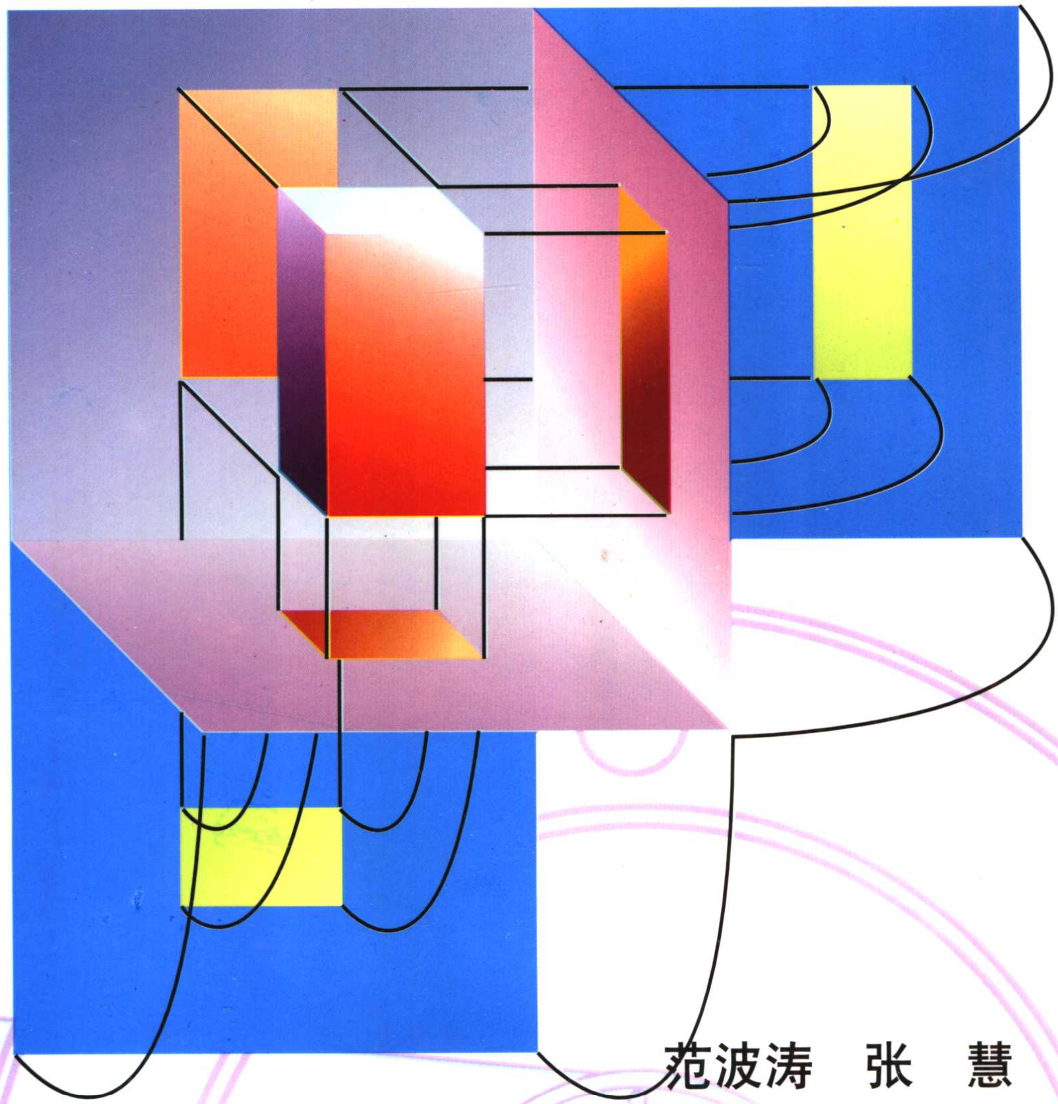
高等学校教材



范波涛　张　慧　主编

画法几何学

机械工业出版社

高等学校教材

画法几何学

主　编　范波涛　张慧
参　编　廖希亮　张明　袁泉
主　审　郑家骧

机械工业出版社

本书是根据原国家教育委员会制订的高等工业学校“画法几何及机械制图课程教学基本要求”编写的。

全书共分十二章，依次为绪论，点的投影，直线的投影，平面的投影，投影变换，直线、平面的相互关系，曲线与曲面，立体的投影，立体表面的展开，轴测投影，透视仿射对应，计算机图解画法几何。

本书适合于普通高等工业学校机械类、近机类、非机类各专业的学生使用，也可供职业大学、函授大学、电视大学参照使用。

图书在版编目（CIP）数据

画法几何学/范波涛，张慧主编.-北京：机械工业出版社，1998.8
高等学校教材
ISBN 7-111-06464-X

Ⅰ.画… Ⅱ.①范…②张… Ⅲ.画法几何-高等学校-教材 Ⅳ.O185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字（98）第 11751 号

出 版 人：马九荣（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）
责任编辑：曹俊玲 杨 燕 版式设计：张世琴 责任校对：张晓蓉
封面设计：姚 毅 责任印制：路 琳

中国建筑工业出版社密云印刷厂印刷・新华书店北京发行所发行
1998 年 8 月第 1 版第 1 次印刷
787mm×1092m 1/16・12.25 印张・300 千字
0 001-4000 册
定价：17.50 元

前　言

本书是根据原国家教育委员会制订的“高等工业学校画法几何及机械制图课程教学基本要求”的有关规定，并本着在教学中精选内容、打好基础、加强实践、培养能力的精神编写的。力求做到系统阐述理论，培养分析能力。

本书重点讲述用正投影法表达空间形体的基本原理和方法，对图解法选讲一部分，加强了“投影变换”这一图解方法的应用，使较复杂的空间几何问题易于图解。

考虑到教学的发展，本书中增加了计算机图解画法几何一章。

在学习图示法和图解法的过程中，还能逐步培养和发展空间想象力及空间构思能力。因此，锻炼和提高这方面的能力也是学习画法几何的任务之一。

同时编写了《画法几何学习题集》，与本书配套使用。

本书由山东工业大学范波涛、张慧担任主编。参加本书编写的有：范波涛（第一、二、七、十、十一章），张慧（第三、十二章），廖希亮（第四、八章），张明（第五、六章），袁泉（第九章）。

本书由山东工业大学郑家骧教授担任主审。

在编写过程中，得到了山东工业大学工程图学教研室其他同志的大力支持和帮助，在此表示感谢。

由于水平所限，不足之处在所难免，祈盼读者批评指正。

编　者

目　　录

第一章　绪　　论

第一节　画法几何的研究对象

画法几何把数学和图学结合在一起，成为图学的基础理论。画法几何起源于数学，是几何学的一个分支。17 世纪，笛卡尔发明了解析几何，用数学计算的方法描述几何。尔后，法国著名军事科学家斯帕·蒙日创立了画法几何学这门独立的学科，并完成了本学科第一本著作《Geometrie descriptive》，为图学理论的形成提供了严密的系统的理论基础。画法几何教会人们如何按照几何方法画出空间物体的图样，并根据此图样解决有关形体的几何问题。

本门课程研究的对象为：① 研究空间几何元素（点、线、面）及其相对位置在平面上的表示方法；② 研究在平面上用几何作图的方法来解决空间几何问题。画法几何是研究空间几何问题的图示法和图解法的学科。

图示法：在工程技术中，按一定的投影方法和有关规定，把物体的形状画在图纸上，该图形称为图样。对各种机器、设备和工程，通常需要按图样进行施工和安装，图形还要有较好的直观性和度量性。所以在科学技术部门，图样是一种重要的技术文件，常被喻为“工程界的语言”。

图解法：用图解法解决空间几何问题，在科学技术活动中是一种重要手段，如图解各种运动之间的相对关系，确定工件与刀具之间的相对位置，……。图解法与计算法相比，在精度上有一定的局限性，但比计算法简便迅速，且具有明确显示几何形状的优点。

在学习图示法和图解法的过程中，还能逐步培养和发展空间想象力与空间构思能力，锻炼和提高这方面的能力，也是学习画法几何的任务之一。

第二节　投影法的基本知识

一、投影的产生

众所周知，阳光、灯光照射物体就会在墙壁上（或地面上）落下该物体的影子（图 1-1）。这个影子虽然不能显示出物体的确切形状，但却能反映出某个方面的周界轮廓。

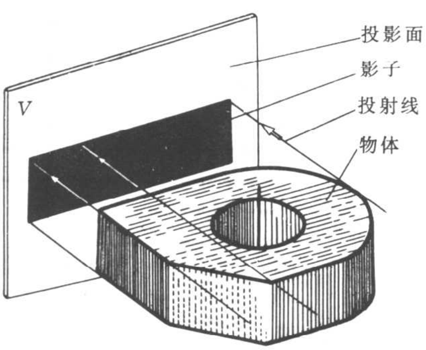


图 1-1　影子的产生

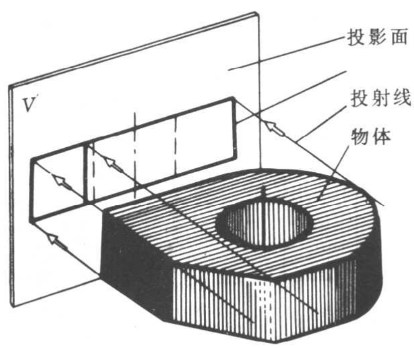


图 1-2　投影的产生

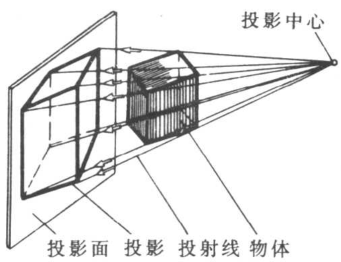
在上述自然现象启示下，人们总结出用投影来表示物体形状的方法(图 1-2)。所谓投影，就是假想用一束光线(投射线)将物体上各表面及其边界轮廓向一个承受光线平面(投影面)进行投射，从而在投影面上得到图像。上述投射线、物体、投影面便是构成投影的三要素。

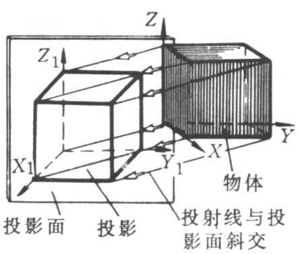
对物体进行投影而在投影面上产生图像的方法称为投影法，它是研究空间几何关系及绘图的基本方法。

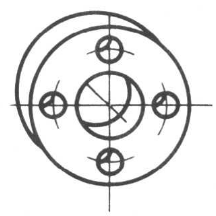
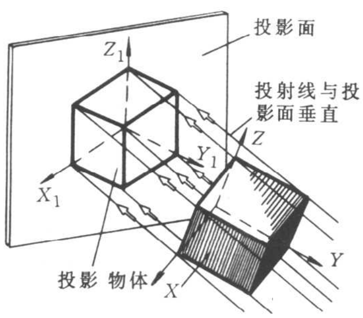
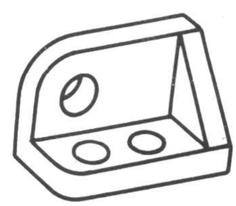
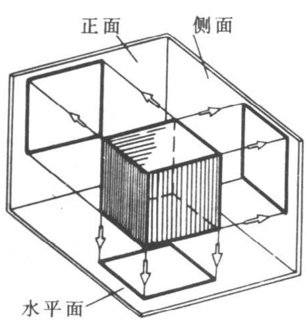
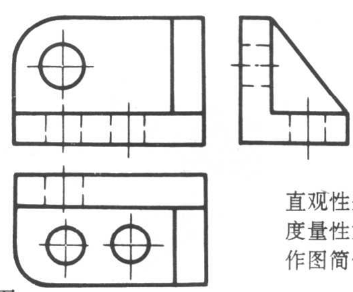
二、投影法分类

常见的投影法见表 1-1。

表 1-1　投影法分类

<table>
<tr><th colspan="2"></th><th>投影原理图</th><th>应用图例</th></tr>
<tr><td colspan="2">中心投影法</td><td>

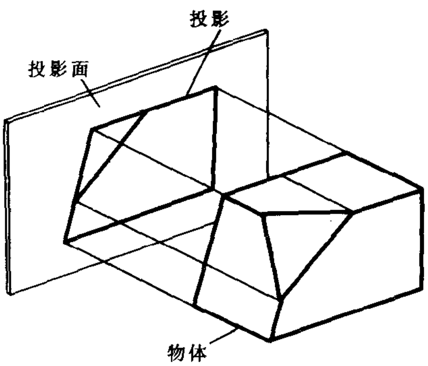
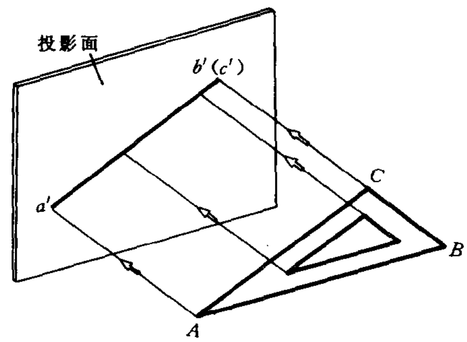
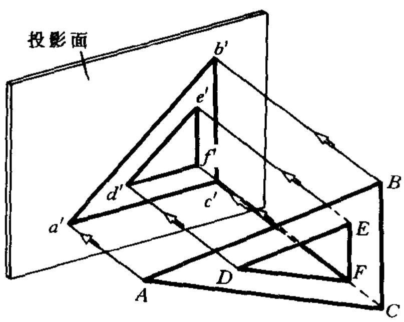
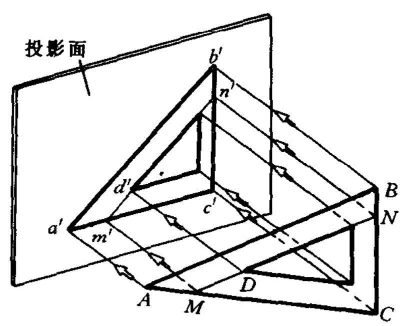
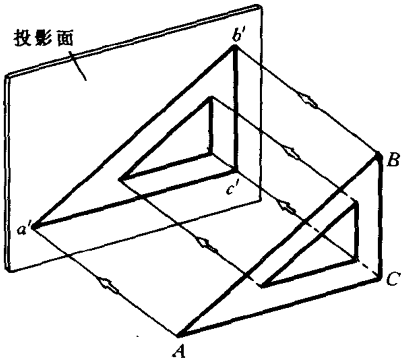
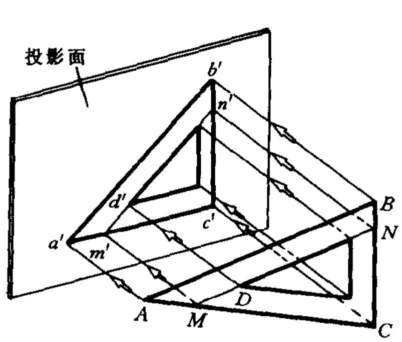
投射线相交于一点</td><td>
透视图
直观性好
度量性差
作图复杂</td></tr>
<tr><td rowspan="3">平行投影法(投射线相互平行)</td><td>斜投影法</td><td>

投射线倾斜于投影面</td><td>
斜轴测图
直观性稍差
度量性好
作图较繁</td></tr>
<tr><td rowspan="2">正投影法(投射线垂直于投影面)</td><td>
</td><td>
正轴测图
直观性较好
度量性稍差
作图较繁</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
三面投影图
直观性差
度量性好
作图简便</td></tr>
</table>

三、正投影的主要特性

为满足实形性和度量性的要求及画图方便，一般都采用正投影法来绘制。现将正投影法的几个主要特性，列于表 1-2。

表 1-2　正投影的主要特性

<table>
<tr>
<td></td>
<td>3. 积聚性　当直线、平面垂直于投影面时，则直线投影积聚成一点（如 BC 的投影积聚成一点 $b'(c')$，平面的投影积聚为一直线）
</td>
</tr>
<tr>
<td>1. 同素性　直线、平面倾斜于投影面时，直线的投影仍是直线，平面多边形的投影是边数相同的类似形
</td>
<td>4. 平行性　空间平行的两直线其投影仍平行（如 $AB \parallel MN$ 则 $a'b' \parallel m'n'$）
</td>
</tr>
<tr>
<td>2. 实形性　直线、平面平行于投影面时，其投影反映它们的真实大小（实形），如 $\triangle ABC \cong \triangle a'b'c'$
</td>
<td>5. 从属性、定比性　从属于直线上的点其投影仍在直线的投影上，且点分割线段之比其投影仍保持相同之比（如 $MD : DN = m'd' : d'n'$）
</td>
</tr>
</table>

第二章　点的投影

第一节　点在两投影面体系中的投影

一、两投影面体系的建立

空间 2 个互相垂直的投影面(图 2-1) 中，处于正面直立位置的投影面称为正投影面，用 V 表示，简称 V 面；处于水平位置的投影面称为水平投影面，用 H 表示，简称 H 面。V 和 H 所组成的体系称为两投影面体系。V 和 H 的交线 OX 称为投影轴，简称 X 轴。为区别起见，将 X 轴下面的正投影面用 V_1 表示，X 轴后面的水平面用 H_1 表示，$V(V_1)$、$H(H_1)$ 把空间分成 4 个分角，依次用 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ 表示。

二、点的两面投影图

首先研究点在第 Ⅰ 分角内的投影。如图 2-2a 所示，空间一点 A 向 H 面作垂线，其垂足就是 A 点在 H 面上的投影，称为 A 点的水平投影，以 a 表示。再由 A 点向 V 面作垂线，其垂足就是 A 点在 V 面上的投影，称为 A 点的正面投影，以 a' 表示。将 H 面绕 X 轴向下旋转使之与 V 面重合，即处于同一平面位置上，得到点的两面投影图(图 2-2b)。因为投影面可根据需要扩大，所以通常不必画出投影面的边界(图 2-2c)。

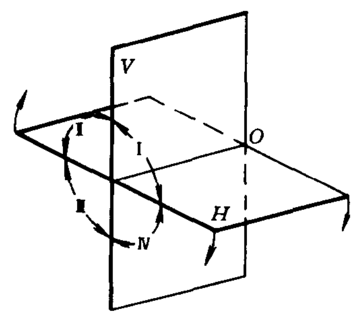


图 2-1　两投影面体系

由图 2-2a 可知，$Aa a_X a'$ 是个矩形，$a'a_X \perp X$ 轴，$aa_X \perp X$ 轴，H 面经旋转后，连线 $a'a_Xa$ 一定垂直于 X 轴(图 2-2b、c)，由此可得出，该两投影面体系中点的投影规律：

1) 点的水平投影和正面投影的连线垂直于 X 轴。即 $aa' \perp X$ 轴。

2) 点的水平投影到 X 轴的距离等于空间点到 V 面的距离。即 $aa_X = Aa'$。

3) 点的正面投影到 X 轴的距离等于空间点到 H 面的距离。即 $a'a_X = Aa$。

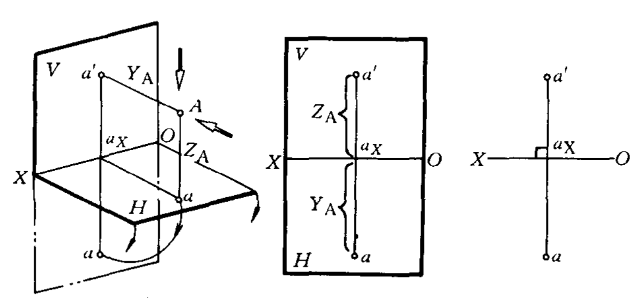


图 2-2　点在第一分角中的投影

三、其他分角中点的投影

如图 2-3a 所示，空间点 B、C、D 分别处于第 Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ 分角中，各点分别向相应的投影面作投影线，就可以得到各点的正面投影和水平投影。显然，这些点的投影也必定符合上述投影规

律(图 2-3b),各点的投影在投影图上的位置有如下特点:

第 Ⅱ 分角中的 B 点,正面投影 b' 和水平投影 b 同在 X 轴的上方。

第 Ⅲ 分角中的 C 点,正面投影 c' 在 X 轴的下方,水平投影 c 在 X 轴的上方。

第 Ⅳ 分角中的 D 点,正面投影 d' 和水平投影 d 同在 X 轴的下方。

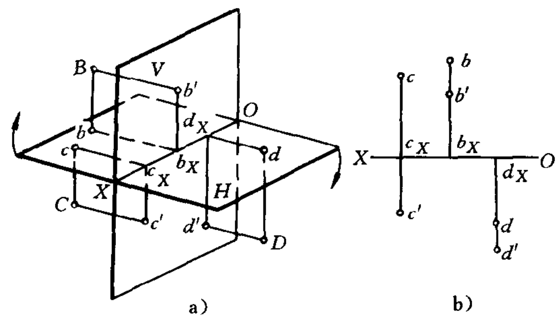


图 2-3　其他分角中点的投影

四、投影面和投影轴上点的投影

特殊情况下,点位于投影面或投影轴上(图 2-4a)。点在投影面上,它到该投影面的距离为零,它与点在该投影面上的投影必重合。它在另一投影面上的投影必在投影轴上(图 2-4b)。如 M 点在 H 面上,则 m 与 M 重合,m' 在 X 轴上。请读者分析 K、N、L 各点的投影。

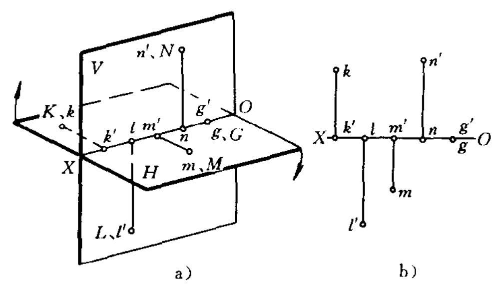


图 2-4　投影面和投影轴上点的投影

当点在投影轴上时,它的两个投影均与空间点重合在该投影轴上。如 G 点在 X 轴上,g、g' 与 G 重合在 X 轴上。

第二节　点在三投影面体系中的投影

一、三投影面体系的建立

如图 2-5a 所示,设立一个与 V、H 面都垂直并处于侧立位置的投影面,称为侧投影面,用 W 表示,简称 W 面。三个互相垂直的 H、V、W 面组成了一个三投影面体系。H、W 面的交线称为 OY 投影轴,简称 Y 轴;V、W 面的交线称为 OZ 投影轴,简称 Z 轴,三个投影轴的交点 O 称为原点。

设有一空间点 A,分别向 H、V、W 面进行投影,得 a、a'、a''。a'' 称为 A 点的侧面投影(图 2-5b)。将 H、W 面分别按图示箭头方向旋转,使之与 V 面重合,即得点的三面投影图。其中,Y 轴随 H 面旋转时,以 Y_H 表示;随 W 面旋转时,以 Y_W 表示。通常在投影图上只画出其投影轴,不画出投影面的边界(图 2-5c)。

二、点的直角坐标和三面投影的关系

如把三投影面体系看作空间直角坐标体系,则 H、V、W 面即为坐标面,X、Y、Z 轴即为坐标轴,O 点即为坐标原点。由图 2-5 可知,A 点的三个直角坐标 X_A、Y_A、Z_A,即为 A 点到三个坐标面的距离,它们与 A 点的投影 a、a'、a'' 的关系如下:

$Aa'' = aa_Y = a'a_Z = Oa_X = X_A$

$Aa' = aa_X = a''a_Z = Oa_Y = Y_A$

$Aa = a'a_X = a''a_Y = Oa_Z = Z_A$

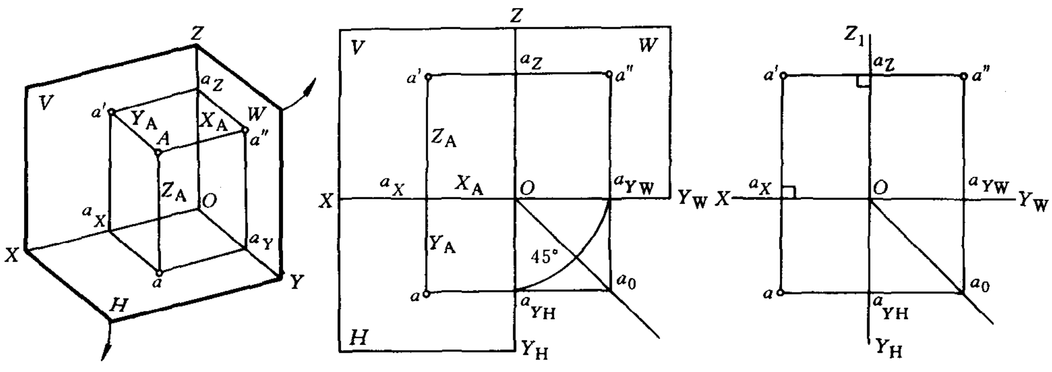
由此可见:

a 由 Oa_X 和 Oa_Y，即 A 点的 X_A、Y_A 两坐标确定；

a' 由 Oa_X 和 Oa_Z，即 A 点的 X_A、Z_A 两坐标确定；

a'' 由 Oa_Y 和 Oa_Z，即 A 点的 Y_A、Z_A 两坐标确定。

所以一空间点 $A(X_A,Y_A,Z_A)$ 在三投影面体系中有唯一的一组投影(a,a',a'')。反之，如已知 A 点的一组投影(a、a'、a'')，即可确定该点在空间的坐标值。



a)　　b)　　c)

图 2-5　点在三面投影体系中的投影

三、三投影面体系中点的投影规律

1）点的正面投影和水平投影的连线垂直于 X 轴。这两个投影均反映空间点的 X 坐标。

2）点的正面投影和侧面投影的连线垂直于 Z 轴，这两个投影均反映空间点的 Z 坐标。

3）点的水平投影到 X 轴的距离等于点的侧面投影到 Z 轴的距离，这两个投影均反映空间点的 Y 坐标。

根据点的三面投影规律，可由点的 3 个坐标值画出其三面投影图，也可根据点的两面投影求作第三投影。

例 2-1　已知 A 点的坐标(20,15,10)，B 点的坐标(30,10,0)；C 点的坐标(15,0,0)，作出各点的三面投影图(图 2-6)。

分析：

A 点在空间，B 点在 H 面上，C 点在 X 轴上。

作图：

A 点的投影　从 O 点在 X、Y、Z 轴上分别量取 $X_A=20$，$Y_A=15$，$Z_A=10$，然后各引所在轴的垂线，根据点的直角坐标和三面投影的关系知，aa_X 与 aa_{YH} 相交决定 a，$a'a_X$ 与 $a'a_Z$ 相交决定 a'，$a''a_{YW}$ 与 $a''a_Z$ 相交决定 a''。

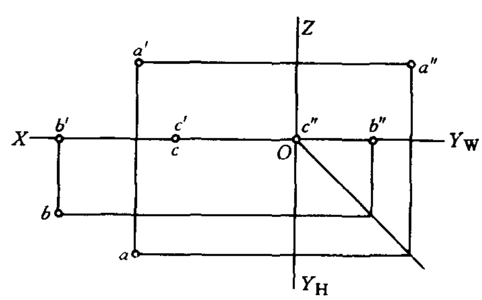


图 2-6　根据点的坐标作投影图

B 点的投影　从 O 点在 X、Y 轴上分别量取 $X_B=30$，$Y_B=10$，然后由 b_X、b_{YH} 作所在轴的垂线，相交得 b 点。由于 $Z_B=0$，所以 b' 在 X 轴上，b'' 在 Y_W 轴上。

C 点的投影　从 O 点在 X 轴上量取 $X_C = 15$，由于 $Y_C = 0$，$Z_C = 0$，所以 c、c' 重合在 X 轴上，c'' 与原点 O 重合。

例 2-2　已知 C 点的两个投影 c'、c''，求出其第三投影 c（图 2-7）。

分析：

由于已知 C 点的正面投影 c' 和侧面投影 c''，则 C 点的空间位置可以确定，由此可作出其水平投影 c。

作图：

根据点的投影规律，水平投影 c 到 X 轴的距离等于侧面投影 c'' 到 Z 轴的距离。先从原点 O 作 Y_H、Y_W 的 45° 分角线，由 c'' 引 Y_W 的垂线与分角线相交，再由交点作 X 轴的平行线，与由 c' 作出的 X 轴垂线相交即得水平投影 c。

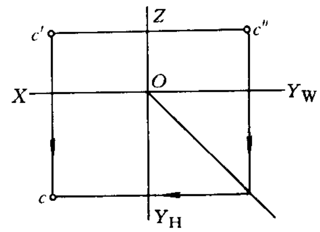


图 2-7　已知点的两投影求第三投影

例 2-3　已知 A 点的三面投影图画出其轴测图（图 2-8）。

分析：

根据 A 点的三面投影图（图 2-8a），即可确定 A 点的 3 个坐标（X_A，Y_A，Z_A），然后按坐标值作图。

作图：

轴测图上的 3 根轴通常将 X 轴画成水平位置，Z 轴画成铅垂位置，Y 轴画成与 X、Y 轴成 135°，即与 X 轴的延长线成 45°（图 2-8b）。在相应轴上量取坐标 X_A、Y_A、Z_A，得到 a_X、a_Y、a_Z 三点，然后从这三个点分别作各轴的平行线，得到三个交点，即为 a、a'、a''，再从 a、a'、a'' 作各轴的平行线相交于一点，即得空间点 A。

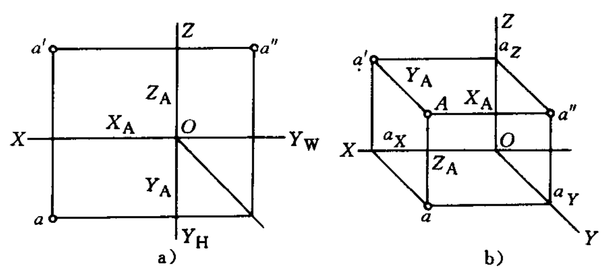


图 2-8　根据点投影图画出轴测图

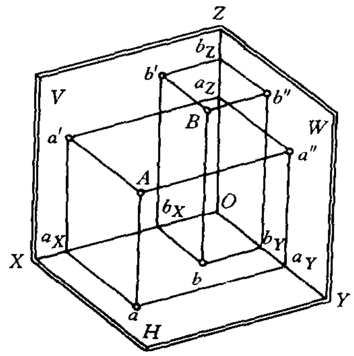
第三节　两点的相对位置

一、两点的相对位置

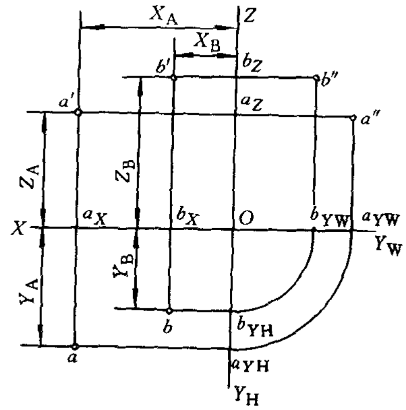
空间点的位置可由点相对于 W、V、H 面的距离，即绝对坐标值来确定，也可由点相对于另一个点的位置即相对坐标值来确定。两点的相对位置分左右、前后、上下，相对坐标是两点的同轴坐标差。通常 X 坐标值大的点位于左，小的位于右；Y 坐标值大的位于前，小的位于后；Z 坐标值大的位于上，小的位于下。如图 2-9 所示，已知空间两点 $A(X_A, Y_A, Z_A)$ 和 $B(X_B, Y_B, Z_B)$，分析 B 相对于 A 的位置，在 X 方向的相对坐标为 $(X_B - X_A)$，Y 方向的相对坐标为 $(Y_B - Y_A)$，Z 方向的相对坐标为 $(Z_B - Z_A)$。由于 $X_A > X_B$，故 A 点在左，B 点在右。由于 $Y_A > Y_B$，故 A 点在前，B 点在后。由于 $Z_B > Z_A$，故 B 点在上，A 点在下。

二、重影点的投影

当两个点的某两个同轴坐标分别相等时，这两个点必处于同一条投影线上。沿这条投影线得到的这两个点的同面投影必重影于一点，则这两个点称为对该投影面的重影点。如图 2-10



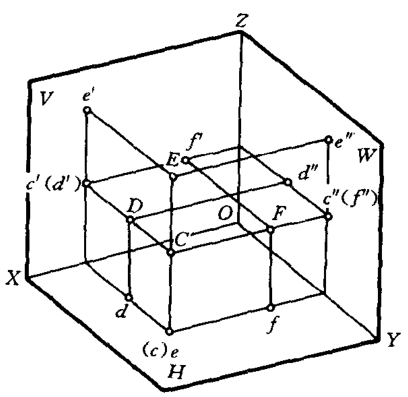
a)



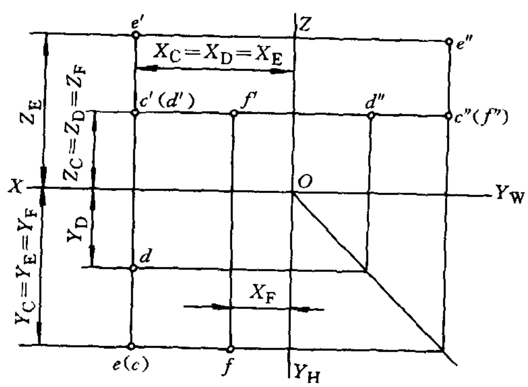
b)

图 2-9　两点相对位置的确定

所示的 C、D 两点，它们的正面投影 c' 和 (d') 重影为一点，由于 $Y_C > Y_D$，所以从前方垂直 V 面向后看时，C 是可见的，D 是不可见的。通常规定，把不可见的点的投影打上括弧，如 (d')。又如 C、E 两点，它们的水平投影 (c)、e 重影为一点，由于 $Z_E > Z_C$，从上方垂直 H 面向下看时，E 是可见的，C 是不可见的。再如 C、F 两点，它们的侧面投影 c''、(f'') 重影为一点，由于 $X_C > X_F$，从左方垂直于 W 面向右看时，C 是可见的，F 是不可见的。由此可见，对正投影面、水平投影面、侧投影面的重影点，它们的可见性，应分别是前遮后、上遮下、左遮右。利用重影点的投影特点，可判别空间几何要素的可见性。



a)



b)

图 2-10　重影点的投影

第三章　直线的投影

直线的空间位置可由直线上任意两点的空间位置来决定，直线的投影一般仍为直线，故直线的投影由直线上两点的投影所决定。

第一节　直线的投影

一、直线投影的性质

1）直线的投影一般仍为直线，特殊情况下积聚为一点。

由图 3-1 可知，若通过空间直线 AB 上的 C、D、E… 诸点分别向 H 面投射，得水平投影 a、b、c、d、e… 则 Aa、Bb、Cc、Dd、Ee 等投射线就构成垂直于 H 面的 $AabB$ 平面。该平面与 H 面的交线是一条直线，ab 直线即为直线 AB 在 H 面上的投影。

但当直线与投射方向平行时，直线在此投射方向所得投影就积聚为一点，如图 3-2 所示。

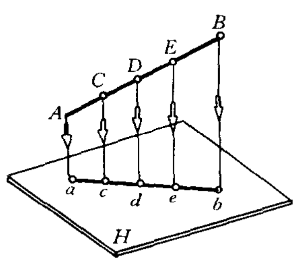


图 3-1　直线的投影一般仍为直线

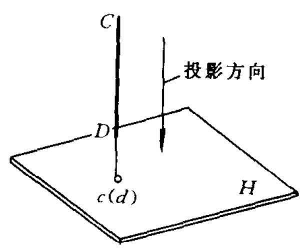


图 3-2　直线的投影积聚成点

2）线段的正投影一般小于实长。

有一定长度的直线称为线段，当线段与投影面构成一定倾角时，它在这个投影面上的投影长度小于线段实长，如图 3-3 所示，线段 EF 与 H 面的倾角为 α，它在 H 面上的投影 $ef < EF$，它们之间的关系为 $ef = EF\cos\alpha$。

二、直线投影图的画法

由于直线的空间位置可由直线上的任意两点的空间位置来确定，且直线的投影一般仍为直线，所以画它的三面投影图时，只要画出直线上任意两点的三面投影，然后分别连接这两点的同面投影，即是该直线的三面投影图。如图 3-4 所示，直线 AB 的三面投影为 H 面投影 ab、V 面投影 $a'b'$、W 面投影 $a''b''$。一般情况下，画出直线的两个投影即能完全确定直线的空间位置，如图 3-4b 可以简化成图 3-4c 来表示。

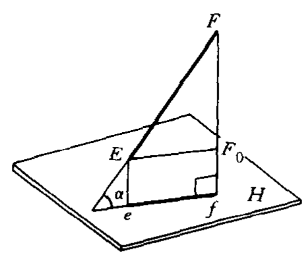
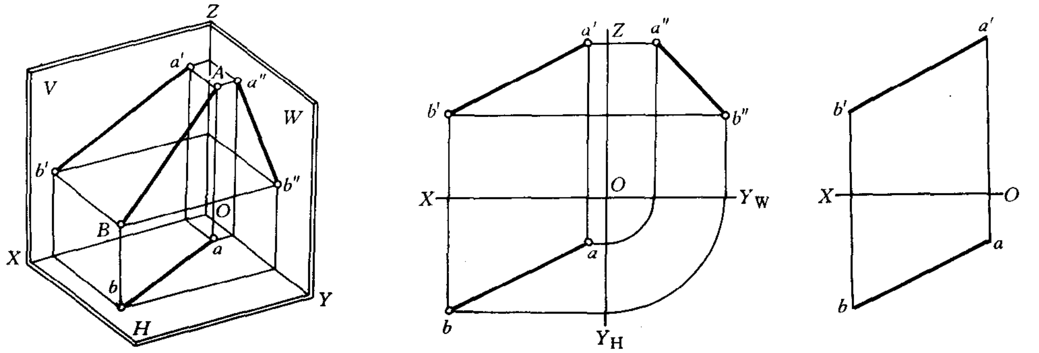


图 3-3　线段的投影一般小于实长

三、直线上点的投影

根据正投影基本特性可知，当点位于直线上时，两者的投影具有从属性和定比性。



a)　　b)　　c)

图 3-4　直线的投影图

a) 直观图　b) 三面投影图　c) 两面投影图

1. 从属性

直线上的点，其各面投影必在该直线的同面投影上；反之，如点的各面投影在直线的同面投影上，则该点必在直线上。如图 3-5 所示，C 点在直线 AB 上，则 c' 在 $a'b'$ 上，c 在 ab 上，c'' 在 $a''b''$ 上。

2. 定比性

点在一条线段上，点分割线段之比，等于点的各面投影分割线段的同面投影之比。例如，图 3-5 中线段 AB 上的 C 点分割线段为 AC、CB 两段，且 $AC:CB=3:2$，则 $AC:CB=ac:cb=a'c':c'b'=a''b'':c''b''=3:2$(证明从略)。

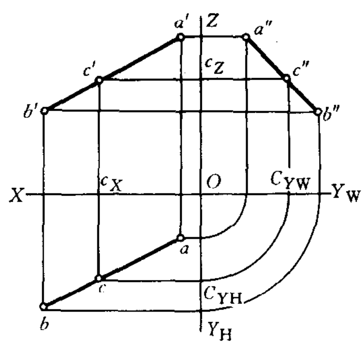


图 3-5　直线上点的投影

例 3-1　已知 K 点在线段 AB 上，由已知投影 k' 求投影 k(图 3-6)。

因 V 面投影 $a'k':k'b'$ 等于 H 面投影 $ak:kb$，可按如下步骤作图：

1) 过 a 任作一辅助线 aA_0(用细线)；

2) 在辅助线上取 $aK_0=a'k'$，$K_0A_0=k'b'$；

3) 连 A_0b，并过 K_0 作平行于 A_0b 直线 K_0k，此直线与 ab 的交点 k 即为所求。

应用点分割线段成定比的投影特点，也可以检查点是否在特殊位置的直线上，如图 3-7 所

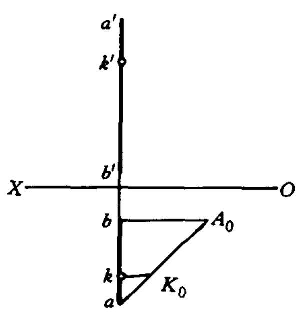


图 3-6　由直线上点的一个投影求作另一个投影

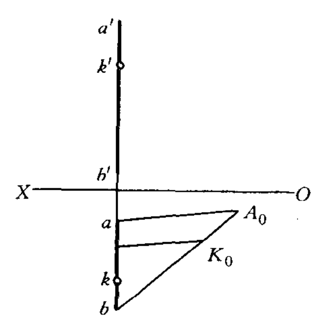


图 3-7　检查 K 点是否在直线 AB 上

示，K 点经作图检查表明它不在线段 AB 上。

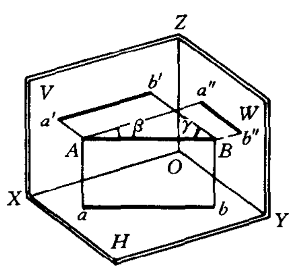
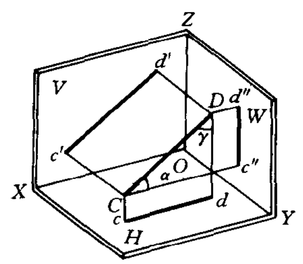
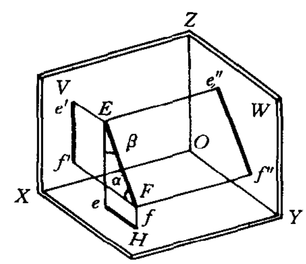
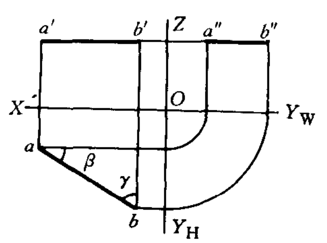
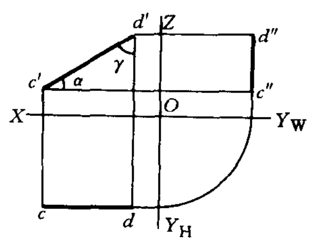
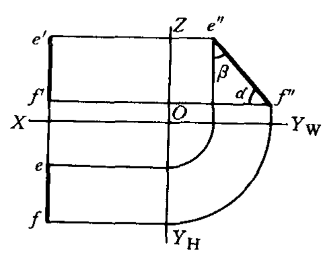
第二节　各种位置直线的投影

空间直线相对于投影面的位置有 3 种：垂直、平行和倾斜。它们在各投影面上的投影有不同的投影特点。

一、投影面的平行线

平行于一个投影面且与其他两投影面倾斜的直线称为投影面的平行线。平行于 H 面的直线叫水平线，平行于 V 面的直线叫正平线，平行于 W 面的直线叫侧平线。表 3-1 中分别列出了上述 3 种平行线的三面投影图及其投影特点。

表 3-1　平行线的投影特点

名称	水平线	正平线	侧平线
直观图			
投影图			
投影特点	1. $ab = AB$ 2. ab 与 X、Y_H 轴的夹角分别反映 β、γ 角 3. $a'b'$ // X 轴，$a''b''$ // Y_W 轴，$a'b'$、$a''b''$ 均小于 AB	1. $c'd' = CD$ 2. $c'd'$ 与 X、Z 轴的夹角分别反映 α、γ 角 3. cd // X 轴，$c''d''$ // Z 轴，cd、$c''d''$ 均小于 CD	1. $e''f'' = EF$ 2. $e''f''$ 与 Y_W、Z 轴的夹角分别反映 α、β 角 3. ef // Y_H 轴，$e'f'$ // Z 轴，ef、$e'f'$ 均小于 EF

从表 3-1 中可见，投影面的平行线有如下投影特点：

1）直线在所平行的投影面上的投影反映线段的实长。如水平线 AB 的 H 面投影 ab 等于 AB 的实长（即 $ab = AB$）。

2）直线在所平行的投影面上的投影与两投影轴的交角，分别反映该直线与另外两个投影面的倾角。如上表中水平线 AB 的 H 面投影 ab 与 OX 轴的交角 β，反映该直线对 V 面的倾角，而与 Y 轴的交角 γ，反映直线对 W 面的倾角（直线对 H、V、W 面的倾角分别用 α、β、γ 表示）。

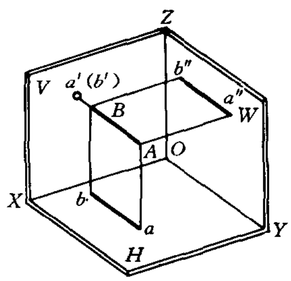
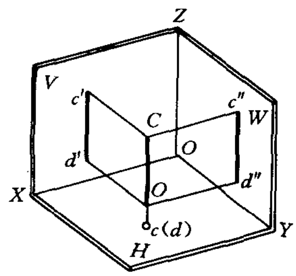
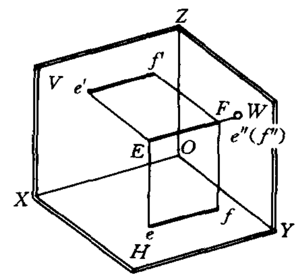
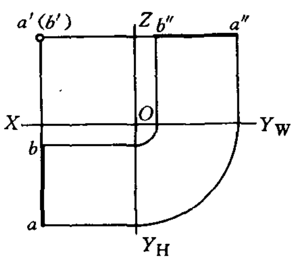
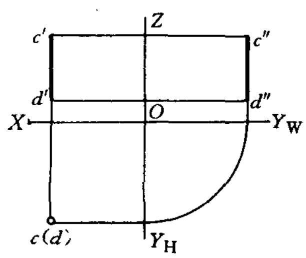
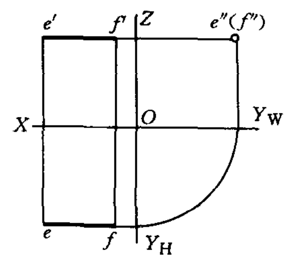
3）直线段在不与其平行的两个投影面上的投影，各平行于一个投影轴，其投影长度小于

该直线的实长。如表 3-1 中水平线 AB 的 V 面投影 $a'b' \parallel X$ 轴，W 面投影 $a''b'' \parallel Y$ 轴，且 $a'b'$ 和 $a''b''$ 均小于 AB。

二、投影面的垂直线

垂直于某一个投影面的直线，称为投影面的垂直线。垂直于 V 面的叫正垂线，垂直于 H 面的叫铅垂线，垂直于 W 面的叫侧垂线。表 3-2 中分别列出了上述 3 种投影面垂直线的三面投影图及其投影特点。

表 3-2　垂直线的投影特点

名称	正垂线	铅垂线	侧垂线
直观图			
投影图			
投影特点	1. $a'(b')$ 积聚为一点 2. $ab \perp X$ 轴；$a''b'' \perp Z$ 轴 3. $ab = a''b'' = AB$	1. $c(d)$ 积聚为一点 2. $c'd' \perp X$ 轴；$c''d'' \perp Y_W$ 轴 3. $c'd' = c''d'' = CD$	1. $e''(f'')$ 积聚为一点 2. $e'f' \perp Z$ 轴；$ef \perp Y_H$ 轴 3. $ef = e'f' = EF$

从表 3-2 中可见，投影面的垂直线有如下投影特点：

1）直线在所垂直的投影面上的投影积聚为一点，如正垂线 AB 的 V 面投影 $a'(b')$ 积聚为一点；

2）另外两个投影各垂直于一个投影轴，如正垂线 AB 的 H 面投影 ab 垂直于 X 轴；

3）垂直于一个投影面的直线，必平行于另两个投影面，它在这两个投影面上的投影反映实长，如正垂线 AB 的投影 $ab = a''b'' = AB$。

三、投影面的倾斜线

与 V、H、W 三个投影面都不平行也不垂直的直线称为投影面的倾斜线或称一般位置直线。倾斜线在 V、H、W 面上的投影延长后均与投影轴相交，但其交角都不反映直线对投影面的倾角，线段的投影长度也都小于线段的实长。如图 3-8 中线段 AB 即为倾斜线，它的投影 ab、$a'b'$、$a''b''$ 均不平行各投影轴，且都小于 AB 实长。