ——弯管的弯曲半徑，公尺；

α, α° ——弯管的弧度和角度；

k ——弯管的減剛系数(或称卡尔曼系数)，系根据入值决定的。

卡尔曼証明：管子受弯后，其断面椭圓化，将使線慣性力矩、線慣性积和靜力矩减弱，减弱的程度决定于管子的尺寸(即内外徑和壁厚)和弯曲半徑，因此在弯管元件計算力矩时，其长度应予以修正，此修正值即上述的減剛系数 k ，

$$k = \frac{1 + 12\lambda^2}{10 + 12\lambda^2}, \quad (1-20)$$

$$\text{而 } \lambda = \frac{4 \cdot S \cdot R}{D_m^2}, \quad (1-21)$$

式中 S ——管壁厚度, 公分;
 R ——弯管的弯曲半径, 公分;
 D_m ——管子的平均直径, 公分。

λ 、 k 值亦可由附录 2 的图表中查得。 k 值永远小于 1, 即 $k < 1$ 。

第五节 线惯性力矩、线惯性积和静力矩的计算

线惯性力矩: 平面管道对其坐标轴的线惯性力矩为该管道的微分管段与其距坐标轴的距离的平方乘积的积分和。如图 1-5 所示, AB 管道对 X 轴和 Y 轴的线惯性力矩为:

$$I_x = \int_A^B y^2 \cdot dl; \quad (1-22)$$

$$I_y = \int_A^B x^2 \cdot dl. \quad (1-23)$$

或按第一章第四节的公式(1-16)和(1-17),

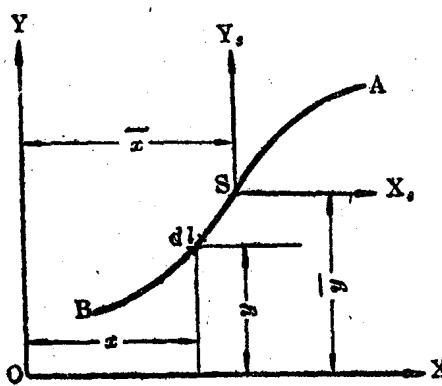


图 1-5

$$I_x = I_{xs} + L_{np} \cdot \bar{y}^2;$$

$$I_y = I_{ys} + L_{np} \cdot \bar{x}^2.$$

线惯性积: 平面管道对其坐标轴的线惯性积为该管道的微分管段与其距坐标两轴的距离乘积的积分和。如图 1-5 所示, AB 管道对坐标轴的线惯性积为:

$$I_{xy} = \int_A^B x \cdot y \cdot dl, \quad (1-24)$$

或按第一章第四节的公式(1-18),

$$I_{xy} = I_{xys} + L_{np} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}.$$

静力矩: 平面管道对其坐标轴的静力矩为该管道的微分管段与其距坐标轴的距离乘积的积分和, 或等于其相当长度与弹性重心的轴距离相乘积。如图 1-5 所示, AB 管道对 X 和 Y 轴的静力矩为:

$$S_x = \int_A^B y \cdot dl \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (1-25)$$

或 $S_x = L_{np} \cdot \bar{y},$

$$S_y = \int_A^B x \cdot dl \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (1-26)$$

或 $S_y = L_{np} \cdot \bar{x},$

式中 S_x, S_y ——管道对其坐标轴的静力矩, 公尺²;

\bar{x} 、 \bar{y} 和 L_{np} 与第一章第四节相同。

由于实际上一条管道不是任意的一条曲线, 而是由直管和弯管等元件所组成的, 所

以一条管道对其坐标轴的线惯性力矩、线惯性积与 Y 静力矩为其组成的各个元件的力矩的总和。

(1) 直管元件的线惯性力矩、线惯性积和静力矩的计算：

如图1-6所示的AB直管元件与坐标轴OX成 β °时，对坐标X-Y轴的线惯性力矩、线惯性积和静力矩的计算如下：

因为 $y = a + l \cdot \sin \beta$, $X = b + l \cdot \cos \beta$, 代入公式(1-22)到(1-26)积分后即求得：

$$\begin{aligned} I_x &= \int_A^B (a + l \cdot \sin \beta)^2 dl \\ &= \int_A^B (a^2 + 2a \cdot l \cdot \sin \beta + l^2 \cdot \sin^2 \beta) dl \\ &= \left(a^2 \cdot l + 2a \frac{l^2}{2} \sin \beta + \frac{l^3}{3} \sin^2 \beta \right)_0^L, \end{aligned}$$

即 $I_x = a^2 \cdot L + a \cdot L^2 \cdot \sin \beta + \frac{L^3}{3} \sin^2 \beta$ (公尺³); (1-27)

同样可求得：

$$I_y = b^2 \cdot L + b \cdot L^2 \cdot \cos \beta + \frac{L^3}{3} \cos^2 \beta$$
 (公尺³); (1-28)

$$I_{xy} = a \cdot b \cdot L + b \frac{L^2}{2} \sin \beta + a \frac{L^2}{2} \cos \beta + \frac{L^3}{3} \sin \beta \cdot \cos \beta$$
 (公尺³); (1-29)

$$S_x = a \cdot L + \frac{L^2}{2} \sin \beta$$
 (公尺²); (1-30)

$$S_y = b \cdot L + \frac{L^2}{2} \cos \beta$$
 (公尺²). (1-31)

因为 $a = \bar{y} - \frac{L}{2} \sin \beta$, $b = \bar{x} - \frac{L}{2} \cos \beta$,

以 a、b 代入公式(1-27)到(1-31)即得：

$$I_x = \frac{L^3}{12} \sin^2 \beta + L \cdot \bar{y}^2$$
 (公尺³); (1-32)

$$I_y = \frac{L^3}{12} \cos^2 \beta + L \cdot \bar{x}^2$$
 (公尺³); (1-33)

$$I_{xy} = \frac{L^3}{12} \sin \beta \cdot \cos \beta + L \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$$
 (公尺³); (1-34)

$$S_x = L \cdot \bar{y}$$
 (公尺²); (1-35)

$$S_y = L \cdot \bar{x}$$
 (公尺²). (1-36)

因直管元件的相当长度 $L_{np} = L$, 依据公式(1-16)到(1-18)可知对于通过直管元件弹性重心坐标轴的线惯性力矩与线惯性积为：

$$I_{xz} = \frac{L^3 \cdot \sin^2 \beta}{12}$$
 (公尺³); (1-37)

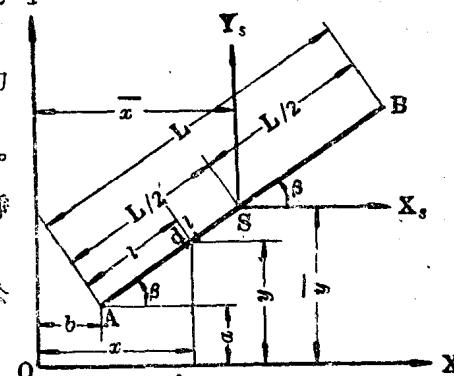


图 1-6

$$I_{yz} = \frac{L^3 \cdot \cos^2 \beta}{12} \text{ (公尺}^3\text{)}; \quad (1-38)$$

$$I_{xy} = \frac{L^3 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta}{12} \text{ (公尺}^3\text{)}, \quad (1-39)$$

式中 a 、 b 、 L 、 \bar{x} 和 \bar{y} 等长度单位均为公尺。

但平面管道的直管元件经常出现的是垂直或平行于坐标轴，即 $\beta=90^\circ$ 或 $\beta=0^\circ$ 。

当 $\beta=90^\circ$ ，即直管元件垂直于 X 轴时（如图 1-10 所示），则

$$\sin \beta = 1, \quad \cos \beta = 0,$$

以之代入上述各公式，即得“直管和弯管在平面内的惯性量表”（表 1-1）中图 1-10 下所示诸值。

当 $\beta=0^\circ$ ，即直管元件平行于 X 轴时（如图 1-11 所示），则

$$\sin \beta = 0, \quad \cos \beta = 1,$$

以之代入上述各公式，即得表 1-1 中图 1-11 下所示诸值。

(2) 弯管元件线惯性力矩、线惯性积和静力矩计算：

任何弯曲角度的弯管元件对于通过其弹性重心坐标的线惯性力矩与线惯性积的计算如下：

如图 1-7 所示任何弯曲角度之弯管元件，设以圆心为坐标上的 O 点，计算其对坐标轴的线惯性力矩与线惯性积。

$$\text{因为 } ds = \frac{1}{k} R \cdot d\Phi;$$

$$y = R \cdot \sin \Phi;$$

$$x = R \cdot \cos \Phi.$$

代入公式(1-22)到(1-26)积分后即求得：

$$I_x = \int y^2 \cdot ds = \int_0^\alpha (R \cdot \sin \Phi)^2 \frac{1}{k} R \cdot d\Phi = \frac{R^3}{k} \left[\frac{1}{2} \left(\Phi - \frac{\sin 2\Phi}{2} \right) \right]_0^\alpha,$$

$$\text{即 } I_x = \frac{R^3}{2k} \left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) \text{ (公尺}^3\text{)}. \quad (1-40)$$

$$\text{同样可求得 } I_y = \frac{R^3}{2k} \left(\alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) \text{ (公尺}^3\text{)}; \quad (1-41)$$

$$I_{xy} = \frac{R^3}{2k} \sin^2 \alpha \text{ (公尺}^3\text{)}. \quad (1-42)$$

弯管元件弹性重心与圆心之坐标轴距离为

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \frac{R \cdot \sin \alpha}{\alpha} \text{ (公尺)} \\ \bar{x} &= \frac{180 R \cdot \sin \alpha}{\pi \cdot \alpha^\circ} \text{ (公尺)}; \end{aligned} \right\} \quad (1-43)$$

或

$$\left. \begin{aligned} \bar{y} &= \frac{R}{\alpha} (1 - \cos \alpha) \text{ (公尺)} \\ \bar{y} &= \frac{180R}{\pi \cdot \alpha^\circ} (1 - \cos \alpha) \text{ (公尺).} \end{aligned} \right\} \quad (1-44)$$

或

因此，任何弯曲角度的弯管元件对其弹性重心坐标的惯性力矩与惯性积按第一章第四节公式(1-16)到(1-19)即可求得：

$$I_{zz} = I_z - L_{np} \cdot \bar{y}^2 = \frac{R^3}{2k} \left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - \frac{R \cdot \alpha}{k} \left(\frac{R}{\alpha} (1 - \cos \alpha) \right)^2,$$

即 $I_{zz} = \frac{R^3}{k} \left[\frac{1}{2} \left(\alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right) - \frac{1}{\alpha} (1 - 2 \cos \alpha + \cos^2 \alpha) \right] \text{ (公尺}^3\text{).} \quad (1-45)$

同样可求得

$$I_{yy} = \frac{R^3}{k} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} - \frac{1}{\alpha} \sin^2 \alpha \right) \text{ (公尺}^3\text{);} \quad (1-46)$$

$$I_{xys} = \frac{R^3}{k} \left(\frac{\sin^2 \alpha}{2} - \frac{\sin \alpha}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right) \text{ (公尺}^3\text{),} \quad (1-47)$$

式中 I_{zz} 、 I_{yy} 、 I_{xys} ——对弹性重心坐标的惯性力矩与惯性积，公尺³；

R ——弯管的弯曲半径，公尺；

k ——减刚系数，根据第一章第四节公式(1-20)进行计算或由附录2的图表中查得；

α 、 α° ——弯管弧度和角度。

任何弯曲角度的弯管元件对任何坐标(如图1-8中的X-Y坐标)的惯性力矩与惯性积的计算按第一章第四节的公式(1-16)、(1-17)和(1-18)进行，即

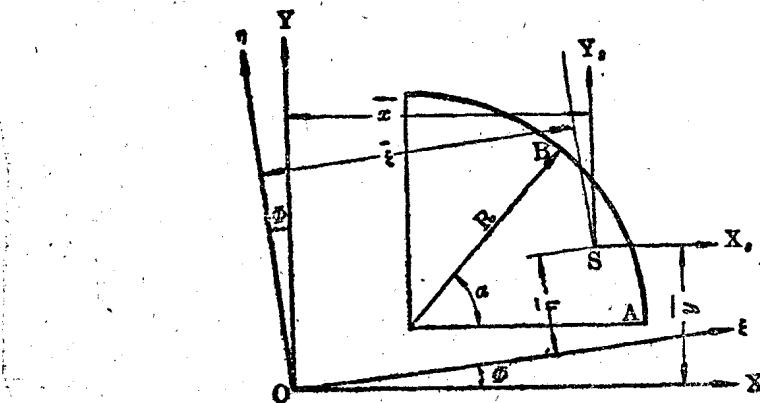


图 1-8

$$I_x = I_{zz} + L_{np} \cdot \bar{y}^2 \text{ (公尺}^3\text{);}$$

$$I_y = I_{yy} + L_{np} \cdot \bar{x}^2 \text{ (公尺}^3\text{);}$$

$$I_{xy} = I_{xys} + L_{np} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \text{ (公尺}^3\text{).}$$

惯力矩的计算按公式(1-25)和(1-26)进行，即

$$S_x = L_{np} \cdot \bar{y} \text{ (公尺}^2\text{);}$$

$$S_y = L_{np} \cdot \bar{x} \text{ (公尺}^2\text{).}$$

弯管元件对于与 $X - Y$ 坐标轴移成 Φ 角的 $\xi - \eta$ 坐标轴(如图 1-8 中所示)的惯性力矩与惯性积可按下列公式计算：

$$I_\xi = I_x \cdot \cos^2 \Phi + I_y \cdot \sin^2 \Phi - I_{xy} \cdot \sin 2\Phi \text{ (公尺}^2\text{);} \quad (1-48)$$

$$I_\eta = I_y \cdot \cos^2 \Phi + I_x \cdot \sin^2 \Phi + I_{xy} \cdot \sin 2\Phi \text{ (公尺}^2\text{);} \quad (1-49)$$

$$I_{\xi\eta} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\Phi + I_{xy}(\cos^2 \Phi - \sin^2 \Phi) \text{ (公尺}^2\text{).} \quad (1-50)$$

弹性重心对 $\xi - \eta$ 坐标轴距离为

$$\xi = \bar{x} \cos \Phi + \bar{y} \sin \Phi \text{ (公尺);} \quad (1-51)$$

$$\eta = \bar{y} \cos \Phi - \bar{x} \sin \Phi \text{ (公尺).} \quad (1-52)$$

但在管道布置中经常出现的弯管元件，其弧线不是正对坐标中心(如图 1-12 所示)就是正偏向坐标一轴(如图 1-13 所示)，而且其弯曲角度一般均为 90° ，即 $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\alpha^\circ = 90^\circ$ 。

则

$$\sin 2\alpha = \sin \pi = 0, \quad \sin^2 \alpha = \sin^2 \frac{\pi}{2} = 1,$$

$$\sin \alpha = \sin \frac{\pi}{2} = 1, \quad \cos \alpha = \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

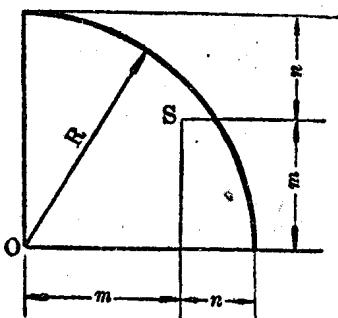


图 1-9

代入公式(1-45)到(1-47)，即得 90° 弯管元件对于其弹性重心坐标轴的惯性力矩与惯性积，但当其弧线正对坐标中心时，惯性积为负值；其弧线正偏向坐标一轴时，则为正值。

为了加快和简化计算起见，兹将 90° 弯管元件经常出现的形状求出其惯性量值列于表 1-1 中。

90° 弯管元件的弹性重心对其圆心的轴向距离(如图 1-9 所示)按公式(1-43)和(1-44)求得，

$$\text{因 } \sin \alpha = \sin \frac{\pi}{2} = 1, \quad \cos \alpha = \cos \frac{\pi}{2} = 0,$$

$$\bar{x} = \bar{y} = m = 0.637R;$$

$$n = R - m = 0.363R.$$

故

在进行各个管道元件的惯性积与静力矩的计算时，应注意其弹性重心与坐标的轴距离的正负号，因其值是随轴距离的正负号而变化的，但在惯性力矩计算时，因其值与轴距离是平方关系，所以永远是正值。为避免轴向有负值，尽可能将管道放置在同一正象限内进行应力计算。

在平面管道中，其弹性重心的轴距离可按公式(1-25)和(1-26)求得，即

$$\bar{y} = \frac{S_x}{L_{np}} \text{ (公尺);}$$

$$\bar{x} = \frac{S_y}{L_{np}} \text{ (公尺).}$$

表 1-1 直管和弯管在平面内的惯性量表

管段形状 名称	图 1-10 垂直于 X 轴时			图 1-11 平行于 X 轴时			图 1-12 弧正对坐标中心时			图 1-13 弧偏向坐标中心时		
	L_{np}	L	L	$L_{np} \text{ 或 } L\bar{y}$	$\frac{1}{2}L^2 + La \text{ 或 } L\bar{y}$	I_{xs}	$I_{np} \cdot \bar{y}^2$	I_{xs}	$I_{np} \cdot \bar{y}$	I_{xs}	$I_{np} \cdot \bar{x}$	$I_{np} \cdot \bar{y}$
S_x	$\frac{1}{2}L^2 + La \text{ 或 } L\bar{y}$								$1.57 \frac{R}{k} \cdot \bar{y}$			$1.57 \frac{R}{k} \cdot \bar{y}$
S_y	$L \cdot b \text{ 或 } L\bar{x}$	$\frac{1}{2}L^2 + L \cdot b \text{ 或 } L \cdot \bar{x}$							$1.57 \frac{R}{k} \cdot \bar{x}$			$1.57 \frac{R}{k} \cdot \bar{x}$
$I_x = I_{xs} + L_{np} \cdot \bar{y}^2$	I_{xs}	$L_{np} \cdot \bar{y}^2$	I_{xs}	$I_{np} \cdot \bar{y}^2$	I_{xs}	$I_{np} \cdot \bar{y}$	I_{xs}	$I_{np} \cdot \bar{y}$	I_{xs}	$I_{np} \cdot \bar{y}$	I_{xs}	$I_{np} \cdot \bar{y}$
$I_x = I_{ys} + L_{np} \cdot \bar{x}^2$	I_{ys}	$L_{np} \cdot \bar{x}^2$	I_{ys}	$L_{np} \cdot \bar{x}^2$	I_{ys}	$L_{np} \cdot \bar{x}^2$	I_{ys}	$L_{np} \cdot \bar{x}^2$	I_{ys}	$L_{np} \cdot \bar{x}^2$	I_{ys}	$L_{np} \cdot \bar{x}^2$
$I_y = I_{ys} + L_{np} \cdot \bar{x}^2$	I_{ys}	$L \cdot \bar{x}^2$	$\frac{1}{2}L^3$	$L \cdot \bar{x}^2$	$\frac{1}{2}L^3$	$0.149 \frac{R^3}{k}$	$0.149 \frac{R^3}{k}$	$0.149 \frac{R^3}{k}$	$0.149 \frac{R^3}{k}$	$0.149 \frac{R^3}{k}$	$0.149 \frac{R^3}{k}$	$0.149 \frac{R^3}{k}$
$I_{xy} = I_{xy} + L_{np} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$	I_{xy}	$L_{np} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$	I_{xy}	I_{xy}	I_{xy}	I_{xy}	I_{xy}	I_{xy}	I_{xy}	I_{xy}	I_{xy}	I_{xy}
$I_{xy} = I_{xy} + L_{np} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$	I_{xy}	$L \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$	0	$L \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$	0	$L \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$	$-0.137 \frac{R^3}{k}$	$1.57 \frac{R}{k} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$	$+0.137 \frac{R^3}{k}$	$1.57 \frac{R}{k} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$	$1.57 \frac{R}{k} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$	$1.57 \frac{R}{k} \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}$
		$\frac{1}{2}L^2 \cdot b + L \cdot a \cdot b$		$\frac{1}{2}L^2 \cdot a + L \cdot a \cdot b$								

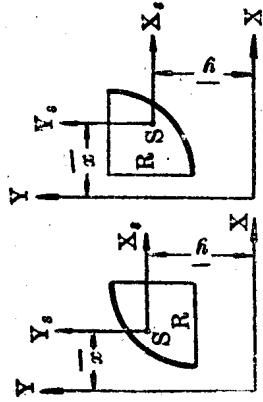


图 1-10 垂直于 X 轴时

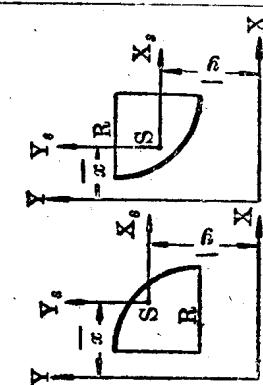


图 1-11 平行于 X 轴时

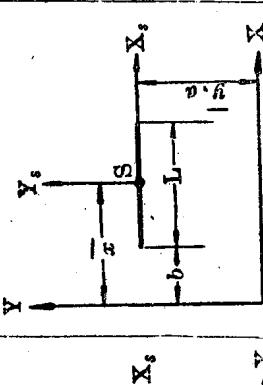


图 1-12 弧正对坐标中心时

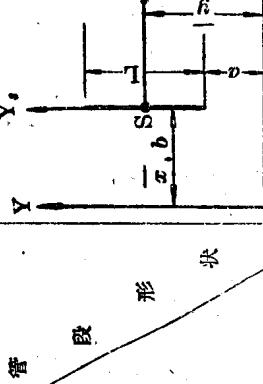


图 1-13 弧偏向坐标中心时

第六节 热脹力矩与应力計算

在平面管道中，受热膨胀后为使管道两端保持原来形状(即两端固定)而在其弹性重心施加复原力 P_x 和 P_y ，这将使管道任何一点产生弯曲力矩与弯曲应力；弯曲力矩的大小，决定于该点与弹性重心的轴向距离，弯曲应力则决定于力矩的大小。

如图1-4所示管道AB的B点弯曲力矩为

$$M_B^{u.s} = M_x + M_y,$$

而

$$M_x = P_x \cdot y_B \quad (\text{顺时针方向为正号});$$

$$M_y = -P_y \cdot x_B \quad (\text{逆时针方向为负号}),$$

则

$$M_B^{u.s} = P_x \cdot y_B - P_y \cdot x_B.$$

当管道在弹性重心施加复原力 P_x 和 P_y 的计算完結，由其正负号决定力的方向后，即可计算任何一点的弯曲力矩。

由于弯曲力矩产生了弯曲应力，其力系沿管子的轴向(如图1-14所示)，因而称为热脹軸向弯曲应力($\sigma_a^{u.s}$)，其计算公式如下：

当在管子外壁时：

$$\sigma_a^{u.s} = \frac{M^{u.s}}{W} \quad (\text{公斤/公分}^2), \quad (1-53)$$

因为

$$W = \frac{\pi}{32} \left(\frac{D_n^4 - D_s^4}{D_n} \right) \quad (\text{公分}^3), \quad (1-54)$$

$$J = \frac{\pi}{64} (D_n^4 - D_s^4) \quad (\text{公分}^4),$$

所以

$$W = \frac{2J}{D_n} \quad (\text{公分}^3). \quad (1-55)$$

代入公式(1-53)即得

$$\sigma_a^{u.s} = \frac{M^{u.s} \cdot D_n}{2J} \quad (\text{公斤/公分}^2). \quad (1-56A)$$

当在管子内壁时则应为

$$\sigma_a^{u.s} = \frac{M^{u.s} \cdot D_s}{2J} \quad (\text{公斤/公分}^2), \quad (1-56B)$$

式中 W ——管子的断面系数，公分³；

J ——管子的断面惯性力矩，公分⁴。由附录2的表中查得；

D_n 、 D_s ——管子的外直徑和內直徑，公分；

$M^{u.s}$ ——热脹弯曲力矩，公斤·公分；

$\sigma_a^{u.s}$ ——热脹軸向弯曲应力，公斤/公分²。

如果计算弯管段上的热脹弯曲应力时，还須考慮到弯管在受力弯曲时截面趋于椭圆化的特性，则计算軸向弯曲应力須加以修正，即公式(1-56A)和(1-56B)須乘上軸向应力系数 μ 。

μ 的計算如下式所示：

$$\left. \begin{aligned} \text{当 } \lambda < 1.47 \text{ 时,} \\ \text{当 } \lambda \geq 1.47 \text{ 时,} \end{aligned} \right\} \mu = \begin{cases} \frac{2}{3k} \sqrt{\frac{5+6\lambda^2}{18}}, \\ \frac{12\lambda^2-2}{12\lambda^2+1}. \end{cases} \quad (1-57)$$