

# 数字信号处理

● 邵朝 阴亚芳 卢光跃 编著

SHUZI XINHAO CHULI



北京邮电大学出版社  
www.buptpress.com

# 数 字 信 号 处 理

郎 超 阴亚芳 卢光跃 编著

北京邮电大学出版社  
· 北京 ·

## 内 容 简 介

本书系统地介绍了离散时间信号与系统的分析和处理的基本概念,以及基本分析方法和处理技术。特别适合于电子、通信、计算机等相关专业的大学本科、专科及相关专业技术人员作为教材或参考书。全书共分八章,内容包括:离散时间信号及其基本变换;离散时间系统及其分析;离散傅里叶变换;快速傅里叶变换;数字滤波器的结构;IIR型和FIR型数字滤波器设计;数字信号处理应用。本书内容深入浅出、条理清晰、系统性强,且内容丰富。其特点为:利用Matlab软件平台,对书中的一些图形作编程实现,给读者丰富的感性认识,更能直观准确地对所讨论的问题加以说明;尽量以简短的篇幅,对所述问题的背景、发展脉络、纵横关系做详细介绍;尽可能地以已讨论内容作为新内容的铺垫,使读者在不断应用所学内容进程中领会和掌握新的知识;提供更丰富的应用、实践环节,这不仅包括各章节后的习题,更有直接和工程实践相联系的实践应用环节。

## 图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/邵朝,阴亚芳,卢光跃编著. —北京:北京邮电大学出版社,2003

ISBN 7-5635-0752-3

I. 数… II. ①邵…②阴…③卢… III. 数字信号—信号处理—高等学校—教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第096763号

---

出版者:北京邮电大学出版社(北京市海淀区西土城路10号)

邮编:100876 电话:62282185 传真:62283578

电子信箱:publish@bupt.edu.cn

经 销:各地新华书店

印 刷:北京源海印刷有限责任公司

印 数:1—3 000册

开 本:787 mm×1092 mm 1/16 印张:18.5 字数:479千字

版 次:2004年1月第1版 2004年1月第1次印刷

---

ISBN 7-5635-0752-3/TN·298

定 价:28.00元

如有印装质量问题请与北京邮电大学出版社发行部联系

# 前　　言

本书是各作者历经多年教学实践,对讲稿反复磨砺及在研究工作经验积累的基础上合作完成的,可供有关专业本科生一学期教学之用,也可作为有关专业人员自学“数字信号处理”课程的教材或辅助教材。

数字信号处理是上世纪五六十年代随着计算机技术的发展而形成的一门学科。现在,数字化技术日新月异、发展飞速,应用领域十分广泛。数字信号处理的理论研究和应用研究的成果几乎涵盖了当今所有生产、生活、科学技术领域。因此,要在一本篇幅不大的入门教科书中全面介绍数字信号处理的各种题材是不切实际的,也是没有必要的,必须做出合适的取舍。编写本书的宗旨是:使电子工程、通信工程、计算机技术、控制技术等不同专业的学生,能够通过本书的学习,掌握数字信号处理的基本理论、原理和方法;理解人们从不同方面、用不同手段认识世界和改造世界的手段;体会辩证思维和方法论思想;为某些后续课程的学习、理解和掌握,以及今后的工作实践打下坚实的基础。在这个原则指导下,我们取材和编写的基本理念是:内容力求深入浅出;叙述尽力环环紧扣;材料安排尽量体现循序渐进、着眼基础理论和结合实践;写作方式力求展现当前科学技术发展;以阐明理论原理为主,不纠缠技术细节。为适应能力培养的要求,本书充分使用了 Matlab 软件来产生运算结果图,以使理论和图形结果更为一致,用图形对理论佐证使其更有说服力。

全书共分八章,由四部分内容构成。第一部分是信号及系统的基础知识介绍,包括第一章离散时间信号的时域及频域分析;第二章离散时间系统的时域及频域分析。第二部分是信号处理基本方法的讨论,包括第三章离散傅里叶变换的基础知识;第四章快速离散傅里叶变换算法。第三部分是数字滤波器的设计和实现,包括第五章数字滤波器的基本结构,第六章无限长单位脉冲响应滤波器的设计理论和方法;第七章有限长单位脉冲响应滤波器的设计理论和方法。最后一部分,即第八章数字信号处理的应用问题。

学习本书所需的先修课程包括“信号与系统”、“线性代数”和“复变函数”等,此外,了解差分方程、模拟滤波器设计理论及 Matlab 软件平台对理解本书也有一定的帮助。讲授本书可根据学时安排合理取舍,而讲授本书大约需要 64~72 学时。

本书第一、二章和第五章由阴亚芳编写;第三、四章和第八章的一至三节由卢光跃编写;第六、七章和第八章的全书的统稿第四节由邵朝完成。

在此,特别要感谢吴进、毛智礼、刘继红、毛永毅等老师,他们对本书的审读以及富有建设性的讨论使作者能够及时改正许多不应有的错误,更能使作者获得难得的启迪。

由于时间仓促,更限于作者的水平,对本门学科内容取舍、安排可能与同类书籍有所差别,对各章节之间如何更好的配合和衔接也见仁见智,敬请读者不吝赐教。

编者  
2003 年 9 月

# 目 录

<b>绪 论 .....</b>	<b>1</b>
<b>第一章 离散时间信号及其变换域分析.....</b>	<b>5</b>
1.1 引 言.....	5
1.2 离散时间信号——序列 .....	5
1.2.1 序列的定义及表示方法 .....	5
1.2.2 序列的基本运算.....	6
1.2.3 常用序列 .....	9
1.2.4 序列的分类 .....	13
1.3 卷积和.....	16
1.3.1 卷积和的定义 .....	16
1.3.2 卷积和的计算 .....	16
1.3.3 卷积和的性质 .....	20
1.4 Z 变换 .....	20
1.4.1 Z 变换的定义 .....	20
1.4.2 Z 变换的收敛域.....	21
1.4.3 常用序列的 Z 变换 .....	24
1.4.4 逆 Z 变换.....	24
1.4.5 Z 变换的性质和定理.....	29
1.5 序列的傅里叶变换及性质 .....	32
1.5.1 序列傅里叶变换的定义.....	33
1.5.2 序列傅里叶变换的性质.....	34
<b>本章小结 .....</b>	<b>38</b>
<b>习 题 .....</b>	<b>39</b>
<b>第二章 离散时间系统及其分析 .....</b>	<b>42</b>
2.1 引 言 .....	42
2.2 离散时间系统.....	42
2.2.1 线性时不变系统 .....	42
2.2.2 单位脉冲响应及系统的输入输出关系.....	45
2.2.3 线性时不变系统的性质 .....	46
2.2.4 因果系统和稳定系统 .....	46
2.2.5 差分方程及其求解.....	49
2.3 系统函数 .....	52
2.3.1 系统函数 .....	52
2.3.2 系统函数的零点、极点 .....	53
2.3.3 系统函数的极点与时域响应 .....	54

2.3.4 系统的因果性和稳定性 .....	55
2.4 频率响应 .....	56
2.4.1 频率响应 .....	56
2.4.2 频率响应的几何确定法 .....	57
2.4.3 全通系统 .....	59
2.4.4 最小相位系统 .....	61
2.5 连续时间信号的数字处理方法 .....	62
2.5.1 采 样 .....	62
2.5.2 内 插 .....	64
2.5.3 离散系统 $H(e^{j\omega})$ 与连续系统 $H_a(j\Omega)$ 的关系 .....	66
<b>本章小结 .....</b>	<b>67</b>
<b>习题 .....</b>	<b>68</b>
<b>第三章 离散傅里叶变换 .....</b>	<b>72</b>
3.1 引 言 .....	72
3.2 周期序列的离散傅里叶级数 .....	72
3.3 离散傅里叶变换的定义 .....	75
3.3.1 周期延拓与取主值运算 .....	75
3.3.2 离散傅里叶变换定义 .....	76
3.4 离散傅里叶变换的基本性质 .....	79
3.4.1 线性性质 .....	79
3.4.2 序列循环移位性质 .....	79
3.4.3 时域循环卷积定理 .....	82
3.4.4 频域循环卷积定理 .....	85
3.4.5 复共轭序列和翻转序列的 DFT .....	85
3.4.6 DFT 的共轭对称性 .....	86
3.4.7 帕斯瓦尔定理 .....	88
3.4.8 DFT 性质小结 .....	88
3.5 离散傅里叶变换、Z 变换及离散时间傅里叶变换之间的关系 .....	89
3.5.1 已知有限长度序列的 ZT、DTFT 确定其 DFT .....	89
3.5.2 已知有限长度序列的 DFT 确定其 ZT、DTFT .....	91
3.6 频率采样定理 .....	92
3.7 DFT 在信号频谱分析方面的应用 .....	94
3.7.1 四种傅里叶变换 .....	94
3.7.2 利用 DFT 对非周期时间连续信号进行频谱分析 .....	96
3.7.3 利用 DFT 对序列进行频谱分析 .....	101
<b>本章小结 .....</b>	<b>101</b>
<b>习题 .....</b>	<b>102</b>
<b>第四章 快速傅里叶变换 .....</b>	<b>106</b>
4.1 引 言 .....	106
4.1.1 直接计算 DFT 运算量的考虑 .....	106

---

4.1.2 影响计算量的因素及解决方案 .....	107
4.2 基 2-按时间抽取的快速傅里叶变换 .....	108
4.2.1 基 2-按时间抽取的快速傅里叶变换的基本原理 .....	108
4.2.2 DIT-FFT 的运算量和运算特点 .....	111
4.3 基 2-按频率抽取的快速傅里叶变换 .....	113
4.4 IDFT 的快速算法 .....	116
4.4.1 稍微变动 FFT 程序和参数的 IFFT 实现方法 .....	117
4.4.2 直接利用 FFT 的 IFFT 实现方法 .....	117
4.5 实序列的 FFT .....	118
4.6 FFT 的应用——快速卷积 .....	119
4.6.1 快速卷积计算原理 .....	119
4.6.2 块卷积 .....	123
4.7 线性调频 Z 变换 .....	126
4.7.1 CZT 的基本原理 .....	127
4.7.2 CZT 的实现步骤 .....	129
4.7.3 CZT 的优点 .....	130
<b>本章小结</b> .....	131
<b>习题</b> .....	131
<b>第五章 数字滤波器的基本结构</b> .....	133
5.1 引言 .....	133
5.2 数字滤波器的表示方法及其分类 .....	133
5.2.1 数字滤波器的表示方法 .....	133
5.2.2 数字滤波器的分类 .....	134
5.3 IIR 滤波器的结构 .....	136
5.3.1 直接型 .....	136
5.3.2 正准型 .....	137
5.3.3 级联型 .....	139
5.3.4 并联型 .....	141
5.4 FIR 滤波器的结构 .....	143
5.4.1 直接型 .....	143
5.4.2 级联型 .....	144
5.4.3 线性相位结构 .....	145
5.4.4 频率采样型结构 .....	147
<b>本章小结</b> .....	151
<b>习题</b> .....	151
<b>第六章 无限长脉冲响应滤波器的设计</b> .....	154
6.1 引言 .....	154
6.1.1 滤波器的基本概念 .....	154
6.1.2 滤波器的基本分类 .....	155
6.1.3 数字滤波器设计的基本思路 .....	155

6.1.4 滤波器技术指标的提法	156
6.1.5 数字滤波器的设计步骤	156
6.2 模拟低通滤波器设计的一些基本问题	158
6.3 巴特沃思逼近方式的滤波器设计法	160
6.3.1 巴特沃思逼近法	161
6.3.2 巴特沃思逼近法的特点	164
6.4 切比雪夫逼近方式的滤波器设计法	164
6.4.1 切比雪夫多项式	165
6.4.2 切比雪夫-I型逼近方法	165
6.5 其他逼近方法	169
6.5.1 切比雪夫II型	170
6.5.2 椭圆型逼近和贝塞尔逼近	174
6.6 原型变换	174
6.6.1 低通变换	174
6.6.2 高通变换	175
6.6.3 带通变换	176
6.6.4 带阻变换	179
6.7 脉冲响应不变法	182
6.8 双线性变换法	186
6.8.1 双线性变换法的建立	186
6.8.2 双线性变换的非线性引起的翘曲畸变	189
6.8.3 一般滤波器双线性变换公式	191
6.9 $z$ 平面变换法	195
6.9.1 低通—低通的变换	196
6.9.2 低通—高通的变换	197
6.9.3 低通—带通的变换	197
6.9.4 低通—带阻的变换	197
<b>本章小结</b>	201
<b>习题</b>	201
<b>第七章 有限长脉冲响应滤波器的设计</b>	203
7.1 线性相位 FIR 滤波器的特点	203
7.1.1 FIR 滤波器的线性相位特性	203
7.1.2 线性相位 FIR 滤波器幅频响应 $H(\omega)$ 的对称性问题	205
7.1.3 线性相位 FIR 滤波器零点分布特点	208
7.2 利用窗函数法设计 FIR 滤波器	209
7.2.1 用矩形窗函数逼近理想低通滤波器	209
7.2.2 用矩形窗函数逼近理想低通滤波器时的吉布斯现象	210
7.2.3 用矩形窗逼近经典理想滤波器	214
7.3 常用的窗函数以及它们对经典理想滤波器的逼近	215
7.3.1 常用的窗函数	219

---

7.3.2 用窗函数设计低通 FIR 滤波器 .....	219
7.3.3 给定技术指标的窗函数设计法 .....	221
7.4 利用频率采样法设计 FIR 滤波器 .....	223
7.4.1 用频率采样法设计线性相位 FIR 滤波器的基本思路 .....	223
7.4.2 用频率采样法设计线性相位 FIR 滤波器的条件 .....	224
7.4.3 逼近误差及其改进措施 .....	227
7.5 切比雪夫逼近法设计 FIR 滤波器 .....	230
7.5.1 切比雪夫最佳一致逼近准则 .....	231
7.5.2 交错点组定理 .....	232
7.5.3 Remez 交换算法的基本原理 .....	233
7.5.4 应用算法的方法 .....	234
本章小结 .....	235
习题 .....	236
<b>第八章 数字信号处理的应用 .....</b>	<b>239</b>
8.1 双音多频信号的检测 .....	239
8.2 噪声抑制与信号增强 .....	243
8.3 正交频分复用系统简介 .....	246
8.4 滤波器设计举例 .....	250
8.4.1 几种滤波器的基本概念 .....	250
8.4.2 二阶峰状滤波器和凹口滤波器的设计 .....	254
8.4.3 梳状滤波器设计 .....	257
附录 A 频率采样法系统频谱函数公式推导 .....	260
附录 B Matlab 在数字信号处理中的应用 .....	268
B.1 Matlab 的基本管理命令 .....	268
B.2 Matlab 的矩阵输入 .....	269
B.3 Matlab 图形显示 .....	271
B.4 数字信号处理中常用的函数 .....	272
附录 C 英汉对照术语表 .....	280
参考文献 .....	284

# 绪 论

当今,数字信号处理(DSP;Digital Signal Processing)技术正飞速发展,它不但自成一门学科,更是以不同形式影响和渗透到其他学科;它与国民经济息息相关,与国防建设紧密相连;它影响或改变着我们的生产、生活方式,因此受到人们普遍的关注。

目前,在国内外绝大部分重点工科院校,都将“数字信号处理”列为电子类学生的必修专业基础课程。特别是国外的重点高校、知名科研院所,都建有信号与信息处理中心,将教学、科研、人才培养紧密结合起来。这样不但在理论创新上获得丰硕成果,更重要的是培养了一大批顶尖的科研人才,使数字信号处理的研究成果很快付诸生产实践,产生可观的经济效益,如此循环往复,形成良性循环,使他们在一定程度上在这方面构成垄断核心。

现在,数字信号处理技术正在形成庞大的产业链,正在与传统产业结合,提升和改造着传统产业,其潜在的产业和市场难以估量。

众所周知,数字信号处理技术与国防建设的重要关系,从当代历次局部战争中可以看出,它甚至在一定意义上是一种有威慑力的技术。

简单地说,数字信号处理是利用计算机或专用处理设备,以数值计算的方法对信号进行采集、变换、分析或综合、估值与识别等加工处理,以获得有用的信号或信息,使之能够在实践中加以应用。数字信号处理技术及设备具有灵活、精确、抗干扰力强、设备尺寸小,造价低、速度快等突出优点,这些都是模拟信号处理技术无法比拟的。

信号是信息的载体,几乎所有的工程技术领域都要涉及信号问题。这些信号包括电、磁、机械、热、声、光、生物体及其他各个方面,特别是这些信号常常是与其他同类的或异类的信号混合在一起的。所以信号的估值、检测或识别的核心问题是提取“感兴趣”信号,而将特定信号应用于特定工程技术实践,既包括信号的生成又包含信号传输和检测一系列问题。这些都是信号处理的基本问题。所以可以直言,信号处理几乎涉及所有工程技术领域,其科学技术的辩证思想方法更是影响深远。

近二三十年,“数字化”已经成为“热点”名词。与这个“热点”名词相关的数字信号处理更是紧密围绕着理论与实践迅猛发展;它以众多学科为基础,其研究成果又渗透到众多学科,成为理论与实践并重、相互促进发展的新兴学科,并且是在当代高新技术领域具有重要地位的大学科。

由于数字信号处理的发展日新月异,下面只从数字信号处理的理论、实现、应用三个方面作简单介绍。

## 1. 数字信号处理的理论涉及的范围

当前,国内外有关数字信号处理的重要学术刊物十分繁多,特别是其他许多学科的核心刊物实质上是信号处理理论发现的重要载体。但从基础上,数学领域的微积分、复变量分析、矩阵代数、概率统计、随机过程、数值分析、最优化理论、近世代数、泛函分析等都是它的基本工具;另外,网络分析、信号与系统等是它的理论基础。在学科发展方面,数字信号处理又和最优控制、通信理论、遥测遥感、故障检测与诊断等学科密切相连;近年来,它又成为人工智能、模式

识别、神经网络等新兴学科的基础理论之一。特别是数字信号处理技术与计算机及微电子技术密不可分,常常是相互依赖、相互促进、互为基础。所以可以说,数字信号处理学科一方面将经典理论体系作为其理论基础,另一方面它又是一系列新兴学科的基础理论。由上看出,其理论的重要性是不言而喻的。

在国际上,一般将快速傅里叶变换问世的1965年作为数字信号处理学科的奠基开端。经过半个世纪的发展,数字信号处理已基本形成一套较为完整的理论体系,这些理论包括:

- 信号采集理论(数/模转换理论、过采样理论、量化噪声分析理论等);
- 离散信号分析理论(时域、频域、时频域分析,以及各种变换技术、信号特征的描述等);
- 离散系统分析理论(系统的时域分析、系统单位脉冲响应、系统频谱函数、系统函数等);
- 各种快速算法(如快速傅里叶变换、快速卷积计算、其他快速算法等);
- 滤波技术(各种滤波器设计算法及实现技术);
- 信号的估计与检测理论(各种估值理论、相关函数理论、功率谱、其他谱估计算法等);
- 信号建模理论(最常用的有AR、MA、ARMA、PRONY等各种模型);
- 信号处理的现代算法(如抽取、插值、压缩与特征提取、预测、特征值子空间分解、信号分离与融合、反卷积、信号重建等);
- 信号处理的实现(软件、硬件、软硬件结合);
- 信号处理的应用。

由上述信号处理的理论的叙述可见,信号处理的理论和算法是密不可分的。这正是信号处理与工程实践密不可分的具体体现。一个好的算法应该能使信号处理的理论以高效、简单、经济的方式付诸社会实践,而产生社会与经济效益。这种心理准备对从事信号处理研究的人员是非常必要的,同样对初始学习信号处理的人员也是十分重要的。

数字信号处理主要研究用数字或符号序列来表征信号与系统,并通过对数字或符号序列的处理来估计或提取信号与系统的特征参数,实现识别或控制系统的目地。

数字信号处理中所涉及的信号包括确定性信号与随机性信号、时变与时不变信号、一维及多维信号、单通道信号及多通道信号等等,所涉及的系统也包括确定性系统、时变与时不变系统、一维及多维系统等。

对特定的信号及系统,上述信号处理理论的各个方面又有不同的内容。本书所讨论的主要是线性、时不变、因果与稳定的数字系统的分析与设计问题,它虽具有一定的局限性,但也具有根本的基础性,下面将所讨论问题的逻辑联系示于图0.1中。

随着电子与信息技术、通信技术及计算机等微电子技术的飞速发展,数字信号处理的理论也不断丰富和发展,各种新算法、新理论正不断涌现。总之,今后的十几年间,伴随着新技术的不断涌现,数字信号处理的理论将获得更快的发展,这是可以预见的。

## 2. 数字信号处理的实现方法

- 在通用微型计算机上用软件实现。Mathworks公司的Matlab软件可以说是在这方面成功的范例。当前,还不断有国内外研究机构、公司推出不同用途的数字信号处理软件包。这种实现方法速度较慢,但经济(可重复使用),故多用于教学和科研。
- 用单片机实现。目前单片机的发展速度很快,其功能也很强大。利用单片机的硬件环境适配以信号处理软件,可直接应用于工程实际,如数控机床、医疗仪器设备等。
- 用专用芯片实现。这一方法是当前发展最迅速的。所谓的DSP专用芯片较之单片机有着更为突出的优点,如:内部有乘法器、累加器,采用流水线工作方式及并行处理结构,多总线。

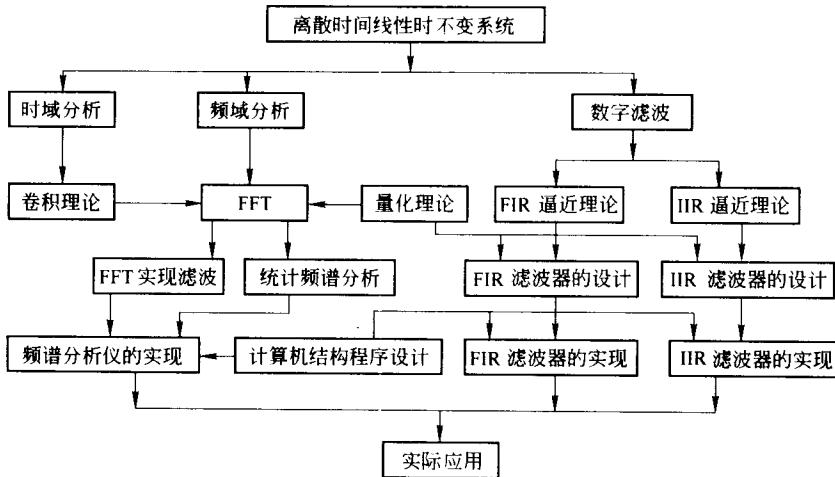


图 0.1 数字信号处理内容概貌

线,速度快,配有信号处理的指令等。DSP 专用芯片为信号处理技术应用于工程实际提供了广阔的空间。

### 3. 数字信号处理的应用范围

我们无法枚举数字信号处理应用的领域,只能说还有哪个产业与信号处理无关。前面已经提到它已经形成庞大的产业链。这也可以说作是数字信号处理的一大特色,它的理论研究吸引了众多学者,它的应用研究更是受到极大重视,全世界各大知名公司都设有专门研究机构,无数科研工作者将数字信号处理的应用研究作为自己毕生追求。

综上所述,数字信号处理是一个涉及众多学科,又应用于众多领域的新兴学科;它既有完整的理论体系,又以最快的速度形成自己的产业。因此,它在国民经济中具有广阔的前景;它也是我们学习和研究数字信号处理的强大动力。



# 第一章 离散时间信号及其变换域分析

## 1.1 引言

从绪论中知道,数字信号处理的主要研究内容有:离散时间信号的频谱分析、数字滤波器的设计。数字滤波器是对离散时间信号进行一定处理的离散时间系统。因此,作为全书的基础,本章将研究有关离散时间信号的基本概念、基本运算及基本变换。

在“信号与系统”课程中,从时域、频域的角度对连续时间信号进行了深入地分析,其频域分析包括连续时间信号的傅里叶变换及拉普拉斯变换,这两种变换为分析系统提供了有力的工具。与之类似,离散时间信号也具有时间特性、频率特性,也可以从时域及变换域进行分析,相应地,其变换域分析分为傅里叶变换和Z变换。离散时间信号的傅里叶变换和Z变换将是分析和研究离散时间系统的极其重要的数学工具,因此本章在介绍离散时间信号的特点及基本运算的基础上,主要研究离散时间信号的Z变换及傅里叶变换,并对其性质进行详细地讨论。

## 1.2 离散时间信号——序列

### 1.2.1 序列的定义及表示方法

离散时间信号只在某些离散时刻给出函数值,它是时间上不连续的“序列”。通常离散时刻的间隔是均匀的,如果间隔为 $T$ ,则用 $x(nT)$ 表示离散时间信号,这里 $n$ 取整数( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )。在实际数字信号处理中,已经离散化的信号按顺序放在存储器中,在处理时,我们对其间隔 $T$ 不感兴趣,而主要关心的是随 $n$ 变化的离散序列。因此,通常称离散时间信号为序列,可以直接用 $x(n)$ 表示序列, $n$ 表示各函数值在序列中出现的序号。

与连续时间信号不同,离散时间信号可以用集合来表示,例如:

$$x(n) = \{1, 3, -1, \underline{1}, 2, 4, -1\}$$

其中,下划线表示序号 $n=0$ 对应的取值。对于有限长度序列,这是一种较为方便的表示序列的方法。

离散时间信号也可以用图形形象地进行表示,即以线段的长短代表各序列值的大小。图1.2.1示出了上例中所表示序列 $x(n)$ 的图形。由于图形表示比较直观,因此是一种常用的方法。

序列随 $n$ 的变化还可以用公式表示,例如:

$$x(n) = 2^n, \quad n \geq 0$$

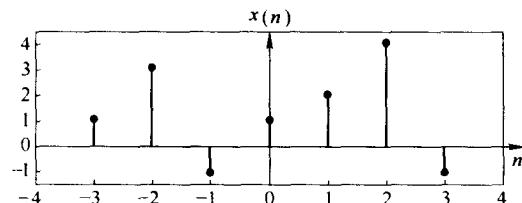


图 1.2.1 离散时间信号

这也是一种常用的表示序列的方法。

但是必须注意,不论用何种方式表示序列, $x(n)$ 仅对  $n$  的整数值才有定义,对于  $n$  的非整数值  $x(n)$  没有意义。

### 1.2.2 序列的基本运算

系统的功能就是对输入信号进行一定的运算,因此,首先研究序列的基本运算。与连续时间信号的运算相似,序列的运算包括加法和乘法、移位、翻转、标乘、尺度变换、累加及卷积和等,下面分别介绍。

#### 1. 加法和乘法

两序列相乘或相加,是指同序号的序列值逐项对应相乘或相加。例如,两个序列  $x_1(n)$  和  $x_2(n)$  分别如图 1.2.2(a) 和 (b) 所示,两序列和为  $y_1(n)$ ,即  $y_1(n)=x_1(n)+x_2(n)$ ; 两序列乘积为  $y_2(n)$ ,即  $y_2(n)=x_1(n) \cdot x_2(n)$ ,则  $y_1(n)$ 、 $y_2(n)$  分别如图 1.2.2(c) 和 (d) 所示。

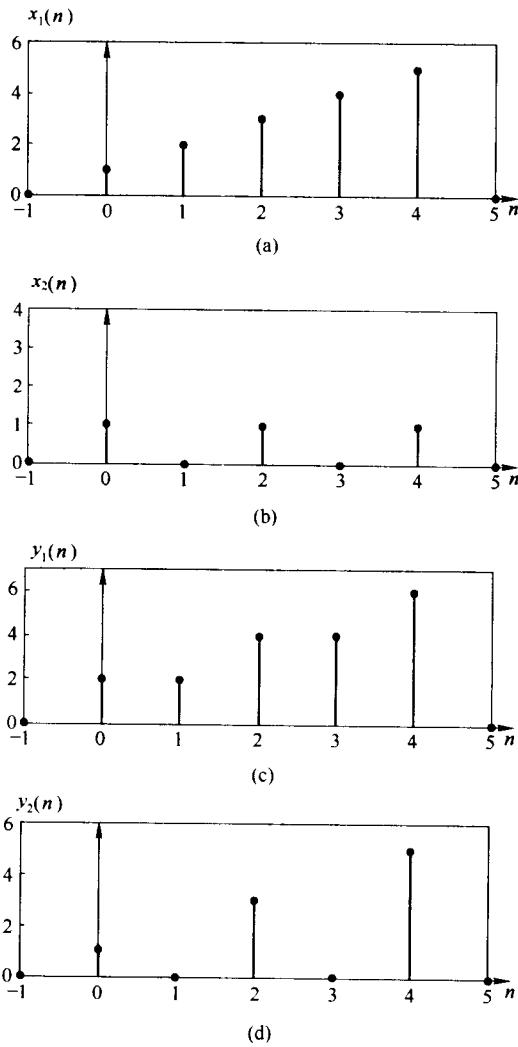


图 1.2.2 序列的加法和乘法

## 2. 移位

设有序列  $x(n)$ , 则序列

$$y(n) = x(n \pm m) \quad (1.2.1)$$

表示将序列  $x(n)$  进行移位。当  $m > 0$  时,  $x(n-m)$  表示将序列  $x(n)$  依次右移  $m$  位;  $x(n+m)$  表示将序列  $x(n)$  依次左移  $m$  位。例如, 图 1.2.3(a) 表示序列  $x(n)$ , 序列  $x(n-2)$  和序列  $x(n+2)$  分别如图 1.2.3(b) 和(c) 所示。

### 3. 翻转

设有序列  $x(n)$ , 则序列  $y(n)=x(-n)$  是  $x(n)$  的翻转序列。图 1.2.3(a) 表示序列  $x(n)$ , 其翻转序列  $x(-n)$  如图 1.2.3(d) 所示。

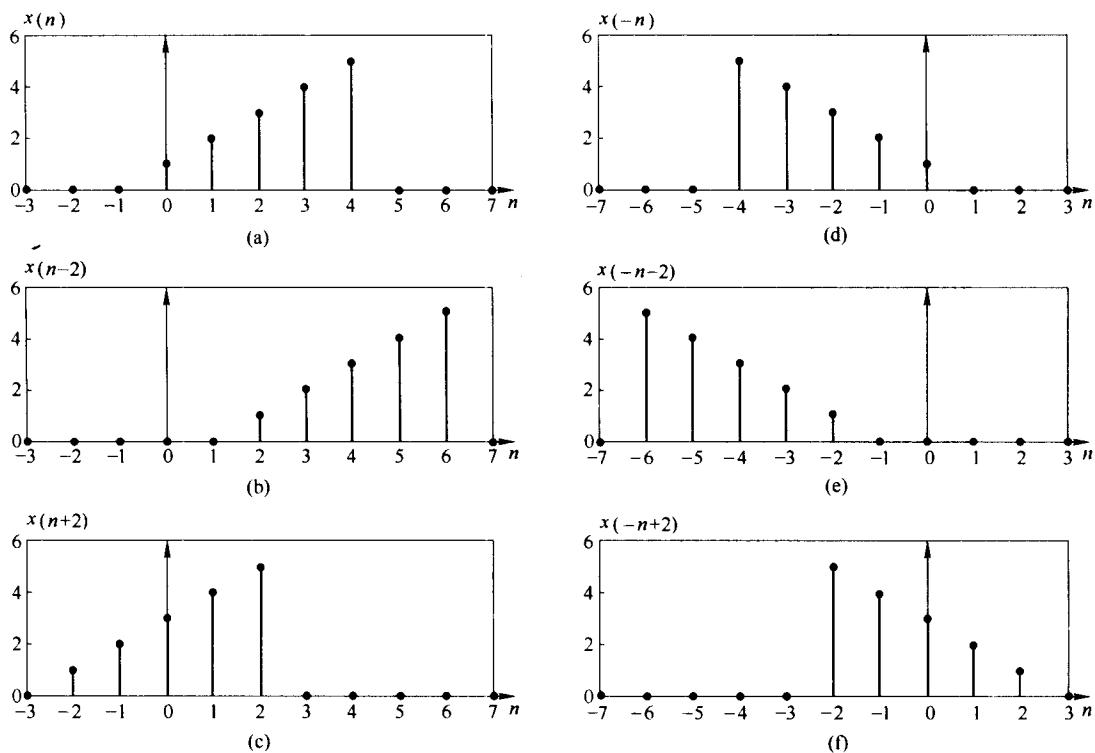


图 1.2.3 序列的移位和翻转

如果将移位与翻转相结合,就可得到序列  $x(-n \pm m)$ 。图 1.2.3(a)表示序列  $x(n)$ ,设  $m > 0$ ,图 1.2.3(e)和(f)分别示出了序列  $x(-n-m)$ 、 $x(-n+m)$ 的图形。需要注意,为画出这类序列的图形,可以有以下两种方法:

(1) 先将序列  $x(n)$  进行移位, 得到序列  $x(n-m)$  (如图 1.2.3(b) 所示) 或  $x(n+m)$  (如图 1.2.3(c) 所示), 然后再翻转得到序列  $x(-n-m)$  或  $x(-n+m)$ 。

(2) 先将序列  $x(n)$  进行翻转, 得到序列  $x(-n)$  (如图 1.2.3(d) 所示), 然后再移位, 这时自变量为  $-n$ , 因此当  $m > 0$  时, 将序列  $x(-n)$  依次左移  $m$  位, 即得到序列  $x(-n-m)$ ; 将序列  $x(-n)$  依次右移  $m$  位, 即得到序列  $x(-n+m)$ 。

#### 4. 标乘

设有序列  $x(n)$ ,  $a$  为常数 ( $a \neq 0$ ), 则序列

$$y(n) = a \cdot x(n) \quad (1.2.2)$$

为序列的标乘, 标乘的结果使序列的幅度为原来的  $a$  倍。如图 1.2.4 所示, 图(b)序列是对图(a)所示序列  $x(n)$  的标乘结果, 这里,  $a=2$ 。

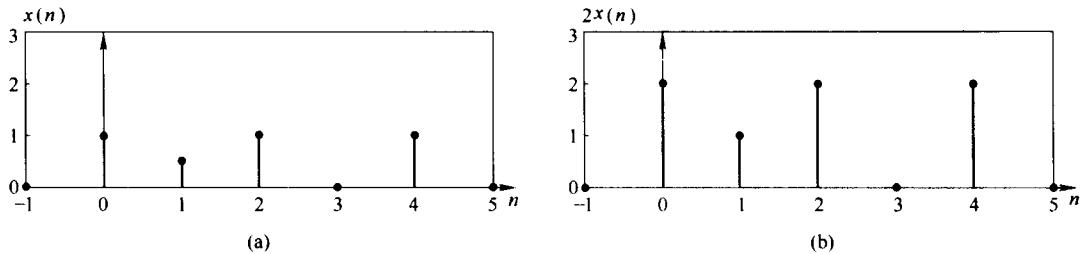


图 1.2.4 序列的标乘

#### 5. 尺度变换

##### (1) 抽取

设有序列  $x(n)$ ,  $q$  为正整数, 则序列

$$y(m) = x(qn) \quad (1.2.3)$$

是对序列  $x(n)$  抽取而得到的序列。它表示从序列  $x(n)$  中, 每隔  $q-1$  个点抽取一个点。图 1.2.5(a) 表示序列  $x(n)$ , 序列  $x(qn)$  如图 1.2.5(b) 所示, 这里,  $q=2$ ,  $x(2n)$  相当于每隔一个点取一点。

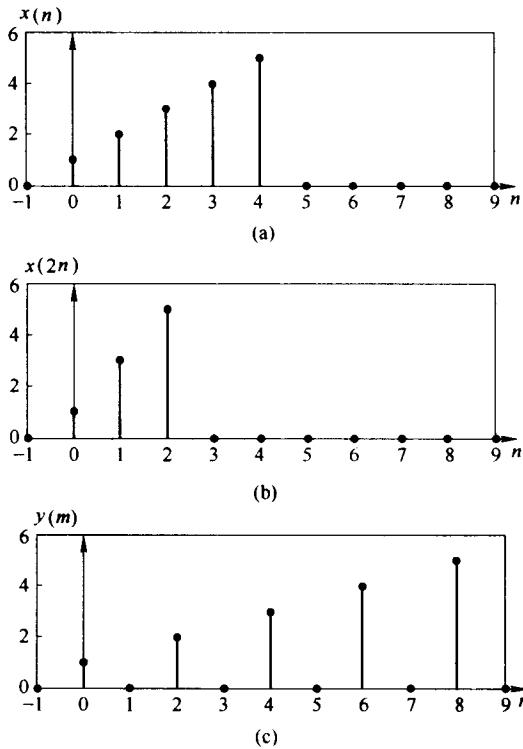


图 1.2.5 序列的抽取和插值