Л. М. 諾吉德著

相似理論及因次理論

防工業出版社

相似理論及因次理論

Л. М. 諾吉德著

官　信　譯

李华、李宝善校

國防工業出版社

1963

內容簡介

本书除了对相似定理及因次分析有簡要闡述外，并以大量篇幅較詳細地討論了相似理論及因次理論在船舶流体力学、搖摆、振动及强度計算等方面的使用。

本书可作为我国造船专业的大学生、研究生、教师和海軍有关部門及工厂的技术工作者参考。

ТЕОРИИ ПОДОБИЯ И РАЗМЕРНОСТЕЙ

Л. М. Ногид

СУДПРОМГИЗ 1959

相似理論及因次理論

官 信 譯

李华、李宝善校

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业許可証出字第 074 号

国防工业出版社印刷厂印刷　新华书店北京发行所发行

850×1168 1/32　印张 2 13/16　70 千字

1963 年 9 月第一版　1963 年 9 月第一次印刷　印数: 0,001—1,260 册

統一书号: 15034·662　定价: (11—6)0.65 元

目 录

作者序

相似及因次方法是各种科学提出来的实驗基础。这些方法与現象的一般分析相結合，往往成为相当有效的理論研究方法。

本书用流体动力学、船舶原理和强度理論領域中的一些例子，来闡述相似及因次理論基础。这样一本书之所以需要，是因为目前在高等工业学校中关于相似理論及因次分析讲述的分量是不够的。通常，这些問題仅仅在专业課里面才涉及到，而且是順便提到，讲得也不深入，因而，学生們对課程的本质只得到了模糊的，而且往往是錯誤的概念。

相似及因次理論方法的特点极其簡单；但是，为了正确的运用它們，还必須认識清楚現象的物理本质，并考虑到它的特征，这就不仅要求具有問題的理論方面的知識，而且要求有实驗方面的素养。因此，我认为把以相似理論、因次分析及关于現象本质的一般前提为基础的各种不同的方法来确定相似准則的各种各样的例子包括在本书中是比較合适的。作者认为，书中旣已詳細地分析了相似理論及因次理論一系列的应用，就无須从所有方面来研究所涉及到的課題。同样，也认为沒有必要用許多例子把造船学的所有方面的問題都包括进来。

因为本书的讀者应該已經学过有关的学科，对我們所借用的例子是熟悉的，所以我們直接引用了一些描述現象的原始方程，并未加以推导。但是，在許多情况下，为使以后的計算易于了解，对現象的本质作了一些簡要說明。所采用的符号在附录1中已列入者，正文中不予說明。

作者认为自己有义务以愉快的心情向Я. И. 魏特孔斯基(Войтткунский)、К. К. 費佳耶夫斯基(Федяевский)和A. A. 庫尔久莫夫(Курдюмов)等表示謝意，感謝他們对本书提出了宝貴的意見和指正。

第一章　相似及因次理論基础

§1. 相似現象。相似及因次理論研究的对象

如果表征一个物系中的現象的全部量(譬如，綫性尺寸、力、速度及时間間隔等)的数值，可以由第二个系統中相对应的諸量乘以不变的无因次乘数而得到的話，則这两个現象叫做相似現象。在一般情况下，对于不同的量，乘数是不同的，但是，所有同名的量在两个系統的相对应点上和(假如过程是非定常过程时)在相对应的时間上是与同一个乘数成比例。因此，在相似系統中就有以下关系：

$$\frac{L}{L_0}=c_l;\quad \frac{T}{T_0}=c_t;\quad \frac{K}{K_0}=c_K;\quad \frac{v}{v_0}=c_v, \tag{1}$$

式中　L、T、K及v——物理量(长度、时間間隔、力及速度)，c_i——称为相似常数的变換乘数。

上面引出的相似系統的定义是通用的，对任何現象均可通用；但是，根据現象特点的不同，可分为力学相似、热力学相似及电相似等等。力学相似又分为动力相似和运动相似。最后，还可以談到純粹几何相似的問題。

相似理論及因次理論确立了使現象成为精确地或近似地相似的条件。在相似理論中这个問題是通过对关联方程的研究来解决的，关联方程就是描述所研究的現象的方程，如液体运动方程或船舶搖摆方程等。而因次理論則是从表征給定現象的諸物理量的因次分析着手，从形式推理出发去研究問題。

为了能利用上述方法，必須預先知道所研究的現象都取决于哪些物理量。仅仅基于一些不根据实际材料的判断，这是未必能够确定出来的。从原則上說，在研究关联方程的基础上来着手建立相似准則是比較正确的。但是，对某些現象解决这一問題时，它

們的关联方程往往是未知的。有时在研究现象的开始阶段，因次分析方法是建立以某种完整性来反映現象的函数关系式的唯一的理論方法。

力学系統相似的概念首先由牛頓(1686 年)在其“自然哲学的数学原理”一书中发表。也就在那本书中，他基于相似原理，給出了关于剛体运动情况的力的一般表达式，这个表达式把力与运动速度同物体的尺寸联系起来。严格来說，这个在相似理論中具有很大意义的关系式是由 И. 别尔特兰(Бертран)在其 1848 年发表的論文中提出的。别尔特兰的較晚(1878年)的另一篇論文是討論因次分析的。

本世紀初，相似及因次理論的数学方法，相继在 И. 布金哈(Букингем)和 Т. А. 爱林費斯特-阿法那賽也瓦(Эренфест-Афанасьева)等人的論文中有了进一步的发展。在苏联，相似問題及因次問題曾由 Л. И. 謝道夫(Седов)、М. В. 基尔皮契夫(Кирпичев)、П. К. 科納科夫(Конаков)、А. А. 古赫曼(Гухман)等及其他人进行过深入的研究。

相似論的学說首先应用于实际中是在 19 世紀的下半世紀，这时，在 В. 福魯德(Фруд)研究水对船舶运动的阻力、О. 雷諾(Рейнольдс)研究水在管中的运动、Н. Е. 茹可夫斯基(Жуковский)关于空气动力学的研究等实驗工作中都采用了相似理論。近三十年来，实驗方法在物理学和工程技术学科中得到了显著的发展，而目前相似理論乃是各种科学提出来的实驗的基础。

苏联和其他国家的作者們对相似理論及因次分析写了大量著作。我們只提到 М. В. 基尔皮契夫的著作[7]、基尔皮契夫和 П. К. 科納科夫的著作[8]、Л. И. 謝道夫的著作[13]、А. П. 杰哥日达(Зегжда)的著作[6]以及 П. В. 布里志曼(Бриджмэн)的譯著[1]。

§2. 因次公式

測量某个量是指把它和另一个取作測量单位的同名量去比

較。表示它們比值的数就是所要測量的量的大小。

諸物理量間被一定的关系式彼此相联系。因此，若把它們当中的某些量取作基本量(原始量)，并規定其具体的測量单位，則其余导出量(誘导量)的測量单位将可通过基本量的測量单位以一定的形式表示出来。像基本量及导出量一样，也可以分出基本測量单位和导出測量单位。

基本量直接用相对应的基本測量单位来測量，导出量用把与其有关的各基本量加以对比的方法来測量。譬如，若我們把长度和时間作为基本量，而把速度作为导出量，那么，速度的具体数值将用路程的长短被时間除得的商来表示。这并不意味着实际測量某个物体速度的时候，每一次都必須測出其通过的路程和对应的时間間隔。大家知道，有許多方法可以直接測量速度。

导出測量单位是由基本測量单位形成的，表示这种关系的公式称为因次公式或簡称某个該量的因次。因次系借助于表征基本測量单位的符号来表述的。譬如，若 L 表示长度单位，而 T 表示时間单位，則速度 v 的因次用下述公式表示：

$$[v]=\frac{L}{T}。$$

相似公式中的方括号表示我們所談論的是包含在括号中的量的因次。可以用具体的測量单位代替測量单位的符号，譬如，

$$[v]=\frac{米}{秒}或\ v\ \frac{米}{秒}。$$

通用的測量单位制是絕对制，这种絕对制符合于高斯建議的单位选用規則。这个規則与規定力 K 与质量 m 和加速度 $\frac{dv}{dt}$ 的乘积成正比的牛頓第二定律有关，牛頓第二定律可表为如下公式：

$$K=Am\frac{dv}{dt}。$$

按高斯的建議，在絕对制中选取的各測量单位，应使上式中的比例系数 A 成为 1。因此，公式的形式为

$$K=m\frac{dv}{dt}\tag{2}$$

从而，

$$[K]=[m]\left[\frac{dv}{dt}\right]。\tag{3}$$

这样一来，包含在方程(2)中的两个量的测量单位可以任意选定。第三个量的测量单位由等式(3)来确定。例如，若取

$$[K]=公斤,\ \left[\frac{dv}{dt}\right]=\frac{米}{秒^2};$$

我們便求出质量的因次

$$[m]=\frac{[K]}{\left[\frac{dv}{dt}\right]}=\frac{公斤\cdot秒^2}{米}。$$

实际上，为了确定任何現象，只要对三个基本物理量規定出測量单位就够了。通用的測量单位制就是以此为基础的。

在我們以后要使用的工程制中，取长度、力和时間作为基本量，而把米、公斤和秒作为基本測量单位。在物理測量单位制中，用质量来代替作为基本量的力，它也用公斤来測量❶。此外，在物理学中还采用某些其它的測量单位制，其中有 CGS 制，在 CGS 制中基本測量单位是厘米、秒和克-质量。当研究热現象和电現象时，工程制和物理制也可以采用。但是，在这些科学知識領域内常常用一套特殊的測量单位。由热的或电的測量单位变换为机械的測量单位可借助于物理常数来实現。例如，在研究热現象时，常数之一是热功当量

$$I=427\ 公斤.米/卡。$$

从上面的叙述可知，导出(誘导)物理量的因次系由基本量的因次得到的，因为导出量本身就是由基本量导出的。因此，按照工程測量单位制，把长度 L、力 K 和时間 T 取作基本量，我們就得到了下面的(作为例子)速度、加速度、质量和功率的因次公式：

---

❶ 在譯文中用公斤和公斤·质量来区分力和质量的单位——譯者。

$$[v]=\frac{[L]}{[T]}=LT^{-1};$$

$$[\dot{v}]=\frac{LT^{-1}}{T}=LT^{-2};$$

$$[m]=\frac{[K]}{[\dot{v}]}=KL^{-1}T^{2};$$

$$[N]=[K][v]=KLT^{-1}。$$

类似地还可以得到另外一些物理量的因次公式。用基本量的因次組成导出量的因次公式的規則規定了这些公式的一般形式。它們全部都是下列形式的簡单冪綜合数群——单項式❶:

$$[P]=a_1^{\alpha_1}a_2^{\alpha_2}\cdots a_n^{\alpha_n}, \tag{4}$$

式中 P——某一物理量;

a_i——基本物理量的測量单位。

滿足条件

$$\varphi(c_1a_1, c_2a_2, \cdots, c_na_n)=\psi(c_1c_2\cdots c_n)\varphi(a_1a_2\cdots a_n),$$

的函数称为齐次函数。单項式冪函数及其因次公式具有齐次性。事实上,在公式(4)中用 c_ia_i 代 a_i 可得

$$\frac{[P]'}{c_1^{\alpha_1}c_2^{\alpha_2}\cdots c_n^{\alpha_n}}=a_1^{\alpha_1}a_2^{\alpha_2}\cdots a_n^{\alpha_n}, \tag{5}$$

从而，乘数 c_i 可以移到公式(4)的左边去。把公式(4)和(5)比較一下,不难证明,当由測量单位制 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 向測量单位制 $c_1a_1, c_2a_2, \cdots, c_na_n$ 变換时,物理量P的数值变化到 $\frac{1}{c_1^{\alpha_1}, c_2^{\alpha_2}, \cdots, c_n^{\alpha_n}}$倍。例如，若速度 $v=1$ 米/秒，則在公里、小时单位制中,速度的数值将等于

$$v=\frac{1}{1000\times3600^{-1}}=3.6\ \text{公里/小时}。$$

所述因次公式的齐次性,是簡单冪函数的屬性的直接推論。这

---

❶ 在因次理論中有公式(4)的严格推导过程,这可以在参考文献[7]及[13]中找到。

由以下叙述即可看出，現将公式(4)表示为下列形式:

$$A=a_1^{\alpha_1}a_2^{\alpha_2}\cdots a_n^{\alpha_n}, \tag{6}$$

并用 c_ia_i 代替 a_i 及用 c_aA 代替 A，把 c_i 和 c_a 看成是由一个单位制向另一单位制变换时必須引入的比例系数，即可得

$$\frac{c_a}{c_1^{\alpha_1}c_2^{\alpha_2}\cdots c_n^{\alpha_n}}\cdot A=a_1^{\alpha_1}a_2^{\alpha_2}\cdots a_n^{\alpha_n}。 \tag{7}$$

由公式(6)和(7)可得

$$\frac{c_a}{c_1^{\alpha_1}c_2^{\alpha_2}\cdots c_n^{\alpha_n}}=1, \tag{8}$$

因而，等式(6)不随测量单位的变化而改变其本身形式。

当然，相同因次的冪綜合数群也有齐次性。对于超越函数也是同样的，如果其自变量是下列形式的无因次齐次函数

$$\frac{b}{a_1^{\alpha_1}a_2^{\alpha_2}\cdots a_n^{\alpha_n}}$$

的話，在用 c_ia_i 代替 a_i，c_bb 代替 b 以后，最后这个函数将保持不变(这由公式(8)可以知道)。

物理方程都是些相同因次的齐次函数的和，它們也具有齐次性。因此，当由一个测量单位制向另一个单位制变换时，它們的形式也不改变，这样的方程称为完全方程。

除了有因次量(名数)外，今后我們还将碰到无因次量。无因次量可以认为是两个或者几个名数的比值。例如，用弧度测量的角度是所張弧长与其半徑的比值，亦即两个长度之比。曲綫的充盈系数是两个面积的比值。在无因次表达式中的相对速度是速度对特征长度和重力加速度的乘积的平方根之比。

无因次量的数值与所采用的测量单位制无关。决定这些量的因次的一般方法既經采用之后，就会发現，用符号表达时，它的值是 1。无因次量的这一特性可解釋如下。假定无因次量 $P=\dfrac{f}{\varphi}$ 是具有相同因次的两个量

$$[f]=[\varphi]=a_1^{\alpha_1}a_2^{\alpha_2}\cdots a_n^{\alpha_n}。$$

的比值。

由公式(5)可知，当变更测量单位时，所研究的比值的分子和分母均变化相同的倍数，因而无因次量P就保持原来的数值。

在附录Ⅰ中，除了表出所采用的物理量的符号外，也引出了共在工程单位制中的因次公式。

§3. 第一相似定理。相似准则的求法

設写出描繪所研究現象的关联方程如下

$$\Sigma\varphi_i(a_1, a_2, \cdots, a_n)=0。\tag{9}$$

用于两种相似現象，这个方程就可以改写为：

$$\Sigma\varphi_i(a_1', a_2', \cdots, a_n')=0;\tag{10}$$

$$\Sigma\varphi_i(a_1'', a_2'', \cdots, a_n'')=0,\tag{11}$$

式中　a_i'及a_i''——第一及第二現象中的同名量。

因为現象是相似的，所以

$$\left.\begin{aligned} a_1''&=c_1a_1', \\ a_2''&=c_2a_2', \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_n''&=c_na_n'。\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

而方程(11)可以用包含在方程(10)中的諸量和相似常数c_i表示为如下形式：

$$\Sigma\varphi_i(c_1a_1', c_2a_2', \cdots, c_na_n')=0。\tag{13}$$

描繪物理現象的方程(9)应該是完全方程。因此，公式(13)可以改写为：

$$\Sigma\psi_i(c_1, c_2, \cdots, c_n)\varphi_i(a_1', a_2', \cdots, a_n')=0。$$

为了把ψ_i从和式的符号中移出来，应該有等式

$$\psi_1(c_1, c_2, \cdots, c_n)=\psi_2(c_1, c_2, \cdots, c_n)=\cdots=$$
$$=\psi_n(c_1, c_2, \cdots, c_n)。$$

用函数ψ_i中的一个去除其中每一个，例如用函数ψ_k去除，并写成

$$\frac{\psi_i(c_1, c_2, \cdots, c_n)}{\psi_k(c_1, c_2, \cdots, c_n)} = f_i(c_1, c_2, \cdots, c_n),$$

我們就找到了联系无因次函数的下述条件

$$f_1(c_1, c_2, \cdots, c_n) = f_2(c_1, c_2, \cdots, c_n) = \cdots = \\ = f_n(c_1, c_2, \cdots, c_n) = 1。 \tag{14}$$

函数 f_i 叫做相似指标。按照公式(12)，它們可以改写如下❶：

$$f_i(c_1, c_2, \cdots, c_n) = \frac{F_i(a_1'', a_2'', \cdots, a_n'')}{F_i(a_1', a_2', \cdots, a_n')} = 1。$$

这样一来，

$$F_i(a_1', a_2', \cdots, a_n') = F_i(a_1'', a_2'', \cdots, a_n'')。$$

消去 a_i 的上标，可把最后的公式表示为更紧湊的形式❷：

$$\Pi_i = F_i(a_1, a_2, \cdots, a_n) = \text{idem}。 \tag{15}$$

无因次綜合数群 Π_i 称为相似准則，而用公式(15)所表示的結果，可以較为簡明地用定理的形式陈述如下：在相似的諸現象中，各相似准則具有相同的数值。此即所謂第一相似定理。

可以用相似指标来代替相似准則，这样，第一定理按照等式

$$f_i(c_1, c_2, \cdots, c_n) = 1, \tag{16}$$

可得到下面的簡明陈述：在相似現象中，各相似指标都等于 1。

我們看到，用公式(12)表示的相似变换，在測量单位改变时，形式上完全和前节叙述的变换一模一样❸。这一事实使相似理論和因次理論的結論中继續出現一系列的相同之处。例如，用相似变换的方法得到的公式(16)与因次理論公式(8)是沒有差别的。因此，可以把后面这个公式作为与第一相似定理相像的一个定理的表达式。

---

❶ 例如，若原始关联方程是些簡单冪綜合数群的和，则每一等式 $f_i=1$ 将用与公式(8)相似的公式表示。

❷ idem 按拉丁語的原意是相同的，同一的。

❸ T. A. 爱林贇斯特-阿法那赛也瓦认为相似現象的变换是物质的，而因次变换只是形式的，因为，在前一种情况下，物理量本身变化了，而在后一种情况下仅仅表示它們的比例尺变了。

由上面所作的說明，可得結論：在相似系統中不仅相似准則，而且任意无因次綜合数群都具有相同的数值。这就与上节叙述的，关于无因次量的数值不取决于所采用的測量单位制的結論具有相似之处。

为了举例說明上述的确定相似准則的方法，现在我們可利用牛頓定律，对于两相似現象，牛頓定律用下列方程表示：

$$\left.\begin{aligned} K_1&=m_1\frac{dv_1}{dt_1},\\ K_2&=m_2\frac{dv_2}{dt_2}。\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

包含在这些方程中的量是用关系式

$$K_2=c_kK_1;\quad m_2=c_mm_1;\quad v_2=c_vv_1;\quad t_2=c_tt_1, \tag{18}$$

联系起来的，这些关系式可以由相似性是存在的这一事实得出。将上列数值代入(17)的第二个方程式中以后，可得

$$\frac{c_kc_t}{c_mc_v}=\frac{m_1}{K_1}\cdot\frac{dv_1}{dt_1}。$$

此方程式只有当

$$\frac{c_kc_t}{c_mc_v}=1 \tag{19}$$

时，或者，换言之，当相似指标等于1时才和(17)的第一个方程式一致。

公式(18)及(19)給出

$$\frac{K_1t_1}{m_1v_1}=\frac{K_2t_2}{m_2v_2},$$

或用另一形式表示为：

$$\Pi=\frac{KT}{mv}=\text{idem}。$$

綜合数群 Π 是相似准則，而方程 $K=c\frac{mv}{T}$ 則是准則方程，式中 c 是无因次系数。

略去計算部分，可以用更簡单的方法构成相似准則。为此，写

出由包含在关联方程中的每一項的物理量的符号所构成的諸綜合数群，幷把这些綜合数群除以其中任一綜合数群就足够了。在所述的情况下，关联方程 $K=m\frac{dv}{dt}$的右边和左边使成为K和$\frac{mv}{T}$。将K除以$\frac{mv}{T}$就得到了如像綜合数群 Π❶一样的相似准則。

若关联方程中包含着无因次自变量的超越函数，則无因次自变量可以被立即分离出来作为相似准則。

在确定相似准則时，可根据平均物理量，例如，沿某截面上的平均速度或平均溫度。例如，在系統中相对应的点上，所研究的同名量可归結为如下的形式：

$$\frac{A_i}{(A_i)_0}=c_a。$$

也照这样把沿面积f的平均量A_{cp}加以归納。事实上

$$(A_{cp})_0=\frac{1}{f_0}\int_{f_0} A_0 df_0,$$

$$A_{cp}=\frac{1}{f}\int_f A\,df=\frac{1}{c_f f_0}\int_{f_0} c_a c_f A_0 df_0=\frac{c_a}{f_0}\int_{f_0} A_0\,df_0,$$

于是，

$$\frac{A_{cp}}{(A_{cp})_0}=c_a,$$

这就証明了利用由平均物理量构成相似准則的可能性。

最后，我們指出，在确定相似准則时，带有某种任意性。例如，我們假定在研究現象的时候，相似准則被确定为Π_1, Π_2, Π_3等綜合数群的形式。作为相似准則也可以取另外的綜合数群，如像綜合数群$\Pi_1\times\Pi_2$, Π_2, Π_3或Π_1, $\Pi_2\times\Pi_3$, Π_3等等。如若我們取任一綜合数群为任意次幂，則事物的本质幷未改变。

---

❶ 把原始方程式表为无因次形式$\frac{K}{m\frac{dv}{dt}}=1$并用$\frac{v}{T}$代替$\frac{dv}{dt}$的方法也可得到同样結果。

§ 4. 第二及第三相似定理。决定性准则

根据第二相似定理，全部关联方程都可以变成准则形式，换言之，均可变成表示相似准则之間的单值关系的方程。对于由简单幂綜合数群构成的方程，这个原理是很显然的。把它們写成无因次形式之后，就成了准则的形式。自然可以假定，連导成无因次形式的微分方程也将变成准则方程❶。否則，就会出現这样的情况；似乎积分运算可以改变相似条件。我們对所归納的原理的通用性未作证明，这个证明可以在参考文献[7, 8]中找到，我們現在来指出微分方程相似指标是怎样构成的。

設

$$u=\frac{dx}{dy}。$$

应用一般方法，可以找到

$$c_u u=\frac{\partial(c_x x)}{\partial(c_y y)}=\frac{c_x}{c_y}\cdot\frac{\partial x}{\partial y},$$

由此得出

$$c_u=\frac{c_x}{c_y};\quad \frac{c_u c_y}{c_x}=1。\tag{20}$$

現在来研究下面的表达式

$$\omega=\frac{\partial^2 x}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial x}{\partial y}=\frac{\partial u}{\partial y}。$$

和公式(20)类似，可以写出

$$c_\omega=\frac{c_u}{c_y},$$

将 c_u 值代进去以后，就得到

$$c_\omega=\frac{c_x}{c_y^2};\quad \frac{c_\omega c_y^2}{c_x}=1。\tag{21}$$

用同样的方法可以证明，用相似常数組成下面的等式

---

❶ 这个原理是由П. К. 科納科夫证明的[10]。

$$c_u = \frac{c_z}{c_y^k c_x^{n-k}} \tag{22}$$

是和微分方程

$$u = \frac{\partial^n z}{\partial y^k \partial x^{n-k}}$$

相对应的。公式(20, 21, 22)可以和下面各代数方程式的相似指标同样看待:

$$u = \frac{x}{y};\quad \omega = \frac{x}{y^2};\quad u = \frac{z}{y^K x^{n-K}},$$

这种情况可以归納为下面的規則:对于微分方程組成相似指标时，必須删去微分符号，把微分看作有限增量来研究。

在每一种具体情况下，在所找到的相似准則中，要把决定性准則区别出来。这些准則的等式在对比系統中是相似存在的前提。其余的准則等式是由相似存在的事实得出的。据此，第二类相似准則中的每一个均为决定性准則的单值函数。

在本书第二部分所研究的例子中，从所提出的問題的本身即可看出，在所找到的相似准則中，哪一些具有决定性。即使这样，我們現在还是要对这个問題作較为詳尽的研究。

根据第三相似定理或相似逆定理可以把相似准則分为决定性的和非决定性的，該定理規定了相似存在的充要条件❶。現轉到对这个定理的闡述，我們将注意到，在任何系統中呈現的現象，可分为几个类型。对于同一个方程組所描繪的現象可归为一类型。这样的方程組确定了整个現象的进程，而与物体的尺寸和表征物体在其中运动的介质性质的常数的数值无关。它們可以說明任何时刻和任何空間区域。

描述整个类型現象的普遍方程式，可加以具体化而用到个别現象上去。为此目的，必須給原始方程組加上一些补充条件，以对系統加以相应的限制。这些条件与現象的进程无关，称为单值性

---

❶ 第三相似定理首先由 M. B. 基尔皮契夫和 A. A. 克赫曼在 1931 年提出，并由 M. B. 基尔皮契夫在 1933 年证明[9]。