

研 究 生 数 学 丛 书

Mathematics Series for Graduate Students

连续介质力学中的数学模型

Mathematical Modeling in Continuum Mechanics

[法] R. 特曼 著
A. 米朗维尔

薛 密 译 秦铁虎 校
Xue Mi Qin Tiehu



清华大学出版社



Springer

研 究 生

033
11

丛 书

Mathematics Se

ate Students

连续介质力学中的数学模型

Mathematical Modeling in Continuum Mechanics

[法] R. 特曼 著
A. 米朗维尔

薛 密 译 秦铁虎 校
Xue Mi Qin Tiehu

ACE 12/07

北方工业大学图书馆



00543266



清华大学出版社
北京



Springer

内 容 简 介

本书的核心部分包含连续介质力学的基本部分:连续体的运动的描述,动力学基本定律,彼奥拉-基尔霍夫应力张量,本构律,内能和热力学第一定律,基波和兰金-雨果尼奥关系,非粘性和粘性牛顿流体力学初步,以及对线性弹性和线性弹性中的变分原理的介绍。此外,本书还包含对几个重要的相关领域或繁或简的介绍。如:磁流体动力学,燃烧、地球物理流体力学,基波,线性声学以及关于 Korteweg de Vries 方程和非线性薛定谔方程的非线性波和孤立波等,共 19 章。本书可作为物理、力学专业高年级本科生及应用数学、物理学和工程类的研究生的教材和参考书。

Mathematical Modeling in Continuum Mechanics

Roger Temam, Alain Miranville

Copyright © 2001 by Cambridge University Press

Translation Copyright © 2003 by Tsinghua University Press

All Rights Reserved

本书中文简体字版由 Cambridge University Press 授权清华大学出版社在中华人民共和国境内(不包括中国香港、澳门特别行政区和中国台湾地区)独家出版发行

未经出版者书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何内容。

北京市版权局著作权合同登记号 图字:01-2001-3997

图书在版编目(CIP)数据

连续介质力学中的数学模型/(法)特曼,(法)米朗维尔著;薛密译. —北京:清华大学出版社, 2004

(研究生数学丛书)

书名原文: Mathematical Modeling in Continuum Mechanics

ISBN 7-302-07676-6

I. 连… II. ①特…②米…③薛… III. 连续介质力学—数学模型 IV. O33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 106223 号

出 版 者: 清华大学出版社 地 址: 北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn> 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 客户服务: 010-62776969

责任编辑: 王海燕

封面设计: 常雪影 刘艳芝

印 刷 者: 北京牛山世兴印刷厂

装 订 者: 三河市新茂装订有限公司

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 170×230 印张: 16.25 字数: 289 千字

版 次: 2004 年 1 月第 1 版 2004 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-07676-6/O·333

印 数: 1~3000

定 价: 34.00 元

研究生数学丛书

Mathematics Series for Graduate Students

编审委员会

主 编：李大潜

副主编：冯克勤

编 委：(按姓氏拼音字母排序)

程崇庆	陈木法	陈叔平	陈志杰
李克正	李 忠	王维克	文志英
邵嘉裕	肖 杰	袁亚湘	周 青
张伟平			

序

数学是一门在非常广泛的意义上研究自然和社会现象中的数量关系和空间形式的科学. 长期以来, 在人们认识世界和改造世界的过程中, 数学作为一种精确的语言和一个有力的工具一直发挥着重要的作用. 在现代, 数学科学已构成包括纯粹数学及应用数学内涵的众多分支学科和许多新兴交叉学科的庞大的科学体系. 作为各门科学的重要基础, 作为四化建设的重要武器, 作为人类文明的重要支柱, 数学科学在很多重要的领域中已起着关键性、甚至决定性的作用, 数学技术已成为高技术的突出标志和重要组成部分, 数学的影响和作用已深入到各行各业, 可以说无处不在. 马克思当年的预言: “一门科学只有当它成功地运用了数学之后, 才算达到了真正完善的地步”, 正在不断得到证实. 在这样的背景下, 数学科学的重要性已得到空前广泛的认同, 在研究生 (不限于数学专业的研究生) 的培养中, 重视数学基础的训练, 强调数学思想的熏陶, 也已成为一种必然的趋势. 但是, 国内研究生数学教材及参考读物的实际情况, 无论从品种、数量及质量哪一方面来看, 都远远不能适应这个形势, 甚至远远落后于本科生的数学教材. 这已成为制约提高研究生培养质量的一个重要的瓶颈. 清华大学出版社和施普林格出版社 (Springer-Verlag) 合作, 倡议出版这一套《研究生数学丛书》 (Mathematics Series for Graduate Students), 可望改善这方面的状况, 为我国的研究生打好数学基础、提高数学素质起到积极的作用.

根据数学这门科学的特点, 同时考虑到研究生学习数学的基本要求和特有方式, 这套面向研究生 (包括高年级本科生、硕士及博士研究生) 的数学教材或参考读物, 将力求体现以下一些原则:

- 主题有理论或 (和) 应用方面的重要性;
- 在重点介绍基础性内容的前提下, 兼顾学科前沿的重要发展趋势和研究成果;
- 在讲授数学内容的同时, 充分体现数学的思想方法和精神实质;

- 少而精，在较小的篇幅中展现基本的内容；
- 有相当好的可读性，适宜读者自学；
- 附有习题、思考题及参考资料目录，书末有索引，方便读者深入学习与思考。

为了有利于体现这些原则，本丛书将采取相当灵活的体例及风格：内容可以是纯粹数学、应用数学或数学与其他学科的交叉；可以是较系统地介绍某一个分支的教材，可以是介绍某一前沿分支状况的综述，也可以是课外参考书；可以是原著，也可以是译著；可以是国内作者，也可以是国外作者；可以用中文编写，也可以用英文编写，等等。

要实现本丛书的目标和宗旨，任重而道远，但千里之行，始于足下，在学界同仁和广大读者的支持和帮助下，让我们共同努力。

李大潜

2003 年 9 月于上海

引 言

连续介质力学中的数学模型

在当前数学模型正向许多科学领域渗透并且许多大学正在开设工程数学硕士学位的时候,这本书意在介绍连续介质力学和数学模型.本书的目的之一是缩小数学与自然科学的这个领域之间的间隙——一个通常由语言障碍、思维和推理的不同所造成的间隙.这本书是以适合于数学工作者的风格写成的,并且适用于他们的培训.我们还特别地通过分清哪些事情是假定的和哪些事情是证明的来试图保持既非常接近于物理又非常接近于数学.

事实上,本书也会对相当多的读者具有吸引力,例如对于想要少借助物理的直观而从另外的角度了解这个领域的工程师们,以及对于他们来说是新的领域的高级研究人员.

本书的核心部分包含连续介质力学的基本部分:连续体运动的描述、动力学基本定律、柯西(Chauchy)应力张量、本构律、内能和热力学第一定律、激波和 Rankine-Hugoniot 关系、非粘性和粘性牛顿流体的流体力学初步以及对线性弹性和线性弹性中的变分原理的介绍.

除了连续介质力学的核心部分外,本书也包含了对几个本身就可以单独成书的主题的重要的相关领域或繁或简的介绍:磁流体动力学、燃烧、地球物理流体动力学、振动、线性声学以及关于 Korteweg de Vries 方程和非线性薛定谔(Schrödinger)方程的非线性波和孤立波.

本书是一门高年级大学生课程的扩充,该课程曾由作者 Roger Temam 讲授过多次,另一作者 Alain Miranville 在 1995—1996 学年也曾教授过.全书可供高年级大学生或一年级研究生一学年的课程用.部分内容可供一学期的课程用:只讲连续介质力学的基本部分或挑选几个专题组合起来讲授.

在简短地描述本书的目的和内容之后,让我们强调一下这本书是一本关于力学的书,它不是一本数学书,或者“抽象”力学的书,也不是泛函分析的书.经过我们选择,本书中没有泛函分析,没有 Sobolev 或 Hilbert 空间.其中的数学语言是简单的,所需的数学工具是任何机械工程师都掌握的那些知识;主要

有：连续性、微分、积分以及线性代数。本书既不是一本“抽象”力学的书，也不是一本“公理化”力学的书，物理语言简单且非常接近于实际。

对所有读者预先要求的知识是微积分(微分、积分)和线性代数(包括张量的某些概念)。然而，对这些工具具有良好的理解则更佳。

我们很高兴写这本书，尽管它不属于我们通常急需处理的重要事情，我们也很喜欢在那些不属于我们的领域中涉猎探索。我们希望本书对读者有用，并欢迎对本书的批评指正。

我们感谢 Eric Simonnet，他热心地为本书画了全部插图；感谢 Brian Ewald 和 Ioana Moise，他们仔细地读了书稿，并对英语作了校订，提出了意见，Djoko Wirosoetisno 也参与了这项工作。作者 Roger Temam 得益于 Frédéric Abergel, Arnaud Debussche, Hervé Le Meur 和 Laurent Di Menza 先后协助他教授本书部分内容时提出的非常有用的意见。对 Robert Kohn 为第 16 章提供非常有用的参考文献(未充分利用)和 Jean-Claude Saut 为第 18 章和第 19 章提供非常有用的参考文献，他十分感激。还要感谢 Jerry Bona, Philippe Ciarlet, Ciprian Foias, Tanya Leise, Jacques-Louis Lions, Morton Lowengrub, Oscar Manley, Tinsley Oden, Jay Walton 和 Joseph Zyss, 作者和他们关于本书进行过有益的讨论。当然，本书的连续介质力学部分在很大程度上受到法国学派的影响，这些影响来自于 Claude Navier, Louis-Augustin Cauchy 等许多学者开创的传统，直至近期的 Henri Cabannes, Paul Germain, Maurice Roseau 的教学和书，以及更近期的 Sébastien Candel, Georges Duvaut 和 Jean Salençon 的书。

对于剑桥大学出版社的 Alan Harvey 的坦诚和他所给予的帮助和鼓励，我们非常感谢。最后我们要特别感谢 Daniele Le Meur，她耐心、热情并高效地打印本书，首先是法文稿，然后是英文稿，付出了辛勤的劳动。

Roger Temam
Alain Miranville
1999 年 7 月

中译本序

连续介质力学中的数学模型

这本书的中译本与差不多同时出版的法文版内容相同. 它包含了对第一版 (英文版) 的一些补充和许多改进, 特别是关于固体力学的一些补充材料以及对一些数学方面的疏漏与印刷错误的校正.

我们很感谢薛密编官将本书翻译成中文, 也很感谢秦铁虎教授仔细地阅读了本书并提出多处修改意见.

我们还要对李大潜院士表示深深的谢意, 他从一开始就热情地支持将这本书译成中文. 最后, 作者感谢清华大学出版社和 Springer 出版社合作出版了这本书的中译本.

Roger Temam

Alain Miranville

2003 年 1 月

关于符号的一些说明

连续介质力学中的数学模型

本书中的符号没有统一，这样做部分是有意的，部分则出于无奈。事实上，数学模型工作者必须依从或者至少适应在所涉及领域中普遍使用的符号。这样他们必须具有一定的灵活性。没有统一符号的另一个原因是本书涉及一些不同的领域，不可能找到符合“所有标准”的符号。

在决定符号的时候另一个目标是选择那些手写时容易写出的符号，因而就尽可能多地避免用箭头，黑体，和带有一横或一曲的单双下划线。一般情况下，在本书各章具体的上下文中，一个具体的符号表示什么意思是清楚的。

虽然符号不是固定的，但在符号中仍然有某些是重复使用的，下面我们指出在好几章中都使用的一些符号：

Ω 或 ω (可能带有指标)： $\mathbb{R}^2$ 或 $\mathbb{R}^3$ 中的区域

$x = (x_1, x_2)$ 或 $x = (x_1, x_2, x_3)$ ： $\mathbb{R}^2$ 或 $\mathbb{R}^3$ 中的一般点。也表示为 (x, y) 或 (x, y, z)

$a = (a_1, a_2)$ 或 $a = (a_1, a_2, a_3)$ ：拉格朗日 (Lagrange) 变量中的初始位置

t ：时间

$u = (u_1, u_2)$ 或 $u = (u_1, u_2, u_3)$ ，或者 v 或 w ： $\mathbb{R}^2$ 或 $\mathbb{R}^3$ 中的向量。也表示为 (u, v) 或 (u, v, w)

$\vec{AB}$ (或强调地表示为 $\vec{AB}$)：从 A 到 B 的向量

u 或 U ：速度

u ：位移向量

γ ：加速度

m ：质量

f, F ：力； f 通常表示体力而 F 表示面力

ρ ：密度

g ：重力常数。也用于表示流体的状态方程

T 或 θ ：温度

σ : 柯西(Cauchy)应力张量(一般情形)

n : 一个开集 Ω 或 $\partial\Omega$ 边界上的单位外法向量, $n=(n_1, n_2)$ 或 $n=(n_1, n_2, n_3)$

我们也将使用下面的经典的符号:

δ_{ij} : 克罗内克(Kronecker)符号, 当 $i=j$ 时等于 1; 当 $i \neq j$ 时等于 0

$\varphi_{,i}$: 表示偏导数 $\frac{\partial \phi}{\partial x_i}$.

使用爱因斯坦(Einstein)求和约定: 当一个指标(例如 j)在一个数学符号中或在这些符号的一个乘积中重复出现时, 我们就将这些表达式对 $j=1, 2, 3$ 相加. 因此

$$\sigma_{ij,j} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad \sigma_{ij} \cdot n_j = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} n_j.$$

目 录

连续介质力学中的数学模型

序	III
引言	XI
中译本序	XIII
关于符号的一些说明	XV

第 1 部分 连续介质力学中的基本概念

第 1 章 系统运动的描述：几何学和运动学	3
1.1 变形	3
1.2 运动和它的观测(运动学)	5
1.3 系统运动的描述：欧拉导数和拉格朗日导数	8
1.4 刚体的速度场：螺旋向量场	10
1.5 依赖单参数的体积分的微分	14
第 2 章 动力学的基本定律	18
2.1 质量的概念	18
2.2 力	23
2.3 动力学基本定律及其首批结果	24
2.4 对质点系统和刚体的应用	26
2.5 伽利略标架：在非伽利略标架中表达的动力学基本定律	30
第 3 章 彼奥拉-基尔霍夫张量和应用	32
3.1 关于内聚力的假设	32
3.2 柯西应力张量	34
3.3 运动的一般方程	36

3.4	应力张量的对称性	37
3.5	彼奥拉-基尔霍夫张量	39
第4章	实功率和虚功率	42
4.1	质点系的研究	42
4.2	一般的物质系统: 刚性化速度	45
4.3	内聚力的虚功率: 一般情形	47
4.4	实功率: 动能定理	50
第5章	变形张量 变形速率张量 本构律	51
5.1	变形的进一步性质	51
5.2	变形速率张量	55
5.3	流变学介绍: 本构律	57
	附录: 曲面积分中的变量变换	65
第6章	能量方程和激波方程	67
6.1	热量和能量	67
6.2	激波和兰金-雨果尼奥关系	71
第2部分 流体物理学		
第7章	牛顿流体的普遍性质	77
7.1	流体力学的普遍方程	77
7.2	流体的静力学	82
7.3	关于流体能量的评注	85
第8章	无粘性流体的流动	87
8.1	普遍定理	87
8.2	平面无旋流动	90
8.3	跨音速流动	97
8.4	线性声波	100
第9章	粘性流体和热水力学	102
9.1	粘性不可压缩流体的方程	102
9.2	粘性不可压缩流体的简单流动	102

9.3	热力学	107
9.4	无量纲形式的方程：相似性	109
9.5	稳定性和湍流的概念	111
9.6	边界层的概念	114
第 10 章	磁流体动力学和等离子体的惯性约束	117
10.1	麦克斯韦方程和电磁学	118
10.2	磁流体动力学	121
10.3	托卡马克装置	122
第 11 章	燃烧	127
11.1	流体混合物的方程	127
11.2	化学动力学方程	128
11.3	燃烧方程	130
11.4	斯特藩-麦克斯韦方程	132
11.5	一个简化的问题：双物品模型	134
第 12 章	大气层和海洋的方程	136
12.1	预备知识	137
12.2	大气层的本原方程	138
12.3	海洋的本原方程	141
12.4	大气层和海洋的化学	143
	附录：球面坐标中的微分算子	144

第 3 部分 固体力学

第 13 章	线性弹性力学的普遍方程	149
13.1	回顾线性弹性力学的应力-应变定律：材料的弹性系数	149
13.2	线性弹性力学中的边值问题：线性化原理	151
13.3	其他的方程	155
13.4	弹性极限准则	158
第 14 章	弹性静力学的经典问题	159
14.1	圆柱棒的纵向拉伸-压缩	159
14.2	任意物体的均匀压缩	161

14.3	受到内外压力作用的球状容器的平衡	162
14.4	垂直圆柱体在其重力作用下的变形	164
14.5	柱梁的简单弯曲	166
14.6	圆柱杆的扭转	169
14.7	圣维南原理	172
第 15 章	能量定理 对偶性 变分公式	173
15.1	材料的弹性能量	173
15.2	对偶性-推广	174
15.3	能量定理	177
15.4	变分公式	180
15.5	虚功定理和变分公式	182
第 16 章	非线性本构律和均匀化	184
16.1	非线性本构律(非线性弹性力学)	184
16.2	具阈的非线性弹性(亨基的弹塑性模型)	186
16.3	非凸的能量函数	188
16.4	复合材料:均匀化问题	189
第 4 部分 波动现象介绍		
第 17 章	力学中的线性波方程	195
17.1	回顾线性声学 and 线性弹性力学方程	195
17.2	一维波方程的解	198
17.3	正规型	199
17.4	波方程的解	202
17.5	波的叠加、拍音和波包	205
第 18 章	孤立波方程: KdV 方程	208
18.1	水波方程	208
18.2	水波方程的简化形式	210
18.3	KdV 方程	212
18.4	KdV 方程的孤立波解	216

第 19 章 非线性薛定谔方程	218
19.1 极化介质的麦克斯韦方程	219
19.2 电场方程：线性情形	220
19.3 一般情形	223
19.4 非线性薛定谔方程	226
19.5 NLS 方程的孤立波解	229
附录：力学中的偏微分方程	231
参考文献	233
索引	237

第 1 部分

连续介质力学中的基本概念

- 第 1 章 系统运动的描述：几何学和运动学
- 第 2 章 动力学的基本定律
- 第 3 章 彼奥拉-基尔霍夫张量和应用
- 第 4 章 实功率和虚功率
- 第 5 章 变形张量 变形速率张量 本构律
- 第 6 章 能量方程和激波方程