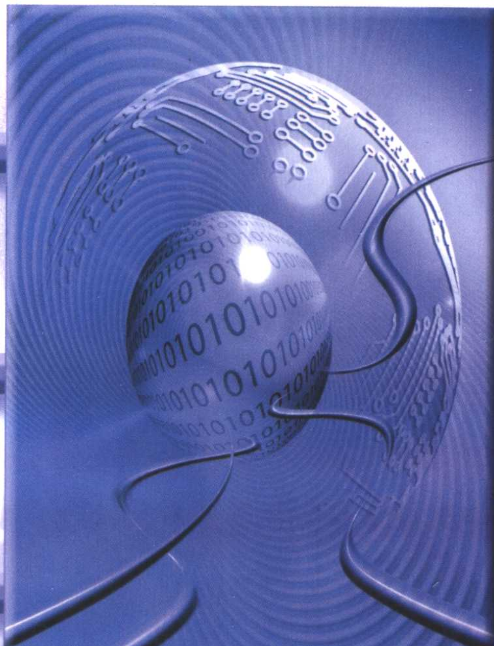
经典教材辅导用书

信号与线性系统习题详解

高教社·《信号与线性系统·第三版》(管致中、夏恭恪编)学习指导

刘 泉 主编



华中科技大学出版社

经典教材辅导用书

信号与线性系统习题详解

高教社·《信号与线性系统·第三版》
（管致中、夏恭恪编）学习指导

刘　泉　主编

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统习题详解/刘　泉　主编
武汉:华中科技大学出版社， 2003 年 4 月
ISBN 7-5609-2922-2

Ⅰ. 信…
Ⅱ. 刘…
Ⅲ. 信号分析-线性系统-系统分析-教学参考资料
Ⅳ. TN911.6

信号与线性系统习题详解　　刘　泉　主编

策划编辑:周芬娜　　封面设计:潘　群
责任编辑:周芬娜　叶见欣
责任校对:张兴田　　责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)87545012

录　排:华大文印中心
印　刷:黄冈日报社印刷厂

开本:850×1168　1/32　　印张:12.375　　字数:298 000
版次:2003 年 4 月第 1 版　　印次:2003 年 7 月第 2 次印刷　　定价:16.80 元
ISBN 7-5609-2922-2/TN・72

内容提要

本书主要对高等教育出版社出版的、由管致中和夏恭恪编著的《信号与线性系统·第三版》一书中的前九章218道习题作了较详细的解答。

习题解答是本书的重要组成部分，为了便于学生学习，在每一章习题解答之前，对该章进行了简要和系统的总结，此外在书后还给出了信号与线性系统课程考试模拟试题及硕士研究生入学考试模拟试题。本书在强调基本理论、基本概念和基本方法的同时注重信号与线性系统的整体知识以及解题的思路和技巧运用。

本书可作为高等学校本科学生的辅导教材，也可作为报考电子、信息和通信等学科专业及其他相关专业硕士研究生的考生的复习参考用书，还可作为申请信息与通信工程硕士学位同等学力人员的复习参考用书。

前　言

信号与线性系统是电子信息类各专业的一门重要的专业基础课程，主要研究信号与线性系统分析的基本理论、基本概念和基本方法。

本书是根据高等院校信号与线性系统课程的教学要求以及硕士研究生入学考试的基本要求而编写的，其范围限于确定信号（非随机信号）、在线性、时不变、因果和稳定系统的传输与处理的基本理论。从时域到变换域，从连续到离散，从输入-输出描述到状态描述。重点指导学生对信号与系统的整体知识的理解以及对解题思路和技巧的掌握。

本书包含了管致中等编著的《信号与线性系统》（第三版）前九章的主要内容。习题选自管致中等编著的《信号与线性系统》（第三版），同时编者多年的教学经验在本书中也有所体现。

本书的特点是：突出系统概念，突出重要结论，题目内容广泛，难度适中。

江雪梅和刘春辉等二位老师及余娜敏、龙泉、张小梅、刘清、乔瑞等多位研究生参加了习题解答和校对工作。

编者感谢华中科技大学出版社的周芬娜老师及其他工作人员的大力支持和辛勤工作。

由于编者学识有限，本书难免有错误和不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

2003 年 2 月于武昌

目　　录

第一章 绪 论

1-1 基本要求

通过本章的学习，学生应该了解和掌握信号与系统的定义及其分类，深刻理解信号的时域运算和波形变换方法。重点掌握系统的线性、时不变、因果和稳定特性。

1-2 重点、难点学习指导

1. 信号的定义与分类

(1) 信号的定义

信号是消息的表现形式，消息则是信号的具体内容。通常用数学函数式表示，也可用图像、曲线及一组数据表示。

(2) 信号的分类

信号的形式多种多样，可以从不同的角度进行分类。常用的几种分类为：确定信号和随机信号；周期信号与非周期信号；连续时间信号与离散时间信号；能量信号与功率信号等。

2. 信号的时域运算与变换

信号的基本运算有8种。时域中的定义如下：

(1) 相加：$y(t)=f_1(t)+f_2(t)$

即表示同一瞬间信号瞬时值之和。

(2) 相乘：$y(t)=f_1(t)\cdot f_2(t)$

即表示同一瞬间信号瞬时值之积。

(3) 幅度变化：$y(t)=af(t)$

即表示在每一时刻都乘以常数 a。

(4) 信号的反褶：$f(-t)$

$f(-t)$ 的波形与原信号 $f(t)$ 的波形关于纵轴镜像对称。

(5) 信号的时移：$f(t-t_0)$

式中，t_0 为常数，$f(t-t_0)$ 的波形当 $t_0>0$ 时，将 $f(t)$ 右移 t_0；当 $t_0<0$ 时，将 $f(t)$ 左移 t_0。

(6) 信号的尺度变换：$f(at)$

式中，a 为常数。$f(at)$ 的波形当 $|a|>1$ 时，信号 $f(t)$ 的波形在时间轴上压缩 $\frac{1}{|a|}$ 倍；当 $|a|<1$ 时，信号 $f(t)$ 的波形在时间轴上扩展 $|a|$ 倍。

(7) 微分运算：$y(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)$

(8) 积分运算：$y(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau$

3. 系统的定义、分类及特性

(1) 系统的定义

在电子与通信领域，系统通常是指由若干元件或大量相互联系的部件组成并具有特定功能的整体。

(2) 系统的分类

从不同角度，可以将系统进行分类，如连续时间系统与离散时间系统，即时系统和动态系统，无源系统和有源系统，集中参数系统和分布参数系统，线性系统与非线性系统，时变系统与时不变系统等。

(3) 系统的特性

当输入为 $e(t)$，输出为 $r(t)$ 时，表示为 $e(t)\rightarrow r(t)$。

线性系统满足：当 $e_1(t)\rightarrow r_1(t)$ 和 $e_2(t)\rightarrow r_2(t)$ 时，$k_1e_1(t)+k_2e_2(t)\rightarrow k_1r_1(t)+k_2r_2(t)$，其中 k_1，k_2 为任意常数。

时不变系统满足：$e(t-t_0)\rightarrow r(t-t_0)$，其中 t_0 为任意常数，如 $r(t)=ae(t)$。

因果系统满足：系统在任何时刻的输出仅取决于输入的现在与过去值，而与输入的将来值无关，如$r(t)=e(t-2)$。

稳定系统满足：系统输入有界，其输出也是有界的，如$r(t)=\mathrm{e}^{e(t)}$。

1-3 习题详解

1-1 说明波形如图1-1所示的各信号是连续信号还是离散信号。

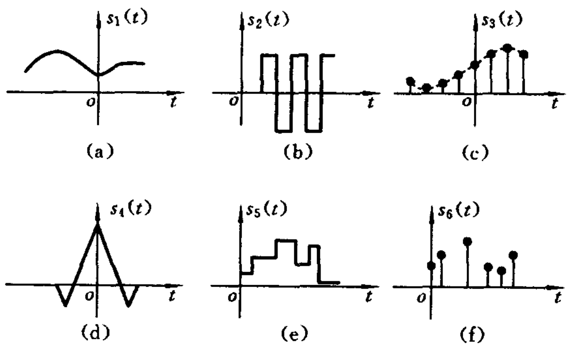


图1-1

解 时间变量t连续的信号为连续信号；时间变量t离散的信号为离散信号。所以图(a)、(b)、(d)、(e)所示信号为连续信号；图(c)、(f)所示信号为离散信号。

1-2 说明下列信号是周期信号还是非周期信号。若是周期信号，求其周期T。

(a) $a\sin t-b\sin 3t$ (b) $a\sin 4t+b\cos 7t$

(c) $a\sin 3t+b\cos \pi t$， $\pi=3$ 和 $\pi\approx 3.141\cdots$

(d) $a\cos \pi t+b\sin 2\pi t$ (e) $a\sin\frac{5t}{2}+b\cos\frac{6t}{5}+c\sin\frac{t}{7}$

(f) $(a\sin 2t)^2$ (g) $(a\sin 2t+b\sin 5t)^2$

提示：如果包含有n个不同频率余弦分量的复合信号是一个周期为T的周期信号，则其周期T必为各分量信号周期$T_i(i=1,2,3,\cdots,n)$的整数倍，即有$T=m_iT_i$或$\omega_i=m_i\omega$，式中，$\omega_i=\frac{2\pi}{T_i}$为各余弦分量的角频率，$\omega=\frac{2\pi}{T}$为复合信号的基波频率，$m_i$为正整数。

因此只要能找到n个不含整数公因子的正整数$m_1,m_2,m_3,\cdots,m_n$使$\omega_1:\omega_2:\omega_3:\cdots:\omega_n=m_1:m_2:m_3:\cdots:m_n$成立，就可判定该信号为周期信号，其周期为$T=m_iT_i=m_i\frac{2\pi}{\omega_i}$。如复合信号中某分量频率为无理数，则该信号常称为概周期信号。概周期信号是非周期信号，但如选用某一有理数频率来近似表示无理数频率，则该信号可视为周期信号。所选的近似值改变，则该信号的周期也随之变化。例如$\cos t+\cos\sqrt{2}t$的信号，如令$\sqrt{2}\approx1.41$，则可求得$m_1=100,m_2=141$，该信号的周期为$T=200\pi$。如令$\sqrt{2}\approx1.414$则该信号的周期变为2000π。

解 (a) 因为$\omega_1:\omega_2=1:3$，所以$T=1\times\frac{2\pi}{1}=2\pi$，故该信号为周期信号。

(b) 因为$\omega_1:\omega_2=4:7$，所以$T=4\times\frac{2\pi}{4}=2\pi$，故该信号为周期信号。

(c) 当$\pi\approx3$时，因为$\omega_1:\omega_2=3:3=1:1$，所以$T=1\times\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$，故该信号为周期信号。

当$\pi\approx3.141\cdots$时，其分量频率为无理数，所以是概周期信号即非周期信号。

(d) 因为$\omega_1:\omega_2=\pi:2\pi=1:2$，所以$T=1\times\frac{2\pi}{\pi}=2$，故该信号为周期信号。

(e) 因为 $\omega_1:\omega_2:\omega_3=\frac{5}{2}:\frac{6}{5}:\frac{1}{7}=175:84:10$,所以 $T=10\times\frac{2\pi}{1/7}=140\pi$,故该信号为周期信号。

(f) 因为 $(a\sin 2t)^2=\frac{a^2}{2}(1-\cos 4t)$,所以 $T=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$,故该信号为周期信号。

(g) 因为

$$(a\sin 2t+b\sin 5t)^2=a^2\sin^2 2t+b^2\sin^2 5t+2ab\sin 2t\sin 5t$$

$$=\frac{a^2}{2}(1-\cos 4t)+\frac{b^2}{2}(1-\cos 10t)+ab(\cos 3t-\cos 7t)$$

$$\omega_1:\omega_2:\omega_3:\omega_4=4:10:3:7$$

所以 $T=4\times\frac{2\pi}{4}=2\pi$,故该信号为周期信号。

1-3 说明下列信号中哪些是周期信号,哪些是非周期信号;哪些是能量信号,哪些是功率信号。计算它们的能量或平均功率。

(1) $f(t)=\begin{cases}5\cos(10\pi t), & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases}$

(2) $f(t)=\begin{cases}8e^{-4t}, & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases}$

(3) $f(t)=5\sin 2\pi t+10\sin 3\pi t,\quad -\infty<t<\infty$

解 信号总能量为有限值而信号平均功率为零的是能量信号;信号平均功率为有限值而信号总能量为无限大的是功率信号。

(1) 易知 $f(t)$ 为周期信号,也是功率信号。因为

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t,\quad 且\quad T=\frac{2\pi}{10\pi}=\frac{1}{5}$$

所以

$$P=5\int_{-\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10}}25\cos^2(10\pi t)\mathrm{d}t$$

$$=125\int_0^{\frac{1}{10}}\frac{1}{2}(\cos 20\pi t+1)\mathrm{d}t=6.25\ \mathrm{W}$$

(2) 因为$t \to +\infty$时，$e^{-4t} \to 0$，所以$f(t)$为非周期信号，也是能量信号。故

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{0}^{\infty} 64e^{-8t} dt = 8\ \mathrm{J}$$

(3) 因为$\omega_1 : \omega_2 = 2\pi : 3\pi = 2 : 3$，所以$T = 2 \times \frac{2\pi}{2\pi} = 2$，故$f(t)$为周期信号，也是功率信号。所以

$$P = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} (5\sin 2\pi t + 10\sin 3\pi t)^2 dt = 62.5\ \mathrm{W}$$

1-4 粗略绘出下列各函数式表示的信号波形。

(1) $f(t) = 3 - e^{-t}$，　$t > 0$

(2) $f(t) = 5e^{-t} + 3e^{-2t}$，　$t > 0$

(3) $f(t) = e^{-t}\sin 2\pi t$，　$0 < t < 3$

(4) $f(t) = \frac{\sin at}{at}$

(5) $f(k) = (-2)^{-k}$，　$0 < k \leqslant 6$

(6) $f(k) = e^{k}$，　$0 \leqslant k < 5$

(7) $f(k) = k$，　$0 < k < n$

解 各函数式所表示的信号波形如图1-2所示。

1-5 试判断下列方程所描述的系统是否为线性系统？

(1) $\frac{dr(t)}{dt} + r(t) = e(t) + 5$

(2) $\frac{dr(t)}{dt} + tr(t) + 5\int_{-\infty}^{t} r(\tau) d\tau = \frac{de(t)}{dt} + e(t)$

(3) $r(t) = 10e^2(t) + 10$

(4) $\frac{d^2r(t)}{dt^2} - r(t)\frac{dr(t)}{dt} = 10e(t)$

解 线性系统是同时具有齐次性和叠加性的系统，即若$e_1(t) \to r_1(t)$，$e_2(t) \to r_2(t)$，且

$$k_1e_1(t) + k_2e_2(t) \to k_1r_1(t) + k_2r_2(t)$$

则该系统为线性系统。

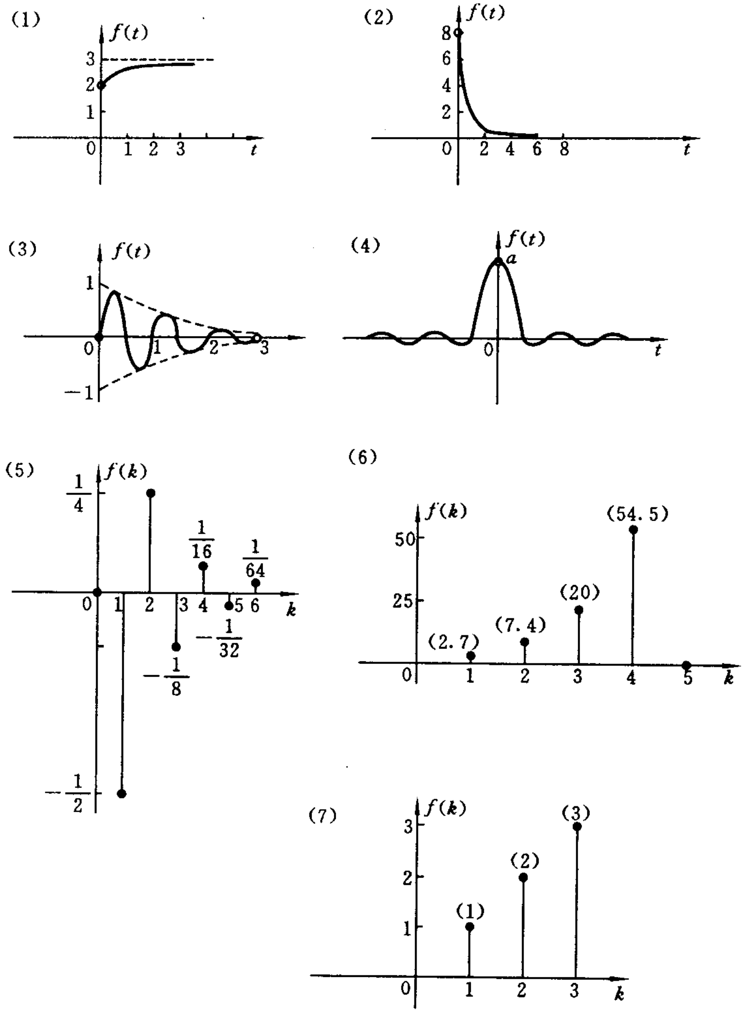


图 1-2

（1）当激励为 $k_1e_1(t)+k_2e_2(t)$ 时，响应为 $k_1r_1(t)+k_2r_2(t)$，分别代入题中方程两边，得

$$方程左边 =\frac{\mathrm{d}[k_1r_1(t)+k_2r_2(t)]}{\mathrm{d}t}+[k_1r_1(t)+k_2r_2(t)]$$

$$=k_1[e_1(t)+5]+k_2[e_2(t)+5] \quad ①$$

$$方程右边 = k_1e_1(t)+k_2e_2(t)+5 \quad ②$$

但①≠②，所以该系统为非线性系统。

（2）当激励为$k_1e_1(t)+k_2e_2(t)$时，响应为$k_1r_1(t)+k_2r_2(t)$，分别代入题中方程两边，得

$$方程右边 = \frac{\mathrm{d}[k_1e_1(t)+k_2e_2(t)]}{\mathrm{d}t}+k_1e_1(t)+k_2e_2(t) \quad ③$$

$$方程左边 =\frac{\mathrm{d}[k_1r_1(t)+k_2r_2(t)]}{\mathrm{d}t}+t[k_1r_1(t)+k_2r_2(t)]$$

$$+5\int_{-\infty}^{t}[k_1r_1(\tau)+k_2r_2(\tau)]\mathrm{d}\tau$$

$$=\frac{\mathrm{d}[k_1e_1(t)+k_2e_2(t)]}{\mathrm{d}t}+k_1e_1(t)+k_2e_2(t) \quad ④$$

因为③=④，所以该系统为线性系统。

（3）当激励为$k_1e_1(t)+k_2e_2(t)$时，响应为$k_1r_1(t)+k_2r_2(t)$，代入题中方程左右两边，得

$$10[k_1e_1(t)+k_2e_2(t)]^2+10=10k_1^2e_1^2(t)+20k_1k_2e_1(t)e_2(t)$$

$$+10k_2^2e_2^2(t)+10\neq k_1r_1(t)+k_2r_2(t)$$

所以该系统为非线性系统。

（4）当激励为$k_1e_1(t)+k_2e_2(t)$时，响应为$k_1r_1(t)+k_2r_2(t)$，分别代入题中方程两边，得

$$方程右边 =10[k_1e_1(t)+k_2e_2(t)]$$

$$=\frac{\mathrm{d}^2[k_1r_1(t)]}{\mathrm{d}t^2}-k_1r_1(t)\frac{\mathrm{d}[k_1r_1(t)]}{\mathrm{d}t}$$

$$+\frac{\mathrm{d}^2[k_2r_2(t)]}{\mathrm{d}t^2}-k_2r_2(t)\frac{\mathrm{d}[k_2r_2(t)]}{\mathrm{d}t} \quad ⑤$$

$$方程左边 =\frac{\mathrm{d}^2[k_1r_1(t)+k_2r_2(t)]}{\mathrm{d}t^2}$$

$$-[k_1r_1(t)+k_2r_2(t)]\frac{\mathrm{d}[k_1r_1(t)+k_2r_2(t)]}{\mathrm{d}t}$$

$$=\left\{\frac{\mathrm{d}^2[k_1r_1(t)]}{\mathrm{d}t^2}-k_1r_1(t)\frac{\mathrm{d}[k_1r_1(t)]}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}^2[k_2r_2(t)]}{\mathrm{d}t^2}\right.$$

$$\left.-k_2r_2(t)\frac{\mathrm{d}[k_2r_2(t)]}{\mathrm{d}t}\right\}$$

$$-\left\{k_1r_1(t)\frac{\mathrm{d}[k_2r_2(t)]}{\mathrm{d}t}+k_2r_2(t)\frac{\mathrm{d}[k_1r_1(t)]}{\mathrm{d}t}\right\} \qquad ⑥$$

因为⑤≠⑥,所以该系统为非线性系统。

1-6 证明线性时不变系统有如下特性;即若系统在激励$e(t)$作用下响应为$r(t)$,则当激励为$\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$时响应必为$\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}$。

提示:$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{f(t)-f(t-\Delta t)}{\Delta t}$

证明 因为

$$\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{e(t)-e(t-\Delta t)}{\Delta t}\to\lim_{\Delta t\to 0}\frac{r(t)-r(t-\Delta t)}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}$$

即 $\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}\to\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}$,所以得证。

1-7 一线性非时变系统具有非零的初始状态,已知当激励为$e(t)$时,系统全响应为$r_1(t)=\mathrm{e}^{-t}+2\cos\pi t,t>0$;若初始状态不变,激励为$2e(t)$时,系统的全响应为$r_2(t)=3\cos\pi t,t>0$。求在同样初始状态条件下,如激励为$3e(t)$时,系统的全响应为$r_3(t)$。

解 设零输入响应为$r_{zi}(t)$,零状态响应为$r_{zs}(t)$,则

$$\begin{cases}r_{zi}(t)+r_{zs}(t)=r_1(t)=\mathrm{e}^{-t}+2\cos\pi t\\ r_{zi}(t)+2r_{zs}(t)=r_2(t)=3\cos\pi t\end{cases}$$

联立,解得

$$\begin{cases}r_{zi}(t)=\cos\pi t-\mathrm{e}^{-t}\\ r_{zs}(t)=\cos\pi t+2\mathrm{e}^{-t}\end{cases}$$

所以 $$r_{zi}(t)+3r_{zs}(t)=r_3(t)=4\cos\pi t-\mathrm{e}^{-t}\quad(t>0)$$

1-8 一具有两个初始条件$x_1(0)$、$x_2(0)$的线性非时变系统，其激励为$e(t)$，输出响应为$r(t)$，已知

(1) 当$e(t)=0, x_1(0)=5, x_2(0)=2$时，

$$r(t)=\mathrm{e}^{-t}(7t+5), t>0$$

(2) 当$e(t)=0, x_1(0)=1, x_2(0)=4$时，

$$r(t)=\mathrm{e}^{-t}(5t+1), t>0$$

(3) 当$e(t)=\begin{cases}1, & t>0\\0, & t<0\end{cases}$，$x_1(0)=1, x_2(0)=1$时，

$$r(t)=\mathrm{e}^{-t}(t+1), \quad t>0$$

求$e(t)=\begin{cases}3, & t>0\\0, & t<0\end{cases}$时的零状态响应。

解 设零输入响应为$r_{zi}(t)$，零状态响应为$r_{zs}(t)$，则由(1)得

$$5r_{zi_1}(t)+2r_{zi_2}(t)=\mathrm{e}^{-t}(7t+5) \quad ①$$

由(2)得

$$r_{zi_1}(t)+4r_{zi_2}(t)=\mathrm{e}^{-t}(5t+1) \quad ②$$

联立①、②，得

$$\begin{cases}r_{zi_1}(t)=\mathrm{e}^{-t}(t+1)\\r_{zi_2}(t)=t\mathrm{e}^{-t}\end{cases}$$

由(3)得 $$r_{zi_1}(t)+r_{zi_2}(t)+r_{zs}(t)=\mathrm{e}^{-t}(t+1)$$

所以 $$r_{zs}(t)=-t\mathrm{e}^{-t}$$

故当$e(t)=\begin{cases}3, & t>0\\0, & t<0\end{cases}$时，

$$r(t)=3r_{zs}(t)=-3t\mathrm{e}^{-t}, \quad t>0$$