

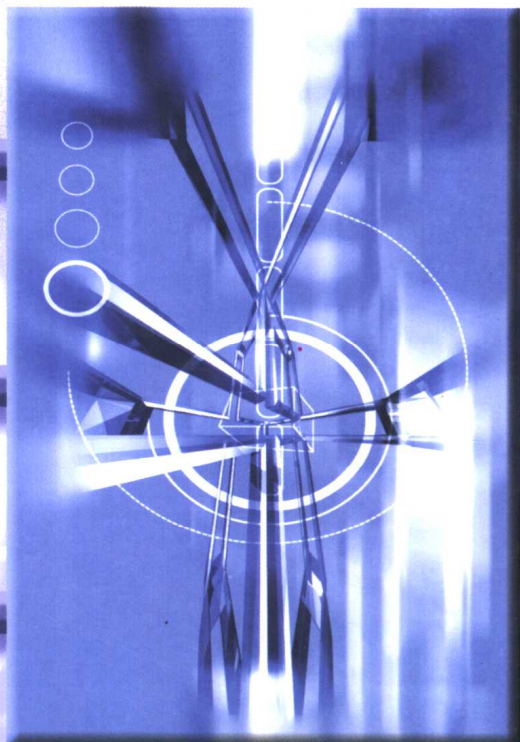
经典教材辅导用书



经济数学——微积分题解

人大社·《微积分·修订本》(赵树嫖主编)

毕志伟 编



44

华中科技大学出版社

经典教材辅导用书

经济数学——

微积分题解

人大社·《微积分·修订本》(赵树嫖主编)

毕志伟 编

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学——微积分题解/毕志伟 编
武汉:华中科技大学出版社, 2003年10月
ISBN 7-5609-3034-4

I. 经…

II. 毕…

III. 微积分-高等学校-教学参考资料

IV. O172

经济数学——微积分题解

毕志伟 编

策划编辑:周芬娜

封面设计:潘 群

责任编辑:吴锐涛

责任校对:刘 飞

责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87545012

录 排:华大图文设计室

印 刷:湖北省通山县印刷厂

开本:850×1168 1/32 印张:9.875

字数:237 000

版次:2003年10月第1版 印次:2003年10月第1次印刷

定价:12.50元

ISBN 7-5609-3034-4/O·288

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 提 要

本书是人大版赵树嫄主编《微积分》(修订本)的自学辅导书。全书由两大部分构成:第一部分是习题解析,第二部分是自测试题及解答。

习题解析部分给出了教材中全部习题的详细解答。解答的编写力求与教材一致,容易看懂,并有所提高。对常见的题型,本书在该类习题前面列出最有用的解题步骤和相关知识,以要点的形式予以强调。这一设计既为读者解题提供了有效的指导,也为积累解题方法和技巧提供了方便。

自测试题部分是为了便于读者自测而设置的。题目均选自历年的全国经济类硕士研究生数学入学统一考试试题,并给出了详细的解答。这些题目主要是综合题,有一定的难度。通过测试,读者可以检测自己目前所达到的程度。

本书适合于在校经济类大学生,备考经济类硕士研究生数学入学考试的学生,以及学习 MBA 和经济数学的人士使用。

前 言

随着我国经济与世界经济的逐步接轨,关注并学习经济学知识,尤其是西方现代经济学理论的人士愈来愈多。与我们过去的经济学方法相比,现代经济学理论的一个明显的特点便是较多地运用数学,通过数学推理、数学计算、数学模型来阐明经济学观点与理论已经是普遍的方法。为了满足这一需要,经济管理类的专业普遍开设了“大学数学”课程,其中,以人大版的一套五册的数学教材使用较广。本书便是这套教材的自学辅导用书。

考虑到经济管理类学生与理工类学生的实际差异,考虑到在职人员、报考MBA和经济类研究生的考生的实际需要,本书的编写具有以下特点:

全书由两大部分构成。第一部分是人大版教材的习题解析;第二部分是由历年经济类考研试题中挑选出来的题目构成的自测试题。

习题解析部分给出了教材中全部习题的详细解答。解答的编写力求与教材一致,容易看懂,并有所提高。解题思想预先交待,解答过程规范表示,解题步骤层次分明。对常见的题型,本书在相应的习题前面列出解答此类题所需的最有用的解题步骤和相关知识,以要点的形式予以强调。这一设计既为读者解题提供了有效的指导,也为积累解题方法和技巧提供了方便。

自测试题部分是为了便于读者检测和提高解题能力而设置的。题目均选自历年的全国经济类硕士研究生数学入学统一考试试题,并给出了详细的解答。这些题目按年号排列,以便于查找。通过这些真题的测试,读者可以了解到自己的学习情况和掌握程度。

必须指出的是,学习数学的最好的方法,也是最普通的方法便

是做习题。只有在自己认真思考、耐心演算的基础上使用本书,才可能取得较好的效果。在阅读和对比解答过程中,特别要注意的是领会解题思想,明确求解步骤,以及正确地使用公式。

编者

于华中科技大学数学系

目 录

第一章 函数	(1)
习题解析	(1)
自测试题	(24)
自测试题解答	(24)
第二章 极限与连续	(26)
习题解析	(26)
自测试题	(55)
自测试题解答	(56)
第三章 导数与微分	(59)
习题解析	(59)
自测试题	(86)
自测试题解答	(88)
第四章 中值定理·导数的应用	(93)
习题解析	(93)
自测试题	(127)
自测试题解答	(130)
第五章 不定积分	(135)
习题解析	(135)
自测试题	(161)
自测试题解答	(161)
第六章 定积分	(165)
习题解析	(165)
自测试题	(197)
自测试题解答	(200)

第七章 无穷级数	(207)
习题解析.....	(207)
自测试题.....	(230)
自测试题解答.....	(232)
第八章 多元函数	(238)
习题解析.....	(238)
自测试题.....	(268)
自测试题解答.....	(270)
第九章 微分方程与差分方程简介	(276)
习题解析.....	(276)
自测试题.....	(300)
自测试题解答.....	(302)

第一章 函 数

习题解析

(A)

1. 按下列要求列举:

- (1) 一个有限集合; (2) 一个无限集合;
(3) 一个空集; (4) 一个集合是另一个集合的子集.

解 此题答案不惟一,列举如下:

- (1) $A = \{1\}$ (2) $A = \{n | n \text{ 是自然数}\}$
(3) $A = \{x | x \text{ 是 } x^2 + 1 = 0 \text{ 的实根}\}$
(4) $A = \{1\}, B = \{1, 2\}$, 则 $A \subset B$

要点 1-1

集合的表示

列举法 在花括号 $\{ \}$ 内不重复地列出集合的所有元素,
如 $A = \{1, 2, a\}$.

描述法 使用条件或法则 $P(a)$, 使得

$$a \in A \Leftrightarrow a \text{ 满足 } P(a), \text{ 从而 } A = \{a | P(a)\}$$

2. 用集合的描述法表示下列集合:

- (1) 大于 5 的所有实数集合;
(2) 圆 $x^2 + y^2 = 25$ 内部(不包含圆周)一切点的集合;
(3) 抛物线 $y = x^2$ 与直线 $x - y = 0$ 交点的集合.

解 (1) $A = \{x | x > 5\}$ (2) $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 25\}$

(3) $A = \{(x, y) | y = x^2 \text{ 且 } y = x\}$

3. 用列举法表示下列集合:

- (1) 方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的根的集合;
 (2) 抛物线 $y = x^2$ 与直线 $x - y = 0$ 交点的集合;
 (3) 集合 $\{x \mid |x - 1| \leq 5 \text{ 的整数} \}$.

解 (1) $A = \{3, 4\}$ (2) $A = \{(0, 0), (1, 1)\}$

(3) $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

4. 下列哪些集合是空集:

$A = \{x \mid x + 1 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 1 = 0, x \text{ 为实数} \}$

$C = \{x \mid x > 1 \text{ 且 } x < 0\}$, $D = \{x \mid x > 0 \text{ 且 } x < 1\}$

$E = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1 \text{ 且 } x + y = 3, x, y \text{ 均为实数} \}$

解 没有元素能满足所给出的命题的集合为空集. B, C, E 是空集. 而

$$A = \{-1\}, D = \{0, 1\}$$

5. 写出 $A = \{0, 1, 2\}$ 的一切子集.

解 共 8 个: $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{1, 2\}, \{0, 2\}, A$.

6. 如果 $A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2\}$, 下列各种写法, 哪些是对的? 哪些不对?

$$1 \in A \quad 0 \in B \quad \{1\} \in A \quad 1 \subset A \quad \{1\} \subset A \quad 0 \subset A$$

$$\{0\} \subset A \quad \{0\} \subset B \quad A = B \quad A \supset B \quad \Phi \subset A \quad A \subset A$$

解 写法不对的是: $\{1\} \in A, 1 \subset A, 0 \subset A, \{0\} \subset B, A = B$.

7. 设 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 3, 5\}, C = \{2, 4, 6\}$, 求:

$$(1) A \cup B \quad (2) A \cap B \quad (3) A \cup B \cup C$$

$$(4) A \cap B \cap C \quad (5) A - B$$

解 依据交、并、补运算的定义来求, 重复的只写一次.

$$(1) A \cup B = \{1, 2, 3, 5\} \quad (2) A \cap B = \{1, 3\}$$

$$(3) A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$(4) A \cap B \cap C = \{1, 3\} \cap \{2, 4, 6\} = \emptyset$$

$$(5) A - B = \{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$$

8. 如果 A 表示某单位会英语的人的集合, B 表示会日语的人的集合, 那么, $A', B', A - B, (A \cup B)', (A \cap B)'$ 各表示什么样的

人的集合?

解 A' 表示该单位不会英语的人的集合; B' 表示该单位不会日语的人的集合; $A-B$ 表示该单位会英语但却不会日语的人的集合; $(A \cup B)' = A' \cap B'$ 表示该单位英语、日语都不会的人的集合; $(A \cap B)' = A' \cup B'$ 表示该单位英语与日语至少不会其一(包括都不会)的人的集合.

9. 如果 $A = \{x | 3 < x < 5\}$, $B = \{x | x > 4\}$, 求:

(1) $A \cup B$ (2) $A \cap B$ (3) $A - B$

解 采用实数的区间法表示: $A = (3, 5)$, $B = (4, +\infty)$, 则有

(1) $A \cup B = (3, +\infty) = \{x | x > 3\}$

(2) $A \cap B = (4, 5) = \{x | 4 < x < 5\}$

(3) $A - B = (3, 4] = \{x | 3 < x \leq 4\}$

10. 如果 $A = \{(x, y) | x - y + 2 \geq 0\}$

$B = \{(x, y) | 2x + 3y - 6 \geq 0\}$

$C = \{(x, y) | x - 4 \leq 0\}$

在坐标平面上标出 $A \cap B \cap C$ 的区域.

解 见图 1-1 阴影部分.

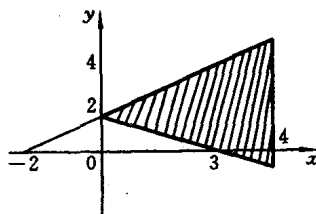


图 1-1

11. 如果 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 求:

(1) A' (2) B' (3) $A' \cup B'$ (4) $A' \cap B'$

解 依定义直接写.

(1) $A' = U - A = \{4, 5, 6\}$

(2) $B' = U - B = \{1, 3, 5\}$

(3) $A' \cup B' = \{4, 5, 6\} \cup \{1, 3, 5\} = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

(4) $A' \cap B' = \{4, 5, 6\} \cap \{1, 3, 5\} = \{5\}$

12. U, A, B 同第 11 题, 验证 $A - B = A \cap B'$.

解 $A - B = \{1, 2, 3\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3\}$, $A \cap B' = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\} = \{1, 3\}$, 可见, $A - B = A \cap B'$.

13. 如果 U 是全集, A 是非空集合, 下列各个等式哪些是对的? 哪

些不对?

$$A \cup A = A \quad A \cap A = A \quad A \cap A = \emptyset \quad A \cup \emptyset = A$$

$$A \cup \emptyset = \emptyset \quad A \cup U = U \quad A \cap U = A \quad A \cap \emptyset = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset \quad A - A = A \quad A - A = \emptyset$$

解 正确的等式是

$$A \cup A = A, \quad A \cap A = A, \quad A \cup \emptyset = A, \quad A \cup U = U$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset, \quad A \cap U = A, \quad A - A = \emptyset$$

14. 已知 $A = \{a, 3, 2, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, b\}$, 若 $A \cap B = \{1, 2, 3\}$, 求 a 和 b .

解 由 $A \cap B = \{1, 2, 3\}$ 知, A, B 中必须都有 1, 2, 3. 对此得出 $a = 1, b = 2$.

15. 调查了某地区 100 个公社, 其中 70 个公社小麦亩产量在 250 公斤以上(含 250 公斤), 以集合 A 表示这些公社; 40 个公社棉花亩产量在 60 公斤以上(含 60 公斤), 以集合 B 表示这些公社; 小麦亩产在 250 公斤以上而棉花亩产在 60 公斤以下的有 55 个公社. 试用集合关系表示下列各类公社, 并计算出各类型公社的数目:

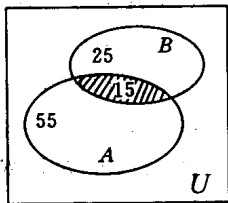
(1) 麦、棉两项亩产量均达到上述指标的公社;

(2) 小麦亩产量未达到 250 公斤以上而棉花亩产量在 60 公斤以上的公社;

(3) 麦、棉中至少有一项达到上述指标的公社;

(4) 麦、棉两项均未达到上述指标的公社.

解 用 U 表示该地区 100 个公社的集合, 则依题意可作出示意图如图 1-2. 由于 $A - B$ 表示小麦亩产在 250 公斤以上而棉花亩产量在 60 公斤以下的公社, 它有 55 个公社. 于是



(1) 表示为 $A \cap B$, 有 $70 - 55 = 15$ 个公社.

(2) 表示为 $B - A$, 有 $40 - 15 = 25$ 个公

图 1-2

社.

(3) 表示为 $A \cup B$, 有 $55 + 25 + 15 = 95$ 个公社.

(4) 表示为 $(A \cup B)'$, 有 $100 - 95 = 5$ 个公社.

16. 如果 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e\}$, $C = \{d, e, f\}$, 验证

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

解 这是集合运算的分配律. 直接计算便得

$$A \cap (B \cup C) = \{a, b, c, d\} \cap \{c, d, e, f\} = \{c, d\}$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{c, d\} \cup \{d\} = \{c, d\}$$

17. 用第 8 题的集合 A 与集合 B , 验证摩根律.

解 摩根律 (I): $(A \cup B)' = A' \cap B'$, 用题 8 中语言表示即“该单位中去掉至少会英语或日语之一的人之后, 剩下的是英语、日语都不会的人”, 显然正确.

摩根律 (II): $(A \cap B)' = A' \cup B'$, 用题 8 来表示即“该单位中去掉同时会英语及日语的人之后, 剩下的人或者不会英语, 或者不会日语”, 命题无误.

18. 用集合运算律证明: $X \cup (X \cap Y)' \cup Y = U$.

$$\begin{aligned} \text{证. 左边} &= X \cup (X' \cup Y') \cup Y = (X \cup X') \cup (Y' \cup Y) \\ &= U \cup U = U = \text{右边} \end{aligned}$$

19. 如果 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, b, c\}$, 求 $A \times B$.

解 采用列举法, $A \times B$ 中共有 12 个如下元素:

$$(a, a), (b, a), (c, a), (d, a)$$

$$(a, b), (b, b), (c, b), (d, b)$$

$$(a, c), (b, c), (c, c), (d, c)$$

20. 如果 $X = Y = \{3, 0, 2\}$, 求 $X \times Y$.

解 共有 9 个元素, 列举如下

$$(3, 3), (3, 0), (3, 2), (0, 3), (0, 0), (0, 2), (2, 3), (2, 0), (2, 2)$$

21. 设集合 $A = \{\text{北京, 上海}\}$, $B = \{\text{南京, 广州, 深圳}\}$. 求 $A \times B$ 与 $B \times A$.

解 $A \times B = \{(\text{北京, 南京}), (\text{北京, 广州}), (\text{北京, 深圳}),$

(上海, 南京), (上海, 广州), (上海, 深圳))
 $B \times A = \{(南京, 北京), (广州, 北京), (深圳, 北京),$
 (南京, 上海), (广州, 上海), (深圳, 上海))

22. 设集合 $X = \{x_1, x_2, x_3\}, Y = \{y_1, y_2\}, Z = \{z_1, z_2\}$, 求 $X \times Y \times Z$.

解 共有 $3 \times 2 \times 2 = 12$ 个元素, 元素列举如下:

$(x_1, y_1, z_1), (x_1, y_1, z_2), (x_1, y_2, z_1), (x_1, y_2, z_2)$
 $(x_2, y_1, z_1), (x_2, y_1, z_2), (x_2, y_2, z_1), (x_2, y_2, z_2)$
 $(x_3, y_1, z_1), (x_3, y_1, z_2), (x_3, y_2, z_1), (x_3, y_2, z_2)$

要点 1-2

绝对值性质 $|u| = \begin{cases} u, & u \geq 0 \\ -u, & u < 0 \end{cases}$

$$|u| < a \Leftrightarrow -a < u < a$$

$$|u| \geq a \Leftrightarrow u \leq -a \text{ 或 } u \geq a$$

23. 解下列不等式:

(1) $x^2 < 9$ (2) $|x-4| < 7$ (3) $0 < (x-2)^2 < 4$

(4) $|ax-x_0| < \delta$ ($a > 0, \delta > 0, x_0$ 为常数)

解 将绝对值表示的实数集用不等号表示便可.

(1) $x^2 < 9$, 即 $|x| < 3, -3 < x < 3$.

(2) $|x-4| < 7$, 即 $-7 < x-4 < 7, -3 < x < 11$.

(3) $0 < (x-2)^2 < 4$, 即 $x \neq 2$ 且 $-2 < x-2 < 2, 0 < x < 4$ 且 $x \neq 2$.

(4) $|ax-x_0| < \delta$, 即 $-\delta < ax-x_0 < \delta, -\delta+x_0 < ax < x_0+\delta$,

故有

$$\frac{x_0-\delta}{a} < x < \frac{x_0+\delta}{a}$$

24. 用区间表示满足下列不等式的所有 x 的集合:

(1) $|x| \leq 3$ (2) $|x-2| \leq 1$

(3) $|x-a| < \epsilon$ (a 为常数, $\epsilon > 0$)

(4) $|x| \geq 5$ (5) $|x+3| > 2$

解 (1) $-3 \leq x \leq 3$, 得 $[-3, 3]$.

(2) $-1 \leq x-2 \leq 1$, 即 $1 \leq x \leq 3$, 得 $[1, 3]$.

(3) $-\varepsilon < x-a < \varepsilon$, 即 $a-\varepsilon < x < a+\varepsilon$, 得 $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$.

(4) $x \leq -5$ 或 $x \geq 5$, 即 $(-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$.

(5) $x+1 < -2$ 或 $x+1 > 2$, 即 $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$.

25. 用区间表示下列点集, 并在数轴上表示出来:

(1) $I_1 = \{x \mid |x+3| < 2\}$ (2) $I_2 = \{x \mid 1 < |x-2| < 3\}$

解 (1) $|x+3| < 2$, 即 $-2 < x+3 < 2$, 得 $-5 < x < -1$.

数轴表示如图 1-3 所示:

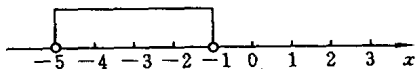


图 1-3

(2) $\begin{cases} 1 < |x-2| \\ 3 > |x-2| \end{cases}$, 即 $\begin{cases} x < 1 \text{ 或 } x > 3 \\ -1 < x < 5 \end{cases}$,

亦即 $\begin{cases} x < 1 \\ -1 < x < 5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x > 3 \\ -1 < x < 5 \end{cases}$

故得 $-1 < x < 1$ 或 $3 < x < 5$.

数轴表示如图 1-4 所示:

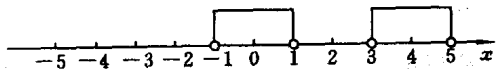


图 1-4

26. $y = \lg(-x^2)$ 是不是函数关系? 为什么?

解 不构成函数关系, 因为其定义域是空集, 不符合函数定义的要求.

27. $y = \frac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y = x+1$ 是不是相同的函数关系? 为什么?

解 不是. 前一个函数的定义域要求 $x \neq 1$, 后一个函数无此要求, 故两函数定义域不相同, 从而不是同一函数.

要点 1-3

常见函数定义域

$$\textcircled{1} y = \frac{v(x)}{u(x)} \quad \text{取 } u(x) \neq 0$$

$$\textcircled{2} y = \sqrt{u(x)} \quad \text{取 } u(x) \geq 0$$

$$\textcircled{3} y = \ln u(x) \quad \text{取 } u(x) > 0$$

$$\textcircled{4} y = \arcsin u(x) \quad \text{取 } |u(x)| \leq 1$$

$$y = \arccos u(x) \quad \text{取 } |u(x)| \leq 1$$

当函数 $f(x)$ 是由 $u(x), v(x)$ 经四则运算所得的公式时, $f(x)$ 的定义域为 $u(x), v(x)$ 的定义域之交集.

28. 确定下列函数定义域:

$$(1) y = \sqrt{9-x^2} \quad (2) y = \frac{1}{1-x^2} + \sqrt{x+2}$$

$$(3) y = \frac{-5}{x^2+4} \quad (4) y = \arcsin \frac{x-1}{2}$$

$$(5) y = 1 - e^{1-x^2} \quad (6) y = \frac{\lg(3-x)}{\sqrt{|x|-1}}$$

$$(7) y = \sqrt{\lg \frac{5x-x^2}{4}} \quad (8) y = \frac{\arccos \frac{2x-1}{7}}{\sqrt{x^2-x-6}}$$

解 关键是写出相应的不等式, 求解不等式过程类似于上面的第 23, 24, 25 题.

$$(1) 9-x^2 \geq 0, \text{ 得 } -3 \leq x \leq 3.$$

$$(2) 1-x^2 \neq 0 \text{ 且 } x+2 \geq 0, \text{ 得 } x \geq -2, \text{ 且 } x \neq \pm 1.$$

$$(3) x \text{ 可取任意实数.} \quad (4) \left| \frac{x-1}{2} \right| \leq 1, \text{ 得 } -1 \leq x \leq 3.$$

$$(5) x \text{ 可取任意实数.}$$

$$(6) 3-x > 0 \text{ 且 } |x|-1 > 0, \text{ 得 } x < -1 \text{ 或 } 1 < x < 3.$$

$$(7) 5x-x^2 > 0 \text{ 且 } \lg \frac{5x-x^2}{4} \geq 0, \text{ 即}$$

$$(5-x)x > 0 \text{ 且 } 5x-x^2 \geq 4$$

由 $(5-x)x > 0$ 得 $0 < x < 5$, 由 $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ 得 $1 \leq x \leq 4$, 故所求定义域为 $1 \leq x \leq 4$.

$$(8) \left| \frac{2x-1}{7} \right| \leq 1 \text{ 且 } x^2 - x - 6 > 0, \text{ 即}$$

$$x \in [-3, 4] \text{ 且 } x \in (-\infty, -2) \cup (3, +\infty).$$

得 $x \in [-3, -2) \cup (3, 4]$.

29. 已知 $f(x) = x^2 - 3x + 2$, 求 $f(0), f(1), f(2), f(-x), f\left(\frac{1}{x}\right), f(x+1)$.

解 将 $f(x)$ 中的 x 换成给定数值或表达式

$$f(0) = 2, f(1) = 1 - 3 + 2 = 0, f(2) = 4 - 6 + 2 = 0$$

$$f(-x) = (-x)^2 + 3x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} + 2$$

$$f(x+1) = (x+1)^2 - 3(x+1) + 2 = x^2 - x$$

30. 设 $f(x) = \frac{x}{1-x}$, 求 $f[f(x)]$ 和 $f\{f[f(x)]\}$.

$$\text{解 } f[f(x)] = \frac{f(x)}{1-f(x)} = \frac{\frac{x}{1-x}}{1-\frac{x}{1-x}} = \frac{x}{1-2x}$$

$$f\{f[f(x)]\} = \frac{f[f(x)]}{1-f[f(x)]} = \frac{\frac{x}{1-2x}}{1-\frac{x}{1-2x}} = \frac{x}{1-3x}$$

注: 本题旨在计算对应规则 $f[f(x)]$. 若要同时求其定义域, 则必须在复合时同时兼顾定义域. 例如

$$f(f(x)) = \frac{f(x)}{1-f(x)} \quad (f(x) \neq 1)$$

$$= \frac{\frac{x}{1-x}}{1-\frac{x}{1-x}} \quad \left(\frac{x}{1-x} \neq 1 \text{ 且 } x \neq 1 \right)$$